

令和元年6月19日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16H03792

研究課題名(和文) 学校数学における次世代型プロセススタンダードの開発

研究課題名(英文) The Development of Procee Standard for School Mathematics for the Nest Generations

研究代表者

清水 美憲 (SHIMIZU, Yoshinori)

筑波大学・人間系・教授

研究者番号：90226259

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 13,600,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は、数学教育における高次目標とその評価方法に関する理論的研究を行うとともに、新類型の算数・数学教材の開発と授業におけるその試行・評価による実践的検証を通して、次世代型数学教育におけるプロセススタンダードを開発することである。欧米諸国における最新の数学教育研究の動向の把握と隣接研究分野の研究開発の分析に基づく理論的研究を基礎に、数学教育研究者・数学教育政策担当者・学校現場の教員からなる研究グループの連携によって、数学教育における次世代の高次目標の構築とそれに対応した学校現場での実践に対し、日常事象の数学化と数学事象の数学化を2つの核とする研究枠組みを提案した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

従来は数学的内容の領域を中心に構造化されてきた数学教育の目標論、内容論に対し、本研究は、数学教育研究の国際的動向を考慮に入れて、数学的プロセスに焦点化したスタンダードの開発を行うことで、我が国の算数・数学の教育課程の改善を意図し、併せて数学的プロセスの観点から構築される算数・数学の学力調査の枠組みを提案するものである。このことは、「資質・能力」論に基づいて検討されてきた新学習指導要領に基づく教育実践に対する具体的な指針を示すとともに、育成を目指す資質・能力を中核とする数学の学力論と評価論に対し、数学的プロセスを規範的にとらえる目標論の立場から枠組みを提供することで貢献する意義をもつ。

研究成果の概要(英文)：The aim of this study is to develop a framework for the studying higher ordered goal in mathematics education for the development a process standard for the next generations by a theoretical consideration of setting and assessing the higher ordered goal as well as practical approach to develop instructional materials and use of them in mathematics classrooms. The current study proposed a framework for process standard with a focus on both the process of formulating real world problems into mathematics and of mathematizing mathematical problems.

研究分野：数学教育学

キーワード：数学教育 スタンダード 数学的プロセス 学力調査 数学的活動

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

(1) 数学カリキュラム開発に関する国内の動向

新しい時代の教育を志向し、わが国の学習指導要領が改訂され、教科目標と内容が学力の「三つの柱」から見直され、いわゆる「資質・能力ベース」のカリキュラムが示された。特に、算数科・数学科では、「数学的な見方・考え方」の働きに着目しながら、数学的活動を通して学習プロセスを展開する方向が明確に示された。

(2) 数学カリキュラム開発に関する国際的動向

国際的にみても、カリキュラム改革の重要課題の一つは、数学的活動や数学的問題解決に関わる学習過程におけるプロセスの質に焦点化したスタンダードをいかに設定するかという問題である。実際、「学校数学のカリキュラム改革」をテーマに2018年11月に開催された国際会議「ICMI Study24」では、コンピテンシーの育成を重視するカリキュラム改革が世界各地で進行しつつあり、様々な課題が顕在化していることが確認された。

2. 研究の目的

上記のような国内外のカリキュラム改革の状況を背景に、本研究課題は、数学教育における高次目標とその評価方法に関する理論的研究を行うとともに、次世代型の数学教育における「プロセススタンダード」を構想し、具体化することを目的として行われた。

この目的を達成するために、特に以下の二つの事項を主要な研究課題として設定し、数学的プロセスについて、様々な観点から考察を行った。第一の課題は、現在検討が進められている新しい教育課程の基準について、数学的プロセス論からみた内容構成や教科内容の規定のあり方を吟味し、その意義と課題を明らかにすることである。第二の課題は、現在行われている全国学力・学習状況調査の問題作成の枠組みにおける「数学的なプロセス」を、数学的な問題発見・問題解決の過程と対比しながら再検討することである。

3. 研究の方法

この目的の達成に向けて、本研究では米国の Common Core State Standards for Mathematics における「数学的実践(Mathematical Practice)」やオーストラリアの全国統一カリキュラムにおける「数学的熟達(Mathematical Proficiency)」等の概念を参照し、それらを理論的に考察した。また、戦後の日本の算数・数学学力調査の実施の経過と成果を把握し、各種学力調査の実施の意義と限界、および児童・生徒の学習状況について得られた知見を分類整理して総合的に検討した。

