

平成 30 年 6 月 18 日現在

機関番号：62603

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K21598

研究課題名(和文) 確率過程の統計推測理論と高頻度観測データ解析への応用

研究課題名(英文) Statistical inference for stochastic processes and application to high-frequency financial data

研究代表者

荻原 哲平 (Teppei, Ogihara)

統計数理研究所・数理・推論研究系・助教

研究者番号：40746426

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,100,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では近年注目されている株価高頻度データの分析に関連して、高頻度データ特有の問題である「非同期観測」やマーケット・マイクロストラクチャー・ノイズを考慮した拡散過程の統計推測問題や関連する統計手法を研究した。拡散過程が非同期・ノイズ付観測される統計モデルにおいて、最尤型・ベイズ型推定量を構築し、漸近混合正規性を示し、拡散過程の係数が非ランダムの際に統計モデルの重要な性質である「局所漸近正規性」を証明し、最尤型・ベイズ型推定量が漸近的に最良の推定量となっていることを証明した。

研究成果の概要(英文)：Statistical inference for diffusion processes with noisy, nonsynchronous observations was studied. This model is applied to high-frequency data in a stock market. A maximum-likelihood- and a Bayes-type estimators were constructed by using a quasi-likelihood function. Asymptotic mixed normality of the estimators were shown. Local asymptotic normality of the statistical model was proved in the case that the diffusion coefficients were deterministic, and consequently, asymptotic optimality of the estimators were shown.

研究分野：数理統計学

キーワード：非同期観測 マイクロストラクチャー・ノイズ 高頻度データ解析 最尤型推定量 拡散過程 漸近有効性 疑似尤度解析 積分観測モデル

1 . 研究開始当初の背景

拡散過程のパラメトリック・モデルに対する統計推測問題は古くより研究されており、1990年代に非エルゴード型の極限定理が整備されることに伴い、観測の最終時刻を固定し、観測幅をゼロに近づける高頻度観測極限での漸近理論も研究されてきた。特に拡散過程が等間隔で観測されている時のオイラー丸山型の近似から構築される最尤型推定量の漸近混合正規性や漸近有効性が知られている。

一方で近年注目されている株価高頻度観測データの統計解析を行う際には以下に挙げる二つの特有の問題が生じる。まず株価を確率過程でモデリングした際に、確率過程そのものが観測されるのではなく、観測ノイズが混入するという事実を裏付ける実証結果が得られている。また複数証券の分析の際には、証券価格が観測されるのは証券が約定されたときであるため、日次データと異なり、複数資産の証券価格の観測時刻が一致しないという非同期観測の問題が現れる。

上の2つの問題をモデリングした時の統計推測手法が近年数理統計学的にも活発に研究されてきた。特に拡散過程の二次変分は、金融証券のボラティリティや共変動などのリスク量に対応し、それをデータから一致推定する推定法が多く提案された。しかし、先行研究の推定手法は主にノンパラメトリック型推定量が研究されており、Bibinger et al. (AS 2014)において特殊なケースでの漸近有効性が議論されている他は推定量の最適性は議論されていない。一方でOgihara and Yoshida (SPA 2014)において、観測ノイズのない非同期観測の下での尤度関数の近似関数(擬似尤度関数)が提案され、それを元に構築したパラメータの最尤型・ベイズ型推定量の一致性、漸近混合正規性などの推定量として望まれる性質が示された。この研究における手法は観測ノイズのある非同期観測モデルにも応用可能であると考えられ、漸近有効性をもつ推定量の構築が期待される。

2 . 研究の目的

本研究では、拡散過程のパラメトリック・モデルに対して、非同期・ノイズ付観測に対する最尤型・ベイズ型推定量を構築し、これらの推定量の漸近混合正規性や漸近有効性について明らかにすることを目的とした。

最尤型・ベイズ型推定量の漸近有効性を示すには、統計モデルの局所漸近混合正規性と呼ばれる性質を示す必要があり、一般の拡散過程に対してこの性質を示すにはマリアバン解析などの高度な確率解析の技術が必須となる。本研究のモデルにおいて局所漸近混合正規性が成り立つかどうかを確認し、最尤型・ベイズ型推定量の漸近有効性を確認する。そして本研究の手法を、シミュレーション分

