

令和元年6月26日現在

機関番号：33906

研究種目：基盤研究(B) (特設分野研究)

研究期間：2015～2018

課題番号：15KT0020

研究課題名(和文)直観幾何学の確立とその計算機科学, 建築工学および数学教育との連携の推進

研究課題名(英文) Establishment of intuitive geometry and promotion of its cooperation in computer science, architectural engineering, and mathematics education

研究代表者

伊藤 仁一 (Jin-ichi, Itoh)

椋山女学園大学・教育学部・教授

研究者番号：20193493

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 8,400,000円

研究成果の概要(和文)：主要な4つのテーマ(A)多面体の連続的折り畳み, (B)建築工学との連携, (C)数学教育との連携, (D)直観幾何学の確立, に対して以下のようにバランスよく成果を上げることが出来た。

(A)新しい多面体の連続的平坦折り畳みとそれを高次元正多面体の2次元面の和集合も拡張した。(B)コクセターのねじれ正多面体を剛性を持つように変えることを示した。(C)数学教育関連の研究会を開催し, 直観幾何学の有用性を示すとともに, 動的幾何ソフトを用いての教材開発を行った。(D)研究集会「直観幾何学」を継続し, 直観幾何学という名前の認知度を高めることが出来た。更に, 直観幾何学と言えるようないくつかの研究を進めた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

現代の最先端の数学の研究は, 抽象化されたものが多い。現実社会や他分野の研究や教育現場で扱う数学との乖離が甚だしくなっている。それに対して, 直観幾何学と言えるような, 具体的な図形的イメージを持つ幾何学にも, まだまだ多くの研究すべきで問題が残されていることを示すことが出来た。また, 直観幾何学の他分野との連携の事例を多く作ることによってその有用性を示すことになったものと信じる。直観幾何学という研究会を継続することによって, その知名度を高めることが出来た。今後も直観幾何学と言えるような幾何学研究が継続されることを期待される。

研究成果の概要(英文)：We got results balanced well as follows for (A) continuous folding of polyhedron, (B) cooperation with architectural engineering, (C) cooperation with mathematical education, (D) establishment of intuitive geometry.

(A) We discovered some new continuous flat folding of polyhedra and extend it the union of 2D surfaces of high dimensional several regular polytopes. (B) It was shown to change Coxeter's regular skew polyhedra to have rigidity. (C) Several meeting on mathematics education was held to demonstrate the usefulness of intuitive geometry, and to develop teaching materials using dynamic geometry software. (D) The meeting "intuitive geometry" was continued, and the recognition of the name "intuitive geometry" could be improved. In addition, We have advanced several research that can be called intuitive geometry.

研究分野：数学(幾何学)

キーワード：直観幾何学 多面体 折り畳み フレームワーク 剛性 数学教育

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

#### 1. 研究開始当初の背景

- (1) 直観幾何学というタイトルの研究会を6年続けてきた。鋭角三角形分割、空間充填、さまざまな最小値問題等いろいろあるが、その中で、正多面体を連続的に一つの面上に折り畳みするという結果を奈良との共同研究で得た。
- (2) その結果に興味を持ってくれた MIT の E. Demaine らの計算機科学のグループや、加藤直樹(京大・建築工学)の研究室との共同研究が始まった。
- (3) 直観幾何学といえるような多くの結果も得られつつある。

#### 2. 研究の目的

- (1) 既に始まっている直観幾何と計算機科学や建築工学との連携を推進する。
- (2) 直観幾何を数学教育に役立てる。
- (3) 応用を意識して多くの他分野との連携を模索できる直観幾何学の確立である。

#### 3. 研究の方法

- (1) 本研究は極めて多くの共同研究により成り立っているため、共同研究者と直接会っての詳細な議論を行った。
- (2) 他分野の研究者の研究協力や専門知識の供与を依頼するとともに、国内・外の研究会での発表し、新たな進展の可能性を模索する(折り紙工学、折り紙学会、Bridges 等)
- (3) 直観幾何学の研究会を年1回開催する。
- (4) 建築工学との連携のためにフレームワークのワークショップを年1,2回程度開催する。
- (5) 数学教育との連携のためのワークショップを年1回程度開催する。

