

平成 30 年 6 月 11 日現在

機関番号：23903

研究種目：基盤研究(C) (特設分野研究)

研究期間：2015～2017

課題番号：15KT0109

研究課題名(和文) テンセグリティの安定性の組合せ的特徴付けに関する研究

研究課題名(英文) Study on Combinatorial Characteristics of Super-stability of Tensegrity Structures

研究代表者

張 景耀 (Zhang, Jingyao)

名古屋市立大学・大学院芸術工学研究科・准教授

研究者番号：50546736

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：テンセグリティとは、圧縮力を受ける棒材と引張力を受けるケーブルで構成される構造物である。テンセグリティは、トラス構造よりも少ない部材で安定性を保つことができる。テンセグリティに潜んでいる特有力学特性および数学原理は、構造力学分野と応用数学分野でそれぞれ独自の発展がなされており、多岐にわたる分野で応用されている。本研究では、多面体群など高度対称な構造を対象として、その super-stability の特徴付けを解明した。また、super-stability となる位相的組合せパターンを列挙できる位相最適化手法を開発した。更に、組合せ剛性理論を基礎としたその一般的な組合せ的特徴付けの解明に試みた。

研究成果の概要(英文)：Tensegrity is composed of struts in compression and cables in tension. A tensegrity can maintain its stability with less members than a conventional truss. The special properties of tensegrities in mechanics as well as in mathematics have been separately studied in structural mechanics and applied mechanics. And they have found applications in many different disciplines nowadays. In this study, we have clarified the super-stability conditions for some tensegrities with high level of (polyhedral) symmetries; moreover, we have developed some techniques making use of topology optimization to find the possible topology guaranteeing super-stability of a tensegrity; furthermore, we have tried to summarize these results in a more general framework based on combinatorial rigidity theory.

研究分野：建築構造

キーワード：テンセグリティ 安定性 特徴付け super-stability 対称性

1. 研究開始当初の背景

テンセグリティ (Tensegrity = Tension + Integrity) とは、棒材とケーブルで構成された構造物である。テンセグリティは、トラス構造のように直線状の部材で形成されるが、トラス構造に適用される Maxwell の安定性条件による必要な部材数よりも少ない部材で安定性を保つことが可能である。そのため、テンセグリティは最適な構造形式であるとも考えられている。また、テンセグリティは、不静定構造であり、軸力が存在しないとき不安定となる場合が多く、その安定性は部材に予め導入された軸力によって実現される。

テンセグリティの安定性に対する数理解析は、代数的にはリンケージ(グラフ)の実現空間を一般化した実 semi-algebraic 集合の位相構造の解析に、組合せ的にはグラフ上の(有向)マトロイド構造等の特徴付けに対応しており、それ自体が興味深い数学的研究対象としても認識されている。さらにテンセグリティに潜んでいる特異な力学特性および数学原理は、多岐にわたる分野で応用されている。たとえば、建築分野において大スパン構造、機械工学においてはロボット、宇宙工学において展開構造、生体医工学において人体骨格、生命科学において細胞の形態解析、材料科学においてパッキング問題、情報分野においてセンサーネットワークの位置同定など多くの応用例がある。

テンセグリティに圧縮力(棒材)と引張力(ケーブル)両方が存在するため、通常のトラス構造に適用される手法では必ずしも安定性が導かれぬ。そのため多くの研究者が通常の安定性(stability、剛性: rigidity)より強い条件である super-stability に着目し研究を行っている。

Super-stability は Connelly によって Cauchy の剛性定理の別証の際に導入された数学概念であるが、super-stability を有する現実のテンセグリティは張力のレベルおよび材料特性に依存せず制作(施工)誤差にも不敏感である事から、力学分野において極めて重要な性質である事が認知されている。また近年では階数条件付き半正定値計画問題の多項式時間可解性に関連して導入された普遍剛性の概念と super-stability が密接に関連する事が Gortler と Thurston によって明らかにされ、数理解・最適化研究においても重要な基礎概念である事が再認識されている。

現在のところテンセグリティに対する研究は、構造力学分野と応用数学分野でそれぞれ独自の発展がなされている。特に、構造力学分野においては応用に現れる特定の構造物に主眼が置かれており、一方で応用数学分野においては節点の代数的独立性等の応用にそぐわない仮定のもとでの理論構築が行われており、応用・理論研究の乖離は大きいのが現状である。

2. 研究の目的

テンセグリティの安定性については、応用数学者が剛性理論を、構造力学研究者が安定理論を用いて、それぞれ独自の研究を展開してきた。本研究のメンバーは、各自の分野において、テンセグリティやそれに関連する剛性理論の研究を長年続け、以下のような顕著な成果をあげている。