析や国内外の株式市場の高頻度データに適用してボラティリティ・共変動・観測ノイズの大きさを推定し、その特性を分析することで株式市場に対する有益な知見を提供したい。

3 . 研究の方法

- (1) Gloter and Jacod (ESAIM 2001) や Ogihara and Yoshida (2014)等の既存研究における非同期観測と観測ノイズの内の片方の存在下での疑似尤度関数構築のアイデアを参考にしつつ、両方の存在下での疑似尤度関数を提案し、最尤型・ベイズ型推定量を構築する。
- (2) Ibragimov-Hasminskii の理論により最尤型・ベイズ型推定量の漸近混合正規性は疑似尤度関数のいくつかの漸近的性質に帰着される。この理論と Jacod (Séminaire de Probabilités 1997)による非エルゴード型のマルチンゲール中心極限定理の手法を用いて疑似尤度関数の極限理論を導く。また、ベイズ型推定量の漸近理論には疑似尤度関数の大偏差型の確率評価が必要であるが、Yoshida (AISM 2011)の多項式型大偏差不等式の理論を適用して証明していく。まずは観測ノイズが正規分布に従うようなモデルで議論する。
- (3) 統計モデルの局所漸近混合正規性が成り立つかどうかを確認し、最尤型・ベイズ型推定量の漸近有効性を調べる。Gloter and Jacod (2001)において、同期観測で観測ノイズを含むモデルで拡散過程の拡散係数が非ランダムの場合の局所漸近正規性が示されているため、この手法を参考にまずは本研究のモデルにおける拡散係数が非ランダムの場合の局所漸近正規性を調べる。
- (4) 観測ノイズのモデルを正規分布と仮定したものからより一般の分布へ拡張することを検討する。観測ノイズが正規分布でない場合はマルチンゲール中心極限定理の適用が困難になるが、Jacod et al. (SPA 2009)において、正規分布以外の観測ノイズに対する株価ボラティリティの推定量が構築されており、このケースへ上記のマルチンゲール中心極限定理を拡張されているので、その結果を参考に我々のモデルへの適用を検討する。
- (5) 最尤型・ベイズ型推定量がパラメータの真値を良く推定できているかシミュレーションによるパフォーマンスの確認を行う。これらの推定量から二資産共変動を測る重要なリスク指標である拡散過程の二次変分の推定量を構築できるため、それを先行研究におけるノンパラメトリック型推定量とパフォーマンス比較も行う。まずは拡散過程がブラウン

運動で観測ノイズが正規分布のケースにおけるパフォーマンス確認を行い、その後拡散過程やノイズをより一般のケースに拡張していく。

4. 研究成果

本研究では主として以下の結果を得た。(1)~(4)の結果に関しては国内外の学会で研究発表し、論文執筆・投稿して国際雑誌 *Bernoulli* に採択された。(5)(6)の結果についてもそれぞれ国内外のいくつかの学会で研究発表した。

- (1) 拡散過程が非同期・ノイズ付で観測される統計モデルにおいて、最尤型推定量を構築し、ノイズが正規分布とは限らない一般の分布に従う条件の下、推定量の一致性と漸近混合正規性を証明した。非同期・ノイズ付観測下における疑似尤度の極限関数を特定するのは困難であったが、ノイズの分散共分散行列にある種の平均化機能が存在することを示し、それを用いて疑似尤度の極限を導出した。また、Yoshida(2011, *AISM*)における多項式型大偏差不等式の理論を用いることにより、最尤型推定量に対して、漸近混合正規性より強い結果であるモーメント収束を証明し、ベイズ型推定量に対する漸近混合正規性、モーメント収束の結果も証明した。
- (2) 潜在拡散過程がブラウン運動で記述される最もシンプルなケースにおいて上記の統計モデルの局所漸近正規性と称される重要な性質を示し、最尤型推定量の漸近有効性、すなわち、漸近的に推定誤差の分散が最良になることを導いた。
- (3) 潜在拡散過程がブラウン運動、もしくは Cox-Ingersoll-Ross 過程で記述される時のパスのシミュレーションにより、提案推定量の実用性を確認した。最尤型推定量を用いて、二株式間の共変動に対する推定量も構築できるため、そのパフォーマンスを既存の推定量と比較し、漸近理論と同様に提案推定量が最良の推定誤差となることを確認した。
- (4) セミパラメトリック・モデルにおける漸近的最適性を達成している Bibinger et al. (AS 2014)の推定量と最尤型推定量の漸近分散を比較して、時間依存の拡散係数を持つモデルにおいて最尤型推定量の漸近分散がより小さくなり、推定誤差を抑えられることを明らかにした。この成果によりセミパラメトリック・モデルとシンプルなパラメトリック・モデルの最良漸近分散がどのような条件の下で異なるかを明らかにすることができた。
- (5) 潜在拡散過程が確率ポラティリティ・モデルで表現されるモデルは計量経済学

における最も重要なものの一つだが、このモデルは隠れ変数を含むため、最尤型推定量を直接計算することができない。しかし、シンプルなブラウン運動の最尤型推定量から共変動の推定量を構築し、上のモデルを含む一般の確率過程に適用した場合にも漸近混合正規性が成り立つことを証明し、確率ポラティリティ・モデルに対するシミュレーションにおいて既存の株価共変動の推定量よりも良いパフォーマンスを示すことを数値的に確認した。このようなシミュレーション結果により推定量の実用性が期待される。

- (6) 確率ポラティリティ・モデルや分子運動の方程式である Langevin 方程式の統計解析において重要な拡散過程の積分観測モデルの統計推測理論を研究した。一次元拡散過程では Gloter and Gobet (AIHP 2008)において統計モデルの局所漸近混合正規性と称される重要な性質が示されているが、彼らの証明では多次元拡散過程モデルへの拡張が困難であった。本研究では Jegannathan (Sankhya 1982)のアプローチを拡張することにより多次元拡散過程の積分観測モデルに対する局所漸近混合正規性を証明した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計2件)

