

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 2 年 7 月 7 日現在

機関番号：23501

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2015～2019

課題番号：15K21433

研究課題名（和文）包括的アプローチによる分位数回帰の有効推測とその応用

研究課題名（英文）Unified approach for the efficient inference of quantile regression models and its applications

研究代表者

谷合 弘行 (Tani ai, Hiroyuki)

都留文科大学・教養学部・特任准教授

研究者番号：40579653

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,900,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、分位数回帰（Quantile Regression）という統計モデルを用いて、入力データを最適に組み合わせる許容する確率的挙動の出力へと変換する問題により良い解決を与える手法の開発に取り組んだ。それは統計学での有効推測に基づくもので、これにより分位数回帰モデルやその変形で表現された種々の問題への応用も可能なものとなっている。

研究成果の学術的意義や社会的意義

得られる入力データを最適に組み合わせることによって、許容する確率的挙動の出力へと変換する。これは金融分野のリスク管理から制御問題にまで求められる問題である。ここで制御・コントロールしたい対象は、出力の値ではなく、出力の確率的性質である。本研究の結果をこのような問題に適用することで「データの採り方に起因する確率的な挙動」を抑えられることが期待される。

研究成果の概要（英文）：In this research, we worked on the development of a method that uses a statistical model called Quantile Regression to give a better solution to the problem of optimally combining input data and converting it into an output with an acceptable stochastic behavior. It is based on efficient inferences in statistics, which allows it to be applied to various problems expressed by quantile regression models and their variants.

研究分野：数理統計学

キーワード：分位数回帰 セミパラメトリック統計 確率的検閲

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。

1. 研究開始当初の背景

分位数回帰モデルとは被説明変数の分位数が説明変数の線形結合として表現されるモデルであるが、その推測に関する統計的有効性の研究は未だ発展途上のトピックである。特にこのモデルでは、誤差項の分布形状によらない形で有効推測が議論されるべきである。すなわち、分位数回帰モデルで誤差項の分布に課せられている制約はある一つの分位数の値のみであるから、分布の形(セミパラメトリック統計で言うところの局外パラメータ)を知らないまま推測の良し悪しが判断されるべきである。また、このアプローチが自然なことは、統計的有効性の基礎を与える Le Cam の局所漸近正規性(LAN)と順位統計量との結び付き(cf. Hájek and Šidák, 1967)からも理解できる。

2. 研究の目的

上述の背景からこの研究では、分位数回帰モデルがセミパラメトリックであること、ひいては関心のあるパラメータが(通常のセミパラメトリックとは異なって)Banach空間に値を取る関数パラメータであることに重きを置いている。求めるべき「関数」が関心あるパラメータと局外パラメータに分別されているので、これはノンパラメトリックモデルとも異なる。このモデルに対しては「LANに基づいた統計的有効性」を事例(Euclidパラメータで表現された副次的モデル)に依らずに考えることができるという点に意義がある。

また、本研究に必要な準備として、分位数回帰パラメータが最適化問題の解として表現されていることに注目して、分位数回帰モデルを「Z推定量」として捉えて画一的にセミパラメトリック有効性を議論することに取り組んできたが、それらの結果を分位数回帰モデル以外の最適化問題へ拡張・適用していくことで種々の数理計画問題の最適解を改善することが狙いである。

3. 研究の方法

(1) 初めに分位数回帰モデルを混合モデル(Mixture model)とZ推定量から捉え直してセミパラメトリック有効性を求めることで、以降の応用や変形のモデルへと適用可能な包括的な結果として定式化する。

(2) 求められた混合分布モデルの有効推測の手法を分位数回帰モデル以外の種々の数理計画問題へと応用していく。具体的には確率的検閲(random censoring)への適合度検定、コヒーレント性のあるリスク尺度に基づくポートフォリオ最適化問題、市場マイクロストラクチャーノイズの制御問題としての再解釈などである。特に最後の制御問題は動的計画法を用いた話だが、そのときの評価コスト関数・制御規範が2次形式ではなく分位数回帰の非対称絶対損失になっている問題である。その場合は、出力の値を制御しているのではなく、出力の確率的性質(例えばクオンタイルすなわち分布関数の逆関数の値)である点が大きな特色となる。これについても最適解をZ推定量として捉えて議論できる。

4. 研究成果

(1) 一般の分位数回帰モデルに従う確率変数は一様確率変数を引数とするランダム係数(random coefficient)表現を持つが、まずはこれを一種の混合分布モデル(mixture model)とみなすことにより包括的な枠組みの下で統計的推測の有効性を求めた。元来、分位数回帰モデルが系列の値ではなくその分布的性質を説明するため、母数は関数として考える方が自然である。それは説明変数で張られる空間に観測値の“分布を”分配することになり、関数空間での考察を要する。これについて、ひとまず出たと思われる結果をシアトルでの「JSM 2015」において口頭発表をした。