さらに、OECD/PISA や TIMSS 等の大規模国際学力調査の調査問題作成の枠組みを分析するとともに数学的プロセスに焦点を当てた学習指導や評価の枠組みの検討を行った。特に、新しい時代の教育課程の根幹に位置づく数学的な問題発見・問題解決の過程を、教科内容といかに関連させて位置づけるかを考察した。また、全国学力・学習状況調査の問題作成の枠組みにおける「数学的なプロセス」を、数学的な問題発見・問題解決の過程と対比しながら再検討することである。特に、数学的モデル化過程や統計的問題解決の過程、探究過程としての証明、事象を多面的にみる高次思考の遂行過程等に焦点を当てた新しい「数学的なプロセス」の枠組みを提言することとした。

4. 研究成果

本研究では、以下のような成果が得られた。なお、これらの研究内容については、日本数学会春期研究大会における「創成型課題研究」において3年間継続して研究発表を行うとともに、その成果をまとめた冊子体の報告書(81ページ)を刊行した。

(1) 数学的プロセスに焦点を当てた教育課程の構成の検討

「育成すべき資質・能力」という観点から改訂された算数科・数学科の新しい教育課程の特徴は、教科目標と内容が、教科の本質につながる「数学的な見方・考え方」に基づいて整理されていることである。実際、算数科・数学科では、「数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を育成すること」として共通の目標が示され、具体的な資質・能力は「三つの柱」ごとに示された。また、算数科と数学科でやや違いが見られるものの、各学年の目標と内容も、この立場から整理されている。この数学的な見方・考え方や数学的活動の考え方の背後には、「算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ」(文部科学省教育課程部会, 2017)で示された「算数・数学の問題発見・解決の過程」があり、それは日常生活や社会の事象、及び数学の事象を対象とする2つのサイクルが相互に関わりあって展開する形で図示されている。本研究課題では、「算数・数学の問題発見・解決の過程」に見られる数学的プロセスに焦点を当てて、それをカリキュラム上にどのように位置付けるかを、算数科と数学科の教科内容のいくつかを取り上げて検討するとともに、それに対応する評価の枠組みを具体的に提案した。

(2) 数学的なプロセスに基づく数学的に考える資質・能力の評価の枠組みの提案

数学的に考える資質・能力の評価の枠組みの検討は、全国学力・学習状況調査の問題作成の枠組みにおける「数学的なプロセス」の見直しを通して行い、それを異なる三つの方向から行った。

第一は、数学的に考える資質・能力の「思考力・判断力・表現力等」を数学的なプロセスに基づいて評価するために、評価の枠組みとして何が必要とされるかについて、全国学力・学習状況調査の「活用」の問題の枠組み（中学校）及び「算数・数学の問題発見・解決の過程」の特徴に基づいて考察したことである。考察の結果として、評価の枠組みにおいては、「数学化」、「問題解決」、「解釈」に関して、現実の世界と数学の世界それぞれに特有な数学的なプロセスが顕在化されるとともに、2つの世界に跨がる数学的なプロセスが顕在化されることが必要であることを示した。

第二は、全国学力・学習状況調査「活用」の問題作成の枠組みづくりの経緯を探り、この枠組みの直接的な改訂を試みた。特に、「数学的プロセス」の内容とそれらを整理する上での課題を明らかにし、新学習指導要領で示されている問題発見・解決の過程と算数・数学科で育成すべき資質・能力を考慮に入れ、新しい数学的なプロセスの枠組みを提案した。ここでの改善点は、日常世界と数学世界の問題解決の過程を別の枠組みとして設定したことである。日常世界の考察では数学的モデル化の過程を想定し、定式化と結果の解釈・評価・比較を主として設定し、数学世界の考察では、問題解決のための4つの区分を想定し、問題を理解すること、計画を立てること、計画を実行すること、ふり返ってみることをそれぞれ設定した。また、併せて「情報活用」と「統合すること」や「多面的に見ること」はこの両方に関わる力として設定した。

これらの枠組みの検討と併せて、数学的プロセスにおいて顕著にみられる数学的モデル化能力の内容を規定するとともに、規定した能力の枠組みに、全国学力・学習状況調査の「活用」に関する問題作成の枠組み（中学校）に示された「知識・技能などを実生活の様々な場面で活用する力」を位置づけ、新たに評価する評価項目を検討した。検討の結果、数学的モデル化能力を、「A. 定式化」「B. 数学的処理」「C. 解釈・評価」「D. 全体」の4つの局面に分けた上で、各局面において必要となる能力として同定した。また、同定した能力の枠組みに、を位置づけた結果、現実事象の問題解決を遂行するにあたって重要な能力である「A1. 変数の特定」や「C2-3. 数学的モデルの限界の明確化」等、現状で明示的に位置付けられていない重要項目が顕在化した。

