

令和 2 年 6 月 26 日現在

機関番号：22604

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2016～2019

課題番号：16H03123

研究課題名(和文) マルチカーブ環境における金利デリバティブの価格付け理論の再構築とその応用

研究課題名(英文) Reformulation of pricing

研究代表者

室町 幸雄 (MUROMACHI, YUKIO)

首都大学東京・経営学研究科・教授

研究者番号：70514719

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 13,320,000円

研究成果の概要(和文)：マルチカーブ環境下におけるデリバティブの価格付けの基礎理論を、既存のシングルカーブ環境下の理論をもとに再整理した。さらに、その整理に基づいて、OISとLIBORのツーカーブモデルを使いやすい形で提案した。また、マルチカーブ化と由来を同一にする初期証拠金の価格への影響に関する基礎研究を進めたほか、マルチカーブモデルへの適用を前提に、金利感応度の高い金融商品の価格付け、確率ボラティリティモデルの近似手法、レジーム遷移を考慮した確率金利モデルなどについても検討した。さらに、マルチカーブ化の一要因として考えられる流動性リスクに関して、流動性リスクの市場価格を分析するフレームワークを提案した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

既存のマルチカーブ環境下の価格付け理論を再整理したが、再整理は学術分野では評価されにくいいためか未だ掲載に至っていない。しかし、研究分担者の木島が執筆したテキストには再整理の結果と応用が詳細に記載されており、実務の方々にマルチカーブの理論をわかりやすく紹介したことの意義は大きい。また、提案したOISとLIBORのツーカーブモデルはLIBOR-OISスプレッドが負にならないという特性を持ち、実務的に重要な提案であると考えている。さらに、基礎理論だけでなく、関連する研究も幅広く行った。まだマルチカーブ理論に応用できていない研究成果も、将来的には繋がり貢献できると考えている。

研究成果の概要(英文)：Based on the theory under the single interest-curve environment, basic theories for pricing derivatives under the multi-curve environment was reconsidered and reconstructed. Moreover, based on the reconstructed theory, a tractable and useful two-curve model for OIS and LIBOR curves was proposed. Additionally, the initial margin valuation adjustment (IMVA), which is derived from the same reason for generating the multi-curve environment, was also studied. We also studied some other themes, such as pricing interest-rate sensitive products, approximation methods under stochastic volatility models, stochastic interest rate model with a regime-switching property, and so on. And, we proposed a framework for analyzing the market price of liquidity risk, which is considered as one reason for generating the multi-curve environment.

研究分野：金融リスク管理

キーワード：ファイナンス デリバティブの価格付け 担保付取引 マルチカーブ

1. 研究開始当初の背景

2007年頃に顕在化した米国のサブプライムローン問題に端を発した金融危機は金融実務に多くの影響を与えた。相対取引では信用リスクや流動性リスクが強く認識されるようになり、デリバティブ取引ではISDA (International Swap and Derivatives Association) マスター契約に付随した担保契約であるCSA (Credit Support Annex) が標準として世界中に広まり、現在に至っている。担保契約では、デリバティブの時価に応じた適当な額の担保を差し入れることでカウンターパーティ・リスク (取引相手の信用リスク) を軽減するが、ここで担保の受入側が提供側に支払う金利がON (Over Night) 金利で、ON金利を変動金利とするスワップの固定金利がOIS (Overnight Index Swap) レートである。金融危機以前には、LIBOR (London InterBank Offered Rate) レートは同期間のOISレートとほぼ同じ値をとり、理論上それらはリスクフリーレートとして同等に扱われてきたが、金融危機時にLIBORレートはOISレートから大幅に乖離した。危機以降は乖離幅こそ縮小したものの、OISレートとLIBORレートには恒常的に乖離が見られるようになった。さらに、同一満期のスワップレートでも年2回払いと年4回払いでは金利が異なるなど、テナー (利払間隔) が異なると金利が異なるという状況が、当時と変わらず現在まで続いている。

このように複数のイールドカーブが同時に存在しても、理論上は信用リスク・流動性リスクの理論を用いれば無裁定の議論を構築できることは当時から指摘されていたが、数理的な取り扱いが非常に複雑になる。そのため、実務の現場では最初から複数のイールドカーブの存在を認める経験的なアプローチ (マルチカーブ・アプローチ) が使われていた。従来の価格付け理論 (シングルカーブ・アプローチ) では、テナーの異なるOISレートもLIBORレートも唯一つのゼロレートカーブ (割引債の最終利回りの期間構造曲線) をもとに構築され、将来の変動金利も、現在価値への割引に使う金利もそのカーブをもとに導出される。一方、マルチカーブ・アプローチでは、将来の変動金利は原資産となる金利カーブをもとに導出され、現在価値への割引は必ずしも原資産と同じとは限らない金利カーブを用いて行われる。