#### 4. 研究成果

主要な4つのテーマ(A)多面体の連続的折り畳み、(B)建築工学との連携、(C)数学教育との連携、(D)直観幾何学の確立、に対して以下のようにバランスよく成果を上げることが出来た。

(A) 接頭4面体の連続的平坦折り畳みに関する論文、Extended bipyramid の連続的平坦折り畳みの論文を発表した。また、高次元立方体の2次元面の和集合(2-skeleton)に関しても連続的に平坦に折り畳めること論文を作成した。更に、高次元単体、Cross-polytope、24胞体に対しても2-skeleton が連続的に平坦に折り畳めるかの議論を進め、ある程度の成果を得ている(奈良との共同研究)。

正十二面体の正確な平坦折り畳み方を示す論文を発表(奈良、加藤、小林らとの共同研究)また、正十二面体と正二十面体の連続折り畳みの動画を作成した(小林の協力)。

直交多面体の折り畳みの論文を発表するとともに、それを応用してある程度凸でない一部の多面体に対してスケルトンメソッドを用いて平坦に折り畳む論文を作成した(MITのグループとの共同研究)。

(B) フレームワーク研究会を数回行い、パネルヒンジのフレームワークの剛性や、直交多面体の面をどれだけ取り外しても剛性かについて議論した。コクセターのねじれ正多面体は柔軟であるが、一つの多面体を挿入することでフレーム全体に剛性を持つことを示すことができ、そのものも合わせて Bridges で口頭発表を行った(加藤、小林との共同研究)。  
建築空間や街路レベルの比較的小さな空間スケールを対象とした新しい空間分析手法を開発した(分担者：瀧澤)。

(C) キャンパスプラザ京都において研究会「直観幾何学の数学教育への有用性の研究」を開催し、多くの参加者を得た。RIMS 共同研究「直観幾何学を用いた数学教師に必要な数学能力開発の研究」を行った。数学教員養成カリキュラム改革の研究を進めた。

動的幾何ソフトを用いる教材開発を進めた(中尾、堀尾との共同研究)

教員養成数学関係科目プログラムの理論的組織化に向けて研究を進めた(分担者：浪川)。

(D)に関しては、研究会「直観幾何学」を毎年2月または3月に開催し、徐々に多くの参加者を得るようになった。また、数学セミナーに直観幾何学に関する論説を寄稿し、直観幾何学という名前の認知度を高めることが出来た。

J. Rouyer を招聘して閉測地線について共同研究を進め、直観幾何学といえる数学の拡張に努め、多面体上の単純測地線に関するプレプリントを作成した(J. Rouyer, C. Villcu との共同研究)多面体を折紙的変形で裏返す問題(堀尾との共同研究)、系による二次曲面の構成(清原との共同研究)、全曲率や全捩率等を最小にする空間開曲線の研究(榎本との共同研究)はタンパク質の構造との関連が期待される。

以上のように4年間の研究としては十分な結果が得られたと思われるが、論文としてまだ発表されていない結果も多く、今後の研究活動のために基金を次年度に繰り越すことを予定していたが、申請ミスで繰り越せなかったのが残念である。

5 . 主な発表論文等

[雑誌論文](計 21 件)