（3）数学的活動の諸相の分析

上記のように教育課程と学力調査の枠組みとして、プロセススタンダードの内容とその位置づけを考察する一方で、数学的プロセスの根底にある数学的活動の諸相の分析を行い、数学的な問題発見・問題解決の過程における各相で働く資質・能力を整理した。具体的には、以下の4項目の考察を行った。1) 数学事象に関する課題探究のプロセスを実現する学力の特定を試みることで、2) 日常事象の考察における数学化における多様な定式化の様相とそこでの数学の質の問題を検討すること、3) 複数の事象の関係を捉えてそれらを総合的に考察したり、一つの事象を多面的に考察したりすることに関する数学的プロセスの検討を行うこと 4) 数学的プロセスの目標からみた学習指導上の課題の検討。

第1の項目は、の数学事象に関する課題探究のプロセスを実現する学力については、課題探究プロセス「構想を立て実践し、評価・改善・発展をする」に着目し、数学的事象に関する課題探究を実現する学力として、事柄／証明／体系の生成に関して各々3種類の学力を特定し、これらを統括するものとして、課題探究サイクルとしての学力を特定した。このために、数学的事象の考察に必要となる「証明すること」を、その構成要素（事柄の生成／証明の生成／体系の生成）と相互関係として捉え、課題探究力を「証明すること」で紐解くことにより「課題探究として証明すること」を捉え直した。これに基づいて数学的事象に関する課題探究を実現する学力を特定し、この学力の特徴として、事柄の構想と構成の分化／体系の生成への着目を指摘した。

第2の項目の日常事象の考察における数学化における多様な定式化の様相とそこでの数学の質の問題については、「日常的な事象の数学化」を目標とする授業における多様な定式化の可能性を想定し、オープンエンドアプローチの授業で用いられている評価の観点「流暢性（反応総数）」「柔軟性（正反応数）」「独創性（重みつき正反応数）」を用いることを前提に、数学的な質についての具体的検討を試みた。特に、平成27年度全国学力・学習状況調査の中学校数学の例（「ポップアップカードの問題」）を取り上げ、この教材を授業で取り上げる場面を想定して解決過程の可能性を探った。その結果、いくつかの問題の解決過程から、(ア)何を制御しそれに対応させて何をみようとするかを考える、(イ)観察や思考の方法、(ウ)これら(ア)(イ)を通して見出す数学の方法や内容を整理した。

第3の項目の数学的プロセスの検討については、全国学力・学習状況調査において、他の事象との関係をとらえること、複数の事象を統合すること、多面的にものを見ること等の「」に関する検討を行った。その結果、複数の事象の間の関係を考察する場面では、それらの事象自体の提示が必要になり、そのために、生徒に求める分少量や情報量が増大することが予想されること、一つの事象を多面的に見る場合には、その視点が問題となっており、評価における問題間の関係が従属的になる可能性が大きいとみられることを指摘した。

第4の項目については、問題解決のための構想を立て実践し、評価・改善する力のうち、特に、評価・改善する力に焦点を当て、学習指導上の課題を検討した。その結果、問題解決後に、その問題の解決の過程や結果を振り返ってその構造を探ったり、一旦出した答えを改善したり、問題をさらに発展させたりすることに課題が見られ、問題解決のために構想を立て実践し、評

価・改善する力を育成するという観点で、プロセススキルとしてカリキュラムの枠組みに位置付け、評価できるようにすることが大切であることが確認され、そのようなプロセススキルを具体的に検討した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 3 件)

- 清水美憲 (2018) 「主体的・対話的で深い学び」は行われていないのか—数学科授業の国際比較研究から浮かび上がる日本の授業の特質, 『主体的・対話的で深い学び』の学習指導の改善と充実』日本教材文化研究財団研究紀要 No.47, 19-29 (査読無)
- Miyazaki, M., Fujita, T., Jones, K., & Iwanaga, Y. (2017). Designing a Web-based Learning Support System for Flow-chart Proving in School Geometry. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 3(3), 233-256. doi:10.1007/s40751-017-0034-z (査読有)
- Miyazaki, M., Fujita, T. and Jones, K. (2017). Students' understanding of the structure of deductive proof, *Educational Studies in Mathematics*, 94(2), 223 - 239. DOI: 10.1007/s10649-016-9720-9 (査読有)

〔学会発表〕(計 10 件)