(2) 共同研究への参加という形であるが、分布の定義域が両端で繋がっている点が特徴である方向統計学での研究にも携わった。これはAbe et al. (2017)として掲載された。そこでは記述するマルコフ過程によって系列を扱っており、推移確率の時間的发展を円周分布に留める橋渡し(binding)をする関数にも円周分布を使用している。将来的にはその関数の分位数回帰や母数の有効推定を考えて、系列の時間的发展の記述・制御を実現することへの本研究の結果の適用が期待できる。

(3) 分位数回帰モデルを混合分布モデルとして捉えることで得た有効推測の結果の応用として、確率的検閲(random censoring)されたデータの分析を対象とした。それは生存時間分析に

おいて見られるような、実験対象が期間中にランダムなタイミングで退場してしまう状況である。何も情報が無い状況においては経験分布に基づいた既存の推定量が持つ良い性質が知られているが、経験分布(の逆関数)が分位数回帰によって説明されているという追加的な情報は推定量の改善を可能にする。ここへ分位数回帰に関する自身の結果を応用することで更なる改善が可能であることをシカゴでの「JSM 2016」において口頭発表をした。

(4)本研究での有効推測の応用として、いわゆる「large p, small n」という高次元小標本データの分析を対象に取り組んだ。そのようなデータの分位数について何らかの条件が課されていたり、満たすべき関係が見出されるとき、本研究が与える推測手法はその条件付き数理計画問題の解を統計的な意味で改善する。この“データの分位数に関する制約”というものは、例えば金融分野での応用ではコヒーレント性を持つリスク尺度で測ったポートフォリオの構成などにおいて、間接的ではあれ自ずと生じていることが見られる。

そこで、高次元小標本データに関する既存の経験確率過程の結果を援用することで上記の統計的な改善を試みて、ボルチモアでの「JSM 2017」に参加した。ただし、このアプローチではいくつか新しい課題を解決しなければならないことも既に判明しており、その一つの修正として、分位数回帰モデルと双対な関係にある回帰順位スコア(regression rank score)を用いる手法から当該ポートフォリオ問題にアプローチし、バンクーバーでの「JSM 2018」に参加した。

(5)本研究の基礎となる結果を金融分野での数理計画問題の解を統計的に改善した際、いわゆる運用戦略における分位数の新たな役割も明らかになった。それは変動のリスクを管理するという従来の役割に留まらず、我々が保持しているポジションの評価への新しい視点を提供するものである。そしてこれは非対称絶対損失を持つ確率システムの制御へと一般化される話題でもある。これは本研究課題からは逸れる話題にはなるが、新たな研究課題へと繋がる本課題の大きな収穫となった。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Toshihiro Abe, Hiroaki Ogata, Takayuki Shiohama, Hiroyuki Taniai	4. 巻 20
2. 論文標題 Circular autocorrelation of stationary circular Markov processes	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Statistical Inference for Stochastic Processes	6. 最初と最後の頁 275-290
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） https://doi.org/10.1007/s11203-016-9154-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計7件（うち招待講演 0件/うち国際学会 6件）

1. 発表者名 Hiroyuki TANIAI
2. 発表標題 Asymptotic behavior of the alpha-risk minimizing portfolio in high-dimensional setting
3. 学会等名 JSM 2018, (Joint Statistical Meeting, American Statistical Association) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroyuki Taniai
2. 発表標題 Minimization of a quantile-restricted problem in high-dimensional setting
3. 学会等名 JSM 2017, (Joint Statistical Meeting, American Statistical Association) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroyuki Taniai
2. 発表標題 Efficient estimation for randomly censored data with linear conditional quantiles
3. 学会等名 JSM 2016, (Joint Statistical Meeting, American Statistical Association) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Taniai, H.
2. 発表標題 Efficient estimation of Quantile Regression via semiparametric mixture model
3. 学会等名 JSM 2015, (Joint Statistical Meeting, American Statistical Association) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Abe, T., Ogata, H., Shiohama, T. and Taniai, H.
2. 発表標題 Modeling circular Markov processes with time varying autocorrelation
3. 学会等名 シンポジウム「多様な分野における統計科学の新展開」
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Abe, T., Ogata, H., Shiohama, T. and Taniai, H.
2. 発表標題 A circular autocorrelation of stationary circular Markov processes
3. 学会等名 CMStatistics 2015, (8th International Conference of the ERCIM) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Abe, T., Ogata, H., Shiohama, T. and Taniai, H.
2. 発表標題 Modeling circular Markov processes with time varying autocorrelation
3. 学会等名 CMStatistics 2015, (8th International Conference of the ERCIM) (国際学会)
4. 発表年 2015年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----