

令和 3 年 6 月 11 日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2016～2020

課題番号：16H03926

研究課題名(和文)代数幾何学の計算機による研究

研究課題名(英文)Computational study of algebraic geometry

研究代表者

島田 伊知朗(Shimada, Ichiro)

広島大学・先進理工系科学研究科(理)・教授

研究者番号：10235616

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 10,100,000円

研究成果の概要(和文)：格子理論的計算をおこなう各種のアルゴリズムを計算機上に実装し、代数幾何学のいろいろな幾何学的問題に応用した。特に双曲格子の直交群の部分群を計算する Borcherds 法を計算機上で実行する環境を整え、いくつかのK3曲面およびエンリケス曲面の自己同型群の計算を行った。さらに得られた自己同型群のネフ錐への作用から、その曲面の種々の幾何学的データを抽出した。また、与えられた組み合わせ論的データを持つ楕円K3曲面のモジュライの連結成分のリスト、エンリケス曲面上に現れる有理2重点の組み合わせのリスト、などの基礎的なデータを作成した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

K3曲面およびエンリケス曲面は代数曲面の分類において重要なクラスをなす。さらにK3曲面は数学のみならず理論物理学においても重要な役割を果たす。したがってこれらの曲面の基礎的なデータを求めることは重要な仕事であるが、より大切なことは、データを作成するための方法を整備し、必要な時に必要なデータを各研究者が自分で計算機を用いて取得することができる環境をつくることである。本研究の成果は、これらの計算の特に格子理論的な側面に対して、この目標の実現に資するものである。

研究成果の概要(英文)：We wrote various computational procedures for computations in lattice-theory, and applied them to many geometric problems in algebraic geometry. In particular, we prepare several programs to perform Borcherds method, which calculate certain subgroups of orthogonal groups of hyperbolic lattices. Applying them, we calculated automorphism groups of several K3 surfaces and Enriques surfaces, and distilled some geometric data of these surfaces. We also made basic data such as the list of connected components of the moduli of elliptic K3 surfaces with given combinatorial data, or the list of combinations of rational double points that can appear on Enriques surfaces.

研究分野：代数幾何学

キーワード：K3曲面 エンリケス曲面 双曲格子 計算機 カンドル p進微分方程式

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

体上の多項式環のネーター性に端的に示されているように、代数幾何学における多くの対象はアルゴリズム的有限性を持つ。与えられた有限生成加群の生成元を明示的に求めるアルゴリズムは、グレブナー基底の理論として現在非常に活発に研究が行われている。従って、代数幾何学の問題の多く（例えば「与えられた特異点をもつ平面曲線の定義方程式を求めよ」）は、原理的には、適切な入力のもとで計算機により解く事ができる。しかしながら現実には、計算量の膨大さゆえに、ほとんどの場合には、単純なアプローチでは解を得ることができない。そこで、対象となる代数多様体特有の幾何学的性質を利用した実行可能なアルゴリズムを考案する事が必要となる。

2. 研究の目的

代数幾何学に現れる様々な問題、とくに $K3$ 曲面、エンリケス曲面、ファノ多様体、ディスクリミナント超曲面といった具体的な代数多様体の代数的・位相幾何学的諸問題に対し、「それを解決する計算機アルゴリズムは存在するか、もし存在するならばその計算量はどれくらいになるか、計算量を実行可能なものにするためにはどのような計算機プログラムを書けば良いか」という観点からアプローチする。実行可能な問題に対しては高速のプログラムを書いて計算を実行し、得られたデータから理論的重要性をもつ代数幾何学的事実を抽出するとともに新しい現象の発見を目指す。この過程を通して、代数幾何学における計算機利用のための新しい技法や汎用性の高いツールを蓄積していく。

3. 研究の方法

それぞれの問題に対し、既存の数式処理システムを用いてアルゴリズムを実装し計算を行う。アルゴリズムの説明と計算結果の意義を論文にまとめるとともに、再現性と検証可能性を保証するため、計算機への入力と計算結果のデータを研究代表者の web-page、もしくは公的なデータレポジトリにおいて公開する。有用な計算機プログラムを書くためには理論的な視野の広さが必要不可欠である。そのために、研究期間全体を通じて、(計算機とは直接の関係をもたない)研究集会に出席する、あるいは研究集会やセミナーを開催して(計算機を研究手段としては使っていない)研究者を招聘する、などの方法により、新しい問題に関する情報の収集につとめる。各問題に対し、次のサイクルを繰り返す。