- 1 1 Nara, Chie; Itoh, Jin-ichi, Continuous flattening of extended bipyramids with rigid radial edges, The Proceedings from 7th International Meeting on Origami in Science, Mathematics and Education, (2018), 861-671, 査読あり.
- 2 伊藤仁一, 絵や図を意識的に多用する数学: 直観幾何学, 数学セミナー, 57-7 (2018), 8-12, 査読無し.
- 3 Enomoto, Kazuyuki; Itoh, Jin-ichi, The total mixed curvature of open curves in  $E^3$ , Geometriae Dedicata, 194 (2018), 131-140, 査読あり.
- 4 Itoh, Jin-ichi; Ohtsuka, Fumiko, A natural generalization of regular convex polyhedral, Topology and its applications, 219 (2017), 43-54, 査読あり.
- 5 伊藤仁一; 堀尾直文, 生徒に考えさせるテクノロジーを用いた数学教材の研究, 熊本大学教育学部紀要, 65 (2016), 229-236, 査読無し.
- 6 Horiyama, Takashi; Itoh, Jin-ichi; Katoh, Naoki; Kobayashi, Yuki; Nara, Chie, Continuous folding of regular dodecahedra, Proc. of JCDCGG2015, Lecture Note of Computer Science, 9943 (2016), 120-131, 査読あり
- 7 Demaine, Erik; Demaine, Martin; Itoh, Jin-ichi, Nara, Chie, Continuous flattening of orthogonal polyhedral, Proc. of JCDCGG2015, Lecture Note of Computer Science, 9943 (2016), 85-93, 査読あり.
- 8 Itoh, Jin-ichi; Kiyohara, Kazuyoshi, Thread construction revisited, J. Math. Soc. Japan, 68 (2016), 917-938, 査読あり.
- 9 Enomoto, Kazuyuki; Itoh, Jin-ichi, The total absolute curvature and the total absolute torsion of open curves in the Euclidean spaces, Contemporary Mathematics, 674 (2016), 41-48, 査読あり..
- 10 Itoh, Jin-ichi; Nara, Chie: Continuous flattening of truncated tetrahedra, J. Geometry, 107 (2016), 61-75, 査読あり.
- 11 伊藤仁一; 中尾温, ICT を用いた平面幾何学の発見的学習に関するいくつかの事例, 日本教科内容学会誌, 2 (2016), 111-118, 査読あり..
- 12 Itoh, Jin-ichi; Rouyer, Joel; Vilcu, Costin, Moderate smoothness of most Alexandrov surfaces, Internat. J. Math., 26 (2015), 1227-1238, 査読あり.
- 13 Itoh, Jin-ichi; Rouyer, Joel; Vilcu, Costin, On the theorem of the three perpendiculars, Elem. Math., 70 (2015), 71-78, 査読あり.
- 14 Abel, Zachary; Demaine, Erik D.; Itoh, Jin-ichi; Lubiw, Anna; Nara, Chie; O'Rourke, Joseph: Continuously flattening polyhedra using straight skeletons, Computational geometry (SoCG'14), (2015), 396-405, 査読あり.

[学会発表](計 73 件)

- 1 Yuki Kobayashi, Jin-Ichi Itoh and Naoki Katoh, Generation Methods of Panel-Hinge Frameworks Based on Regular Skew Polyhedra, Bridges 2018, July 27, Stockholm, Sweden

[図書](計 1 件)

[産業財産権]

出願状況(計 0 件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
出願年:  
国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
取得年:  
国内外の別:

〔その他〕  
ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1) 研究分担者

研究分担者氏名：瀧澤篤志

ローマ字氏名：(TAKIZAWA Atsushi)

所属研究機関名：大阪市立大学

部局名：大学院生活科学研究科

職名：教授

研究者番号(8桁)：40304133

研究分担者氏名：浪川幸彦

ローマ字氏名：(NAMIKAWA Yukihiro)

所属研究機関名：椋山女学園大学

部局名：教育学部

職名：教授

研究者番号(8桁)：20022676

研究分担者氏名：堀山貴史

ローマ字氏名：(HORIYAMA Takashi)

所属研究機関名：埼玉大学

部局名：理工学研究科

職名：准教授

研究者番号(8桁)：60314530

### (2) 研究協力者

研究協力者氏名：

ローマ字氏名：

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。