- 岩田耕司 「新しい教育課程における数学的プロセスの位置付け - 領域「関数」における統合的に考えることに着目して - 」, 日本数学教育学会 『第 6 回春期研究大会論文集』(査読無), 193-196, 2018 .
- 太田伸也. 「日常事象の数学化」の改訂学習指導要領における位置づけ - 「工具箱」の問題を事例として. 日本数学教育学会第 6 回春期研究大会論文集, (査読無), 205-208, 2018
- 清野辰彦. 「現実の世界」と「数学の世界」を繋ぐ見方に関する一考察 - 「みなす」見方を広げる教材 - , 日本数学教育学会第 6 回春期研究大会論文集, (査読無), 179-184, 2018
- 宮崎樹夫(2018). 小学校算数科と中学校数学科の学習指導要領改訂における成果と課題, 日本数学教育学会第 6 回春期研究大会論文集, (査読無), 187 - 192, 2018
- 岩田耕司 「数学的プロセスからみた教育課程の特徴付け - 領域「関数」に焦点を当てて - 」, 日本数学教育学会 『第 5 回春期研究大会論文集』(査読無), 145-148 頁, 2017
- 清野辰彦, 数学的モデル化能力の同定に関する一考察, 日本数学教育学会第 5 回春期研究大会論文集, 155-162, 2017
- 宮崎樹夫 「数学的なプロセスに基づく学力の評価に関する研究: 「思考力・判断力・表現力等」に関する評価枠組みの提案」, 日本数学教育学会 第 5 回春期研究大会論文集, (査読無), 139 - 144, 2017
- 太田伸也 「日常的な事象の数学化」における多様な定式化と数学的な質についての一考察. 日本数学教育学会第 4 回春期研究大会論文集, (査読無), 229-236, 2016
- 宮崎樹夫 「数学的事象に関する課題探究を実現する学力の特定: 事柄 / 証明 / 体系の生成に着目して」, 日本数学教育学会第 4 回春期研究大会論文集, (査読無), 237 - 242, 2016

〔図書〕(計 8 件)

- 清水美憲 「数学的リテラシー論の源流と現在—世界の動向と日本の課題」(pp.36-54) 小寺隆幸編 『主体的・対話的に深く学ぶ算数・数学教育: コンテンツとコンピテンシーを見据えて』(総頁数 268) ミネルヴァ書房, 2018
- 太田伸也 「授業観察の方法とその実際」(pp.78-89) 西村圭一, 太田伸也編著 『中学校・高等学校数学科 授業力を育む教育実習』(総頁数 205) 東京学芸大学出版会, 2018
- 清水美憲 「学習指導要領が目指す算数で育てる資質・能力」(pp.14-24) 斎藤一弥 (編著) 『小学校教育課程実践講座算数』(総頁数 242), ぎょうせい, 2017
- 清水美憲 「数学教育カリキュラムにおけるプロセススタンダードの設定—生徒の活動を重視する学習指導のために—」(pp.349-358) 藤井齊亮先生ご退職記念論文集編集委員会 『数学教育学の礎と創造』(総頁数 258), 東洋館出版社, 2017
- 清水美憲 「学習指導要領改訂の背景」(pp.16-21), 斎藤一弥 (編著) 『新学習指導要領の展開 算数編』(総頁数 205), 明治図書, 2017
- Yoshinori Shimizu. The place of “mathematical methods” in the mathematics curriculum in the next generation. (pp. 12-28) In T. McDougal (ed.) *Essential Mathematics for the Next Generation: What and How Students Should Learn* (総頁数 175). Tokyo Gakugei University Press, 2017.

〔産業財産権〕

出願状況 (計 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年：
国内外の別：
取得状況（計 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究分担者

研究分担者氏名：清野 辰彦

ローマ字氏名：SEINO, tatsuhiko

所属研究機関名：東京学芸大学

部局名：教育学部

職名：准教授

研究者番号（8桁）：00550740

研究分担者氏名：宮崎 樹夫

ローマ字氏名：MIYAZAKI, mikio

所属研究機関名：信州大学

部局名：学術研究院教育学系

職名：教授

研究者番号（8桁）：10261760

研究分担者氏名：清水 静海

ローマ字氏名：SHIMIZU, shizumi

所属研究機関名：帝京大学

部局名：教職大学院

職名：教授

研究者番号（8桁）：20115661

研究分担者氏名：太田 伸也

ローマ字氏名：OHTA, shinya

所属研究機関名：東京学芸大学

部局名：教育学部

職名：教授

研究者番号（8桁）：50322920

研究分担者氏名：岩田 耕司

ローマ字氏名：IWATA, kouji

所属研究機関名：福岡教育大学

部局名：教育学部

職名：准教授

研究者番号(8桁): 90437541
研究分担者氏名: 清水 宏幸
ローマ字氏名: SHIMIZU, hiroyuki
所属研究機関名: 山梨大学
部局名: 大学院総合研究部
職名: 准教授
研究者番号(8桁): 80562446

(2)研究協力者

研究協力者氏名: 笠井健一
ローマ字氏名: (KASAI, ken-ichi)
研究協力者氏名: 水谷尚人
ローマ字氏名: (MIZUTANI, naoto)
研究協力者氏名: 稲垣悦子
ローマ字氏名: (INAGAKI, etsuko)
研究協力者氏名: 佐藤寿仁
ローマ字氏名: (SATOU, toshihito)

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。