- (1) できるだけ一般的な状況に適用可能となる単純なアルゴリズムを考案する。
- (2) 既存の数式処理システムにより実装し、簡単な例で実験を行う。
- (3) 計算量が大きすぎる場合は、興味のあるいくつかの例に対し、それらの例のもつ特別な性質を利用して計算量を縮減する事を試みる。
- (4) 計算を実行する。
- (5) 計算結果から幾何学的事実を抽出し、アルゴリズムの解説とともに論文にまとめる。
- (6) 計算機への入力と計算結果のデータを、データの内容の解説とともに公開する。

4. 研究成果

研究代表者の島田は、以下の研究を行った。2016年から使用を始めた数式処理システム GAP を用いて、おもに格子理論的計算における多くの基本的なアルゴリズムを書き、幾つかのライブラリーを構成して、 $K3$ 曲面およびエンリケス曲面に関する計算をおこなった。Borchers 法とは双曲格子 S を階数 26 のユニモデュラー双曲偶格子 L_{26} に埋め込んで、 L_{26} の正錐に付随した 25 次元双曲空間の Conway によるタイル張りを用いることで S の直交群を計算するものである。この Borchers 法を一般化して計算機上に実装し、多くの $K3$ 曲面およびエンリケス曲面の射影モデルおよび自己同型群の研究を行った。具体的には以下の仕事を行った。

- (1) スピノールノルムを計算する計算機プログラムを用いて、楕円 $K3$ 曲面のモジュライ空間の連結成分の計算を行った。この仕事は、2021 年度に、Hulek-Loenne により、楕円 $K3$ 曲面のモノドロミーとの関連を用いて精密化された。
- (2) 単純 Borchers 型という射影 $K3$ 曲面のクラスを設定し、その射影モデルの有界性を格子理論的観点から明示的に求めた。
- (3) 塩田徹治氏との共同研究により、Fermat 4 次曲面が Fermat 型とは本質的に異なる定義方程式をもつ別の非特異な 4 次の偏極を持つことを示し、その定義方程式を求め、射影的自己同型群および正標数への還元などを調べた。
- (4) Davide Veniani との共同研究において、小さな discriminant の超越格子を持つ特異 $K3$ 曲面に対し、その曲面が持つエンリケス対合をすべて求めた。
- (5) Igor Dolgachev との共著論文において 15 個の通常 2 重点をもつ 4 次曲面の自己同型群

- の生成系と関係式を完全に記述した。
- (6) レベル 4 の楕円モジュラー曲面とその標数 3 における還元について、還元により自己同型群がどのように変化するかを調べた。
 - (7) エンリケス曲面の上に現れる有理 2 重点の組み合わせのリストを作成した。
 - (8) Simon Brandhorst との共同研究において、階数 10 のユニモジュラー双曲偶格子 L_{10} を乗法因子 2 でスカラー変換して得られる格子 $L_{10}(2)$ の L_{26} への埋め込みをすべて求め、これらが Borcherds 法に適した正錐のタイル張りをもつことを示した。これにより多くのエンリケス曲面の自己同型群の計算は著しく簡明になる。広いクラスのエンリケス曲面に対してこの計算を実行した。金銅誠之氏により、この $L_{10}(2)$ 上のタイル張りのリストは標数 2 のエンリケス曲面の自己同型群と関連を持つことが指摘された。
 - (9) Alex Degtyarev との共同研究において、高次元の Fermat 多様体の中間次元の整数係数 Hodge クラスの生成元を調べた。

研究分担者の高橋は以下の研究を行った。カンドル多様体上の加群の分類に関して、無限小の代数上の表現との対応を示した。また、整数環の素イデアルのなすカンドルからの整数環の還元について調べた。対数的 BPS 不変量については、局所不変量との関係や得られる不変量が境界との共有点に依存しない現象、退化した曲線の寄与などについて共同研究を行った。

研究分担者の木村は Mao Sheng および Mingwei Zhang との共同研究において Chow group が 0 の非特異射影多様体の zero cycles の有界性についての研究を行った。

研究分担者の宮谷は p -進微分方程式、中でも p -進超幾何微分方程式に関する研究をおこなった。 p -進微分方程式のうち、フロベニウス構造を持つもの（正確には過収束 F -アイソクリスタル）は過ホロノミックである（コホモロジー的有限性にまつわるよい性質をもつ）ことが分かっていたが、フロベニウス構造を持たない場合については基本的なものを除いて知られていなかった。本研究では超幾何微分方程式に着目することで、フロベニウス構造を持たないが過ホロノミックである p -進微分方程式が系統的に得られている。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計20件（うち査読付論文 20件 / うち国際共著 8件 / うちオープンアクセス 15件）