□張らは、テンセグリティの super-stability に関する一般的必要条件および十分条件を誘導した。また、高度対称のテンセグリティに対して、群の表現論に基づいた super-stability の解析的調査法を提案した。更に、二面体群対称と四面体群対称を有する単一節点軌道のテンセグリティが super-stability となるための組合せ論的特徴を特定した。

□寒野らは、構造物の位相最適化手法を用いて、多様な形状をもつ安定なテンセグリティを生成する手法を提案した。

□谷川らは、3次元グラフ構造(軸力が存在しないテンセグリティの特例)の一般剛性の組合せ的特徴付け問題に対し、分子剛性予想の肯定的解決等の成果を上げ、さらに対称な構造への理論展開を行っている。

本申請課題のメンバーは、構造力学と応用数学における既存研究の乖離に共通の問題意識を有している。特に構造力学分野において研究されている特殊なテンセグリティの super-stability は数学分野で展開されている理論では説明できないものが多数ある。本課題では、テンセグリティの super-stability の包括的理論構築を目標とする。

3. 研究の方法

本研究では、幾つかの代表的例題の詳細な代数・組合せ的解析、最適化手法を利用したパターン列挙、一般理論への抽象化の三つの作業を繰返し行う事で、テンセグリティの super-stability に関する理論構築を目指す。具体的には下記の課題に取り組む事で目標の達成を図る。

1. 高度対称な構造の super-stability の特徴付け: 既往研究では、単一節点軌道を有する対称テンセグリティを対象としてきた。本研究では、複数節点軌道をもつ対称テンセグリティを対象とし、群の表現論を利用して super-stability に関する解析的調査手法を提案し、その組合せ論的特徴付けを解明する。

2. 位相最適化による super-stability の特徴付け: 一定数の節点をもつテンセグリティを研究対象とし、全ての super-stability となる位相的組合せパターンを列挙できる位相最適化手法を開発する。

3. super-stability の一般の組合せ的特徴付け: 上記の1と2で得られた特定のテンセグリティの super-stability 条件を整理し、組合せ剛性理論を基礎としたその一般的な組合せ的特徴付けを解明する。

4. 研究成果

- 単一節点軌道をもつ二面体群対称の prismatic テンセグリティに対して、その super-stability となる必要条件を誘導した。(張)
- 古典的 prismatic テンセグリティ構造に新たな部材を追加し、その自己釣合いに必要な解析的条件を誘導した。(張)
- 六面体および八面体対称性を有するテンセグリティ構造の自己釣合いおよび super-stability に関する解析的条件を誘導した。(張)
- テンセグリティ構造は、super-stable にならない場合に、多重安定性をもつ可能性がある。フォーストラット星形テンセグリティ構造の多重安定性挙動への影響因子について、三つのパラメータ(初期軸力密度、ケーブル剛性、高さ半径の比)を変化させることによりその多重安定性挙動への影響を考察した。その中で、初期軸力密度が最も重要なパラメータであることを特定した。(張)
- 実際のテンセグリティの設計においては、圧縮材の自重の影響が無視できない。自重を考慮したテンセグリティの最適設計の基礎的な検討として、トラスに対する手法を開発した。また、大規模なテンセグリティ構造の釣合い解析に対する数値手法を開発するための基礎的な検討として、大規模弾塑性トラスに対する手法を開発した。(寒野)
- テンセグリティの初期段階の設計においては、節点の数を指定したトラスの位相最適化手法が応用できると考えられる。そこで、大規模なテンセグリティの設計にも応用可能な手法として、交互方向乗数法に基づく発見的解法を開発した。一方で、実際のテンセグリティの設計では、圧縮材の自重の影響を考慮する必要もある。このため、前年度から開発してきた自重の下でのトラスの位相最適化問題に対する厳密解法をもとに、節点数の制約も組み込んだ解法を開発した。(寒野)
- 球面空間内のテンセグリティに対して、odd-K4 をマイナーとして含まない場合は、必ず2次元空間へ折りたたみ可能であることを証明した。更に、odd-K4 マイナーフリーな球面テンセグリティに対し、super-stability の組合せ的特徴付けを与えた。(谷川)
- 多面体の剛性は、剛性理論において最も重要な研究課題の一つである。Cauchy の剛性理論によって、単体的凸多面体は剛であることは広く知られている。一方で、一般的な単体的凸多面体は大域剛にならないことが Hendrickson によって指摘されていた。ここで、単体的凸多面体に蝶番を追加した構造を考え、大域剛性のための必要十分条件を導出した。更に、

そのような構造のグラフが super-stable テンセグリティとして常に実現可能であることを証明した。(谷川)

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計12件)

