

平成 21 年 6 月 2 日現在

研究種目：特定領域研究
 研究期間：2004 ～2007
 課題番号：16092212
 研究課題名（和文） グラフ構造を有する問題に対する近似アルゴリズムの設計
 研究課題名（英文） Design of Approximation Algorithms for the Problems
 with Graph Structure
 研究代表者
 永持 仁 (Nagamochi Hiroshi)
 京都大学・情報学研究科・教授
 研究者番号：70202231

研究成果の概要：

通信網，電力網，交通網，VLSI の配線，スケジューリング問題，地理情報システム等の多くのシステム工学的，情報工学的諸問題に対するアルゴリズムを設計する場合には，これらを離散最適化問題として定式化することで，問題の持つ計算の複雑さの解明や高度な数学的解法の適用が可能となる．本研究では，グラフアルゴリズムを中心的な道具として，離散最適化問題に対する理論保証付きアルゴリズムの開発を行うとともにパッキング問題に対しては実際に難しい例題を効率よく解くソルバーの開発を行った．

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2004 年度	2,100,000	0	2,100,000
2005 年度	1,600,000	0	1,600,000
2006 年度	1,600,000	0	1,600,000
2007 年度	1,600,000	0	1,600,000
年度			
総計	6,900,000	0	6,900,000

研究分野：グラフ・ネットワーク理論，離散最適化

科研費の分科・細目：

キーワード：グラフアルゴリズム，連結度，ネットワーク設計，最適化，

配送スケジューリング，近似アルゴリズム，パッキング，グラフ描画

1. 研究開始当初の背景

(1) 複雑な要求条件を含む現実の問題を離散最適化問題として定式化した場合，分岐限定法や整数計画法といった離散最適化の汎用アルゴリズムしか適用できず，このままでは計算効率のよいアルゴリズムを得ることはできない．一方，遺伝アルゴリズム，シミュレーテッド・アニーリング法，タブーサーチ法などの計算の発見的手法に基づくソフトウェアも開発されているが，常に良質な答えを出力するという理論的な保証はなされていない．そこで，常に，最適解に対する

近似の程度が理論的に抑えられているような答えを出力する，理論保障付き近似アルゴリズムの開発が望まれていた．

2. 研究の目的

(1) 本研究では，当該研究者が研究業績を残してきたグラフアルゴリズムを中心的な道具として，離散最適化問題に対する理論保証付きアルゴリズムの開発を行う．対象とする問題は，グラフの問題に限らず，グラフ論的手法の適用できる種々の問題を含む．これら

の問題に対し、グラフアルゴリズムの適用によって近似アルゴリズム設計を行う。さらに、開発された近似手法を系統的に整理し、一般的なアルゴリズムの設計原理の発見を目指す。

3. 研究の方法

(1) 離散最適化の理論、グラフアルゴリズムの理論、近似アルゴリズムの設計例、アルゴリズム高速化のためのデータ構造などについて調査を行う。これらを系統的に整理し、近似アルゴリズムのための数学的手法の分析を行う。このうえで、研究代表者の開発してきたグラフアルゴリズムや近似アルゴリズムをさらに発展させて新しい問題を解くための議論を行う。一方で、これまで開発してきたものを含め、提案するアルゴリズムの計算機上での実装を行い、その性能評価を行う。この結果をもとに、近似性能や計算速度の理論的評価と実データでの性能の開きを分析し、アルゴリズムの改良を検討していく。

4. 研究成果

(1) グラフ連結度を計算するアルゴリズムの高速化

① 最小(s, t)-カットアルゴリズム：

有向グラフに対し、無向グラフへの

「近さ」を表す尺度を導入し、無向グラフに近い有向グラフに対しては無向グラフに対するグラフ疎化法を用いた高速最大流アルゴリズムが適用できることを示した。

有向グラフ $D=(V, E)$ の無向グラフへの

近さの指標 μ は各点での入次数-出次数の総和の総和で定義される。

このとき提案するアルゴリズムは小さな μ を持ちかつ密であるような有向グラフに対しては従来法よりも優れた性能を発揮する。

② 点連結度アルゴリズム：

本研究では、最大隣接順序によるグラフ疎化法を Henzinger の点連結度アルゴリズムに適用することにより従来よりも少ない計算量で、点連結度 \leq 最小次数/2 の場合に最小点カット（点連結度を達成している点カット）を出力し、そうでない場合は点連結度 $>$ 最小次数/2 というメッセージを出力する。

(2) グラフの分割問題

正整数 k が与えられ、グラフの節点集合を k 個の部分集合に分割したとき、異なる部分集合間にまたがる辺の集合を k -分割カット (k -way cut, k -cut) と呼ぶ。

目的関数は、 k -分割カットに含まれる辺の本数、あるいは、辺に重みが付与されている場

合には、 k -分割カット内の辺の重み和とし、これを最小にすることが問題の目的である。

① 最小コスト k -カット問題に対する厳密アルゴリズム：

一般の $k > 6$ に対し最小 k -カットを厳密に求めるためのアルゴリズムの計算量の改善について研究を行った。

与えられた最小 k -カットの問題例を高々 n の $O(2k-5)$ 乗個の最小 $k/2$ -カットの問題例に帰着できることを証明し、この事実に基づく分割統治法型のアルゴリズムを設計した。