当時、マルチカーブ・アプローチに関する既存文献には実務の説明や実務と整合的な考え方の解説は存在した (例えばBianchetti (2013)) が、どれも金利性資産に関しては明記しておらず、観測確率のもとにおける確率金利モデルから議論を起こして無裁定価格の導出までを精緻に議論した学術論文は見当たらなかった。また、多くの既存文献では、perfect collateral case (デリバティブの現在価値と同額の担保を差し入れる場合) のとき、リスク中立確率下ではリスク性資産の瞬間的な期待収益率がLIBORのshort rateになると結論付けているが、少なくともcollateral account やデリバティブの期待収益率はOISのshort rate でなければならず、この違いは明確に説明されていなかった。そもそも複数のイールドカーブの存在と金利デリバティブの無裁定価格理論の整合性は理論的に議論されていなかった。このような現状に気付いた我々は、マルチカーブ環境と整合的なデリバティブの価格付け理論の再検討を進め、その成果をKijima and Muromachi (2015) にまとめた。その議論によると、任意のデリバティブは原資産、collateral account、funding account により複製可能であり、リスク中立確率はGirsanovの定理を用いて明確に定義され、リスク中立確率下の瞬間的な期待収益率は各資産のレポレートとして統一的に解釈できるので、資産による違いも説明できる。さらに、フォワード中立確率はニューメレルと担保比率の選択に依存して多様化し、フォワード中立化法による価格公式には一般に補正項が現れることも導出された。これらの成果はどれも新規性のある指摘であり、特にフォワード中立化法の価格公式に現れる補正項の存在は、実務で使われてい

る理論や価格に重要な変更を及ぼす可能性を示唆していると考えた。

2. 研究の目的

本研究の目的は、複数のイールドカーブ（具体的にはOISカーブやLIBORカーブで、LIBORはテナーごとに異なる複数のカーブ）が存在するマルチカーブ環境のもとにおけるデリバティブの無裁定な価格付けのフレームワークを再構築することである。中でも、学術的に精緻な議論が見られない金利デリバティブの価格付けに焦点を当てて議論する。具体的には、観測確率のもとにおける確率過程から議論を始め、各種の確率金利モデル（スポットレートモデル、フォワードレートモデル、マーケットモデル）による金利デリバティブの価格付け理論を、金融危機以前のシングルカーブ環境下における理論と比較しながら、それらと同等以上の水準で再構築する。

マルチカーブは市場参加者のリスクに対する認識の向上と精緻化、そして市場慣行の変化により出現したものと考えられるので、研究対象を基礎理論に限定することなく、同様の理由から生じた現象についても検討する。また、マルチカーブ環境下での活用を想定できるさまざまな金融工学技術についても検討を進める。

3. 研究の方法

基礎理論に関する研究方法は、シングルカーブの理論を参考に再検討する。具体的には、観測確率のもとにおける資産価格や金利の確率過程から議論を始め、リスクの市場価格を用いたリスク中立確率への測度変換を明確に定義して、リスク中立化法による価格式を導出し、さらに、フォワード中立化法による価格式を得た。さらに、フォワードレートモデルの一般論であるHJMモデルと同様の議論を展開することでマルチカーブ環境下におけるフォワードレートモデルについて議論し、さらにマーケットモデルへと展開した。具体的なモデルの提案に関しては、マイナス金利環境も考慮して、OIS金利やLIBORはマイナスにもなりえるが、LIBOR-OISスプレッドは非負となるモデルを提案し、基礎的なデリバティブの価格式を算出することで、マーケットデータからのカリブレーションのために必要な情報も提供した。

マルチカーブの周辺のさまざまな研究に関しては、特に、デリバティブの初期証拠金の価格付けへの影響（Initial Margin Valuation Adjustment, IMVA）に関しては、実務ではISDAが提案したSIMMが広く普及しつつあるが、それとは別に理論的に検討を進めた。その検討結果とSIMMによる結果を数値的に比較していけば、SIMMの特徴、長所短所を明らかにすることができて、今後のSIMMの普及やSIMMを越える評価モデルの検討にも繋がられると考えた。他の関連している研究に関しては、それぞれの研究テーマに沿って異なる方法で検討を進めた。