1. Y. Kanno, S. Fujita: Alternating direction method of multipliers for truss topology optimization with limited number of nodes: a cardinality-constrained second-order cone programming approach. *Optimization and Engineering*, 19(2), pp.327-358 (2018)
2. P. Liu, J.Y. Zhang and M. Ohsaki, New 3-bar prismatic tensegrity units, *Composite Structures*, 184, pp. 306-333, 2018.
3. Kanno, Y., & Yamada, H. (2017). A note on truss topology optimization under self-weight load: mixed-integer second-order cone programming approach. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 56(1), 221-226.
4. Tanigawa, S. (2017) Singularity degree of the positive semidefinite matrix completion problem, *SIAM Journal on Optimization*, 27, 986-1009
5. Jordan, T and Tanigawa, S. (2017). Global rigidity of triangulations with braces. EGRES technical report 2017-06.
6. 岡野正暉, 張景耀, フォーストラット星形テンセグリティ構造の多重安定挙動への影響因子に関する考察, 構造工学論文集 Vol. 63B, pp. 113-118, 2017年.
7. 張景耀, 大崎純, 動的緩和法による複雑なテンセグリティ構造の形状決定法, 日本建築学会構造系論文集, 第81巻(第719号), pp. 71-77, 2016年.
8. Tanigawa, S. (2016). The Signed Positive Semidefinite Matrix Completion Problem for Odd-K4 Minor Free Signed Graphs. arXiv preprint arXiv:1603.08370.
9. Kanno, Y. (2016). A fast first-order optimization approach to elastoplastic analysis of skeletal structures. *Optimization and Engineering*, 17(4), 861-896.
10. J.Y. Zhang and M. Ohsaki, Free-form design of tensegrity structures by combination of non-linear analysis and optimization techniques, *Spatial Structures*, Vol. 29, No. 3, pp. 92-96, 2015.
11. B.S. Gan, J.Y. Zhang, K.D. Nguyen and E. Nouchi, Node-based genetic form-finding of irregular tensegrity structures, *Computers and Structures*, Vol. 159, pp. 61-73, 2015.
12. M. Ohsaki and J.Y. Zhang, Nonlinear programming approach to form-finding and folding analysis of tensegrity structures using fictitious material properties,

International Journal of Solids and Structures, Vol 69-70, pp. 1-10, 2015.

〔学会発表〕（計10件）

1. Y. Kanno: Mixed-integer second-order cone programming for truss topology optimization with self-weight load and limitation on number of nodes. IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEE IEEM2017), pp. 1009-1012, Singapore, December 10-13, 2017.
2. Y. Kanno, S. Fujita: A heuristic for truss topology optimization under constraint on number of nodes. International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Annual Symposium - Interfaces: Architecture, Engineering, Science, paper #9455, Hamburg, Germany, September 25-28, 2017.
3. 寒野 善博, 山田 裕通: 混合整数2次錐計画による自重を考慮したトラス構造の位相最適化手法. 日本建築学会大会学術講演会 (B1), No.20189, August 31-September 3, 2017, 広島.
4. 寒野 善博, 藤田 慎之輔: 交互方向乗数法によるトラスの節点数制約つき位相最適化. 第27回設計工学・システム部門講演会, 日本機械学会, September 13-15, 2017, 下関.
5. S. Tanigawa, Global rigidity of triangulations with braces. 10th Japanese-Hungarian Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications, Budapest, Hungary, May, 2017.
6. M. Okano and J.Y. Zhang, Super-stability of symmetric prismatic tensegrity structures based on group representation theory, Proc. International Association for Shell and Spatial Structures, Tokyo, Japan, Sep., 2016.
7. Y. Kanno, Accelerated proximal gradient method for equilibrium analysis of elastoplastic spatial truss structures, Proc. International Association for Shell and Spatial Structures, Tokyo, Japan, Sep., 2016.
8. Shinichi Tanigawa, Universal rigidity, singularity degree, and metric polytopes of signed graphs, ICMS: Geometric rigidity theory and application, Edinburgh UK, 2016.
9. 岡野正暉, 張景耀: 二面体群対称であるフォーストラット Multi-stable Star-shaped テンセグリティ構造の特性に関する考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集(九州), 2016.
10. 岡野正暉, 張景耀: 対称性を利用した角柱状テンセグリティ構造の安定性に関する研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集(関東), pp. 109-112, 2015.

〔図書〕（計0件）

〔産業財産権〕

- 出願状況（計0件）
- 取得状況（計0件）

〔その他〕

ホームページ等

<http://zhang.AIStructure.net/links/tensegritylinks/>

6. 研究組織

(1)研究代表者

張 景耀 (ZHANG, Jingyao)
名古屋市立大学・大学院芸術工学研究科・
准教授
研究者番号: 50546736

(2)研究分担者

寒野 善博 (KANNO Yoshihiro)
東京大学・大学院情報理工学系研究科・教
授
研究者番号: 10378812

(3)研究分担者

谷川 眞一 (TANIGAWA Shin-ichi)
東京大学・大学院情報理工学系研究科・准
教授
研究者番号: 30623540