この結果、初めて最小 k -カットを厳密に求める決定性アルゴリズムの計算量を n の $O(k)$ 乗に軽減することに成功した。

② 最小コスト k -カット問題に対する近似アルゴリズム：

最小 k -分割の 2 倍近似解を求める計算時間を極値点集合を計算することで $O(mn+n^2 \log n)$ に減らせることを示した。

(3) ネットワーク設計

与えられた連結度要求を満たすネットワークを構築する問題は、

代表的なネットワーク設計問題の一つであり、これまでも活発に研究されている。

本研究では、いくつかのネットワーク設計問題に対して精度保証付き近似アルゴリズムを開発した。

① グラフの局所 2 点連結増大問題：

本研究では局所 2 点連結化問題に対して $4/3$ -近似アルゴリズムが設計できることを示した。

与えられた単純連結グラフ $G=(V, E)$ および 2 点対の集合 R に対して、何本かの新しい枝をグラフ G に付与して R の各 2 点対間の局所点連結度を 2 以上にすることを考える。

このとき加える枝の本数を最小にすることが目的である。

この問題に対しては $3/2$ -近似アルゴリズムが知られていたが本研究では問題に対する下界の導き方を精密化することで最適な付加枝集合の大きさの高々 $4/3$ 倍の解を求める線形時間アルゴリズムの設計に成功した。

② 次数制限付きネットワーク設計問題：

我々は、2 節点間の枝連結度要求 r と節点の次数の上下限 a, b を満たす

コスト最小多重グラフを構築するネットワーク設計問題を考え、

r, a, b がある条件を満たすいくつかの場合に対して近似アルゴリズムを与えた。

具体的には、任意の 2 点 u, v に対し $r(u, v) \geq 2$ が成立し、さらに、次数上限 a が常に一

定値であるか、もしくは各点 v の次数下限が $b(v)=0$ を満たすときに對し、我々は $(2+2/\min\{r(u,v) \mid u,v \in V\})$ -近似アルゴリズムを与えた。

また、任意の2点 u, v に対し $r(u,v)=k$ であり、各点 v で $a(v)=b(v)$ の場合に對しては、 k が偶数の場合、近似度 2.5 、 k が奇数の場合、近似度 $2.5+1.5/k$ を達成するアルゴリズムを提案した。

(4) 図形処理に関する問題

① 2階層描画問題：

本研究では、1層固定の2階層描画に對して近似精度を 1.4664 に大きく改善することに成功した。

提案法は、交差点数最小化問題に對する確率的なアルゴリズムの設計を

平面上のある種の図形の最適設計問題に変換するという独特な議論に基づいている。

提案法は $O(n \log n)$ 時間で実行できるラスベガス型確率アルゴリズムであるが、これを脱ランダム化し決定性の 1.4664 近似アルゴリズムが得られることも示している。

しかし、2階層（2同心円）の場合に、すべての節点の位置が固定されているとき、交差点数を最小化する枝の描画を求める問題は、2円で囲まれたドーナツ状の内部で各枝に對しその両端点を結ぶ曲線をどのように描くかを問うだけになるが、現時点でこの問題が NP-困難かどうか知られていない。

我々、この問題に對しては3倍近似アルゴリズムが存在することを示し、さらにひとつの円の周上の節点の位置のみ変更を許す問題の場合には15倍近似アルゴリズムを設計することに成功している。

② 非凸直線描画：

我々は、平面グラフが3点連結であれば外周面を星型多角形に固定しても内部凸描画が存在することを示し、そのような描画を線形時間で構築するアルゴリズムを設計した。

③ 面積付き平面グラフの直交描画問題：

各面に描画時に使うべき面積が指定されている平面グラフから、凹角数の少ない直交描画を得るアルゴリズムを示した。

(5) 図形パッキング問題

平面図形を矩形の容器内にパッキングする問題に對して、厳密解法とヒューリスティックの両方のアプローチからアルゴリズムの設計を進め、以下の成果を得

ている。

矩形パッキング問題とは、与えられた複数の矩形を、互いに重なり合うことなく

目的関数値が最小となるように平面上に配置する問題である。

多角形パッキング問題とは、平面図形の配置問題の一つであり、与えられた複数の多角形を長方形の形状をした容器の内部に互いに重複しないように配置する問題である。

① 矩形パッキング問題：

この問題は、与えられた複数の矩形を、互いに重なり合うことなく目的関数値が最小となるように平面上に配置する問題である。

矩形パッキング問題に對して分枝限定法に基づき高速なソルバーを開発した。

②多角形の詰め込み問題とは、平面図形の配置問題の一つであり、与えられた複数の多角形を長方形の形状をした容器の内部に互いに重複しないように配置する問題である。

多角形パッキング問題に對し、制約なし非線形計画問題を利用することでそれぞれ高速なソルバーを開発した。

③ Multi-sphere Scheme：

自由回転を許した2次元または3次元の物体同士のパッキング問題を解く汎用的なアルゴリズムの開発に取り組んでいる。

2次元物体が円、3次元物体が球の場合には、物体同士の重なりは相対距離のみにより決まることに着目し、与えられた物体を円（または球）の集合で近似し、得られた円集合をパッキングする問題に変換するアプローチを見出し、Multi-sphere Scheme と呼ぶパッキングアルゴリズム設計スキームを提案した。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計10件）