1. Ogihara, T. (2018) Parametric Inference for Nonsynchronously Observed Diffusion Processes in the Presence of Market Microstructure Noise, *Bernoulli*, 24(4B) 3318-3383. doi:10.3150/17-BEJ962 (査読あり)
2. Ogihara, T. (2015) Local asymptotic mixed normality property for nonsynchronously observed diffusion processes, *Bernoulli*, 21 2024-2072. doi:10.3150/14-BEJ634 (査読あり)

[学会発表](計23件)

1. Fukasawa, M. and Ogihara, T. Parametric inference for diffusion processes with high-frequency data (Feb 22, 2018; Risk Analysis and Random Field, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo)
2. Ogihara, T. Maximum likelihood type estimation for parametric diffusion processes with high-frequency data

- (Apr 4, 2015; ISI-ISM-ISSAS Joint Conference 2015, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo)
3. Fukasawa, M. and Ogihara, T. Statistical inference for integrated diffusion processes (Feb 5, 2018; Asymptotic Statistics and Computations, University of Tokyo, Tokyo)
 4. Fukasawa, M. and Ogihara, T. Statistical inference for integrated diffusion processes (Dec 2, 2017; ISI-ISM-ISSAS Joint Conference 2018, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo)
 5. Ogihara, T. Parametric inference for diffusion processes with high-frequency data (Dec 12, 2016; Workshop - Portfolio dynamics and limit order books, Ecole Centrale Supélec, France)
 6. Ogihara, T. Parameter estimation for diffusion processes with noisy, nonsynchronous observations (Nov 29, 2016; TMU Workshop on Financial Mathematics and Statistics 2016, Tokyo Metropolitan University, Tokyo)
 7. Ogihara, T. Parameter estimation for diffusion processes with high-frequency observations (Oct 31, 2016; Workshop "Stochastic Analysis and Statistics 4", University of Tokyo, Tokyo)
 8. (特別講演) 荻原哲平, 非同期・ノイズ付観測された拡散過程に対する統計解析(2016年9月17日; 日本数学会2016年度秋季総合分科会, 関西大学)
 9. 荻原哲平, 高頻度観測金融データに対する疑似尤度解析(2016年9月7日; 2016年度統計関連学会連合大会, 金沢大学)
 10. Ogihara, T. LAMN property and optimal estimation for diffusion with nonsynchronous observations (Aug 6, 2016; Workshop "Stochastic Analysis and Statistics 2", University of Tokyo, Tokyo)
 11. Ogihara, T. Parametric inference for diffusion processes with high-frequency financial data (Jun 30, 2016; The 4th Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong)
 12. Ogihara, T. LAMN property and optimal estimation for diffusion with nonsynchronous observations (Apr 26, 2016; Stochastic Analysis and Statistics 1, University of Tokyo, Tokyo)
 13. (招待講演) 荻原哲平, 高頻度観測金融データに対する最尤型推定法(2016年3月5日; 第10回日本統計学会春季集会, 東北大学)
 14. Ogihara, T. Parameter estimation for diffusion processes with noisy, nonsynchronous observations (Feb 15, 2016; Asymptotic Statistics and Computations, University of Tokyo, Tokyo)
 15. Ogihara, T. Parameter estimation for diffusion processes with high-frequency data (Feb 1, 2016; ISI-ISM-ISSAS Joint Conference 2016, Academia Sinica, Taiwan)
 16. (招待講演) Ogihara, T. Maximum-likelihood-type estimation for diffusion processes with noisy, nonsynchronous observations (Dec 13, 2015; CMStatistics 2015, University of London, UK)
 17. (招待講演) 荻原哲平, 非同期・ノイズ付観測された拡散過程に対する最尤型・ベイズ型推定法(2015年12月4日; 大阪大学2015年度中之島ワークショップ,

大阪大学中之島センター)

18. Ogihara, T. Parameter Estimation for Diffusion Processes with Noisy, Nonsynchronous Observations (Nov 6, 2015; Berlin Meeting on Statistical Analysis of Stochastic Processes, Humboldt Graduate School, Germany)
19. (招待講演) 荻原哲平, 高頻度金融データを用いた金融証券リスク量の統計推測理論(2015年10月6日; 慶應大学計量経済学ワークショップ, 慶應義塾大学)
20. (招待講演) 荻原哲平, 高頻度観測金融データに対する最尤型・ベイズ型推定法(2015年9月26日; 大規模統計モデリングと計算統計, 東京大学)
21. 荻原哲平, 高頻度観測金融データに対する最尤型推定法(2015年9月15日; 日本数学会 2015年度秋季総合分科会, 京都産業大学)
22. 荻原哲平, 高頻度観測金融データに対する最尤型推定法(2015年9月7日; 2015年度統計関連学会連合大会, 岡山大学)
23. Ogihara, T. Parametric Inference for Diffusion Processes with Noisy, Nonsynchronous Observations (Mar 29, 2015; Dynstoch Meeting 2015, Lund University, Sweden)

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

荻原哲平 (Teppei Ogihara)
情報・システム研究機構 統計数理研究所・数理・推論研究系・助教
研究者番号：40746426

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：

(4) 研究協力者

()