4. 研究成果

室町と木島は、本研究課題の核心となるテーマについて2つの論文を執筆した。第一論文では、任意のデリバティブが原資産, collateral account, funding accountにより複製可能であること、リスク中立確率はGirsanovの定理を用いて明確に定義され、リスク中立確率下の瞬間的な期待収益率は各資産のレポレートとして統一的に解釈できることを示し、さらに、フォワード中立確率はニューメーラールと担保比率の選択に依存して多様化し、フォワード中立化法による価格公式にはシングルカーブ時の形式に補正項が現れうることを導出した。第二論文では、具

体的な金利デリバティブの評価モデルの例として、OIS レートと LIBOR レートのツーカーブモデルを考案した。OIS レートは負の金利もありえるのでガウシアンモデルを採用し、LIBOR-OIS スプレッドは理論的に非負と考えられるので、負にならない quadratic ガウシアンモデルを設定し、キャップやフロアーといった基本的な金利デリバティブの解析的な価格式を導出して、それらの数値例を示した。

これらの論文を海外学術雑誌に投稿したところ、第一論文に関しては、一般化や実務的な解釈の提案といった貢献に対して査読者の評価が得られず、未だ掲載に至っていない。そのため、第一論文を前提に書かれた第二論文についても同様の状態が続いている。しかし、実務的には有益な貢献をすることができた。木島は、リーマンショック以後の金融工学の変化を書籍としてまとめ、その中でマルチカーブの理論について詳細に説明した。特に、実務で取り扱いに混乱のあった通貨スワップの理論に関して詳細に整理した。

関連研究に関しては、さまざまな方向に研究が進展した。

木島は、マルチカーブの要因として有力な流動性リスクに関して、流動性リスクの市場価格を分析するフレームワークを提案し、日経先物市場で分析を行った結果を英文学術雑誌に投稿して掲載された。また、木島は自身で提案した近似手法をVWAPオプションやフラクショナルブラウン運動に適用して、極めて精緻な近似法を開発したほか、価格インパクトがオーダーフロアのS字形となるモデルを構築し、実証分析により説明力の高いモデルであることを示した。これらは実務的な応用範囲の広い研究成果であり、特に前者の成果はそのままマルチカーブモデルへ適用することも可能と考えている。