① J. Uchida, Y. Karuno, H. Nagamochi：

Scheduling capacitated one-way vehicles on paths with deadlines, SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, Vol. 2, No. 1, pp. 20-26. (2009) 査読有

② T. Inamichi, H. Nagamochi：

Performance analysis of a collision detection algorithm of spheres based on slab partitioning, IEICE Transactions, 91-A (9), 2308-2313, (2008). 査読有

- ③Y. Nakao, H. Nagamochi : Worst case analysis for pickup and delivery problems with transfer, IEICE Transactions, 91-A(9), 2328-2334, (2008). 査読有
- ④H. Nagamochi, T. Ohnishi : Approximating a vehicle scheduling problem with time windows and handling times, Theoretical Computer Science, 393 (1-3): 133-146 (2008). 査読有
- ⑤T. Fukunaga, H. Nagamochi : Approximating minimum cost multigraphs of specified edge-connectivity under degree bounds, J. Operations Research Society of Japan, vol. 50, no. 4, pp. 339-349, (2007) 査読有
- ⑥Nagamochi : Computing a minimum cut in a graph with dynamic edges incident to a designated vertex, Inst. Electron. Inform. Comm. Eng. Trans. Fundamentals vol. E90-D, no. 2, pp. 428-431, (2007) . 査読有
- ⑦H. Nagamochi : Packing soft rectangles, International Journal of Foundations of Computer Science, vol. 17, no. 5, pp. 1165-1178. (2006) 査読有
- ⑧H. Nagamochi : Sparse connectivity certificates via MA orderings in graphs, Discrete Applied Mathematics, vol. 154, pp. 2411-2417. (2006) 査読有
- ⑨H. Nagamochi : A fast edge-splitting algorithm in edge-weighted graphs, Inst. Electron. Inform. Comm. Eng. Trans. Fundamentals, vol. E89-A, no. 5, pp. 1263-1268. (2006) 査読有
- ⑩H. Nagamochi : Increasing the edge-connectivity by contracting a vertex subset, IEICE Transactions on Information and Systems, vol. E89-D, no. 2, pp. 744-750. 2006 査読有

[学会発表] (計 5 件)

- ①A. Kawaguchi : Orthogonal drawings for plane graphs with specified face areas, The 4th Annual Conference on Theory and Applications of Models of Computation (TAMC07) Shanghai, China, May 25, 2007, Lecture Notes in Computer Science, volume 4484, 2007, 584-594. 2007 査読有
- ② E. Morsy: An improved approximation algorithm for capacitated multicast routings in networks,

Proc. of International Symposium on Scheduling 2006 (ISS2006) July 18, 2006 in Arcadia Ichigaya, Tokyo, Japan, pp. 12-17. 査読有

- ③ T. Fukunaga: Network design with edge-connectivity and degree constraints, Fourth Workshop on Approximation and Online Algorithms (WAOA06) 14 September 2006, ETH Zurich, Zurich, Switzerland, Lecture Notes in Computer Science, volume 4368, 2007, 188-201. 査読有
- ④ S.-H. Hong: Convex drawings with non-convex boundary, The 32nd International Workshop on Graph-Theoretic Concepts in Computer Science (WG 2006) Bergen, Norway June 22, 2006, Lecture Notes in Computer Science, vol. 4271, Springer-Verlag, pp. 113--124, 2006. 査読有
- ⑤Y. Karuno : Minimizing capacitated tree covers of graphs, Third International Conference on Innovative Applications of Information Technology for the Developing World (Asian Applied Computing Conference (AACC 2005)) 10 December 2005, Nepal. 査読有

[図書] (計 1 件)

- ①Hiroshi Nagamochi, Toshihide Ibaraki : Algorithmic Aspects of Graph Connectivities (Encyclopedia of Mathematics and Its Applications) Cambridge University Press, 2008. 392pages 査読無

6. 研究組織

(1) 研究代表者

永持仁 (Nagamochi Hiroshi)
京都大学・情報学研究科・教授
研究者番号 : 70202231

(2) 研究分担者

軽野義行 (Karuno Yoshiyuki)
京都工芸繊維大学・工芸科学研究科・准教授
研究者番号 : 80252542

宇野裕之 (Uno Yushi)
大阪府立大学・理学系研究科・講師
研究者番号 : 60244670

趙亮 (Zhao Liang)

京都大学・情報学研究科・講師
研究者番号：90344902

山崎浩一 (Yamazaki Koichi)
群馬大学・工学研究科・准教授
研究者番号：00246662

(3)連携研究者
()

研究者番号：