室町は、マルチカーブ環境下で注目されているデリバティブの初期証拠金の価格付けへの影響 (Initial Margin Valuation Adjustment, IMVA) の研究を進めた。既存研究は評価モデルの構築に走り過ぎて基礎的分析が欠けていると考えて、IMVAの基礎的性質を理論的に分析した。また、株式デリバティブをもとに初期証拠金価値の定式化を行い、簡単なモデルを用いた数値計算を行ってIMVAの基本的な特性を明らかにした。例えば、デリバティブの満期によってはデルタリスク (原資産価格の変動リスク) だけでなくベガリスク (ボラティリティの変動) も寄与が大きくなることや、初期証拠金計算のために必要となる将来のリスク量 (ここではVaRを想定) の期間構造の数値例を示し、推定手法による結果の違いなどを指摘した。それらの成果はとりまとめて英語論文として投稿する予定である。また、確率的な金利過程が複数のレジーム (局面) を遷移しながら変動していく金利過程を用いたリスク計測モデルを考案し、学術論文として投稿した。これは過去の金利データの特徴を捉えたモデルであり、金融機関が抱えるさまざまな負債の金利リスク評価にも広く適用しうるもので、今後はマルチカーブ環境下の影響についても検討する予定である。また、プリペイメント率と金利の長期的な変動性に着目した、金利依存性の高いキャッシュフローをもつ金融商品の価格付けモデルを提案したが、これもマルチカーブ環境にも適用可能と考えている。さらに、証券化商品の市場価格から信用リスクに関するモデルパラメータを推定することで、ストレスシナリオに対応するような極端な損失発生事象も評価できるポートフォリオの金利・信用リスク計測モデルを提案したところ、国内学術雑誌に掲載が確定した。このモデルのマルチカーブ環境への適用についても今後検討する。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計11件（うち査読付論文 8件 / うち国際共著 1件 / うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 室町幸雄	4. 巻 -
2. 論文標題 コピュラを用いたCDO価格付けモデルのリスク計測モデルへの拡張	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 統計数理	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 室町幸雄	4. 巻 -
2. 論文標題 金利リスク計測のための確率金利モデルの提案 - 国際的規制の流れとは異なる視点から -	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 オペレーションズ・リサーチ	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Kijima, Masaaki and Ting, Christopher	4. 巻 22 (8)
2. 論文標題 Market price of trading liquidity risk and market depth	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 International Journal of Theoretical and Applied Finance	6. 最初と最後の頁 1-36
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 室町幸雄	4. 巻 6
2. 論文標題 金利のレジーム遷移を考慮したコア預金モデル - コア預金のマチュリティ・ラダーの構築 -	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 首都大学東京経営学研究科Research Paper Series	6. 最初と最後の頁 1-39
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Funahashi, H. and Kijima, M.	4. 巻 1
2. 論文標題 A solution to the time-scale fractional puzzle in the implied volatility	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Fractal and Fractional	6. 最初と最後の頁 1-17
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/fractalfract1010014	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Funahashi, H. and Kijima, M.	4. 巻 20
2. 論文標題 A unified approach for the pricing of options relating to averages	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Review of Derivatives Research	6. 最初と最後の頁 203-229
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11147-017-9128-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Funahashi, H. and Kijima, M.	4. 巻 13
2. 論文標題 Does the Hurst index matter for option prices under fractional volatility?	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Annals of Finance	6. 最初と最後の頁 55-74
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10436-016-0289-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Funahashi, H. and Kijima, M.	4. 巻 17
2. 論文標題 An analytical approximation for pricing VWAP options	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Quantitative Finance	6. 最初と最後の頁 1119-1133
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/14697688.2016.1260758	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 黄文峰, 岸田則生, 室町幸雄	4. 巻 8
2. 論文標題 プリペイメント率と金利の長期的な変動特性を考慮したRMBSの価格付け	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 日本保険・年金リスク学会誌	6. 最初と最後の頁 1-30
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 室町幸雄	4. 巻 2
2. 論文標題 与信集中リスク管理の高度化に向けた研究	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 FSA Institute Discussion Paper Series	6. 最初と最後の頁 1-51
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Funahashi, H. and Kijima, M.	4. 巻 16 (6)
2. 論文標題 Analytical pricing of single barrier options under local volatility models	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Quantitative Finance	6. 最初と最後の頁 867-886
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/14697688.2015.1101483	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計8件 (うち招待講演 2件 / うち国際学会 6件)

1. 発表者名 室町 幸雄
2. 発表標題 レジームスイッチング金利モデルを使ったリスク計測
3. 学会等名 第7回 統計数理研究所 リスク解析戦略研究センター 金融シンポジウム
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masaaki Kijima
2. 発表標題 A model of price impact function
3. 学会等名 Quantitative Methods in Finance (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yukio Muromachi
2. 発表標題 Margin valuation adjustments made simpler
3. 学会等名 2nd International Conference on Computational Finance (ICCF2017) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 室町幸雄
2. 発表標題 当初証拠金の時価評価
3. 学会等名 金融工学・数理計量ファイナンスの諸問題 2017
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Muromachi, Y.
2. 発表標題 Reformulation of the arbitrage-free pricing method under the multi-curve environment
3. 学会等名 Vienna Congress on Mathematical Finance (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Kijima, M.
2. 発表標題 On the Ross Recovery under the Hull--White Model
3. 学会等名 STS 2016 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Muromachi, Y.
2. 発表標題 Margin valuation adjustments made simpler
3. 学会等名 Conference on Quantitative Methods for Financial Regulation (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Muromachi, Y.
2. 発表標題 Margin valuation adjustments made simpler
3. 学会等名 Research Seminar at LabEx-ReFi (国際学会)
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計2件

1. 著者名 木島正明, 藤原哉	4. 発行年 2019年
2. 出版社 https://www.credit-pricing.com/2019/12/21/2082/	5. 総ページ数 191
3. 書名 リーマンショック後の金融工学	

1. 著者名 室町幸雄	4. 発行年 2017年
2. 出版社 金融財政事情研究会	5. 総ページ数 981 (うち部分執筆部分6ページ)
3. 書名 証券事典 (証券経済学会, 日本証券経済研究所編)	

〔産業財産権〕

〔その他〕

Digital Innovation in Finance https://www.biz.tmu.ac.jp/quantitative-finance/workshop/2018/
--

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	木島 正明 (Kijima Masaaki) (00186222)	広島大学・情報科学部・教授 (15401)	