1. 著者名 Nobuyoshi Takahashi	4. 巻 73
2. 論文標題 Quandles associated to Galois covers of arithmetic schemes	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Kyushu J. Math.	6. 最初と最後の頁 145--164
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2206/kyushujm.73.145	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kazuaki Miyatani	4. 巻 142
2. 論文標題 p-adic generalized hypergeometric equations from the viewpoint of arithmetic D-module	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Amer. J. Math.	6. 最初と最後の頁 1017--1050
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1353/ajm.2020.0030	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Igor Dolgachev, Ichiro Shimada	4. 巻 69
2. 論文標題 15-nodal quartic surfaces. Part II: the automorphism group	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Rend. Circ. Mat. Palermo	6. 最初と最後の頁 1165--1119
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s12215-019-00464-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Jinwon Choi, Michel van Garrel, Sheldon Katz, Nobuyoshi Takahashi	4. 巻 2020
2. 論文標題 Local BPS invariants: enumerative aspects and wall-crossing	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Int. Math. Res. Not.	6. 最初と最後の頁 5450--5475
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/imrn/rny171	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ichiro Shimada	4. 巻 64
2. 論文標題 Rational double points on Enriques surfaces	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Sci. China Math.	6. 最初と最後の頁 665--690
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11425-019-1796-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Jinwon Choi, Michel van Garrel, Sheldon Katz, Nobuyoshi Takahashi	4. 巻 374
2. 論文標題 Log BPS numbers of log Calabi-Yau surfaces	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Trans. Amer. Math. Soc.	6. 最初と最後の頁 687--732
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/tran/8234	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ichiro Shimada	4. 巻 71
2. 論文標題 On an Enriques surface associated with a quartic Hessian surface	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Canad. J. Math.	6. 最初と最後の頁 213-246
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4153/CJM-2018-022-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Ichiro Shimada	4. 巻 4
2. 論文標題 On Edge's correspondence associated with dot 222	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Eur. J. Math.	6. 最初と最後の頁 399-412
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40879-017-0183-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Ichiro Shimada	4. 巻 185
2. 論文標題 An even extremal lattice of rank 64	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 J. Number Theor	6. 最初と最後の頁 1-15
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jnt.2017.10.028	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Kimura, Shun-Ichi and Sheng, Mao and Zhang, Mingwei	4. 巻 22
2. 論文標題 Numerical boundedness on rational equivalences of zero cycles on algebraic varieties with trivial CH_0	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Asian J. Math.	6. 最初と最後の頁 569-576
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4310/AJM.2018.v22.n3.a9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Ichiro Shimada, Tetsuji Shioda	4. 巻 153
2. 論文標題 On a smooth quartic surface containing 56 lines which is isomorphic as a K3 surface to the Fermat quartic.	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Manuscripta Math.	6. 最初と最後の頁 279--297
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00229-016-0886-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ichiro Shimada	4. 巻 163
2. 論文標題 Holes of the Leech lattice and the projective models of K3 surfaces	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.	6. 最初と最後の頁 125--143
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/S030500411600075X	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ichiro Shimada	4. 巻 4
2. 論文標題 On Edge's correspondence associated with dot 222	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 European Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 399-412
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40879-017-0183-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ichiro Shimada	4. 巻 -
2. 論文標題 Connected components of the moduli of elliptic K3 surfaces	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Michigan Math. J. (accepted)	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1307/mmj/1528941621	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Shimada, Ichiro	4. 巻 315
2. 論文標題 The automorphism groups of certain singular K3 surfaces and an Enriques surface	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Progr. Math.	6. 最初と最後の頁 297-343
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-29959-4_12	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Degtyarev, Alex; Shimada, Ichiro	4. 巻 68
2. 論文標題 On the topology of projective subspaces in complex Fermat varieties.	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 J. Math. Soc. Japan	6. 最初と最後の頁 975-996
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/06830975	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Shimada, Ichiro	4. 巻 25
2. 論文標題 Automorphisms of supersingular K3 surfaces and Salem polynomials	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Exp. Math.	6. 最初と最後の頁 389-398
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/10586458.2015.1073641	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Shimada, Ichiro; Shioda, Tetsuji	4. 巻 -
2. 論文標題 On a smooth quartic surface containing 56 lines which is isomorphic as a K3 surface to the Fermat quartic	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 manuscripta mathematica	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00229-016-0886-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Shimada, Ichiro	4. 巻 -
2. 論文標題 Holes of the Leech lattice and the projective models of K3 surfaces	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/S030500411600075X	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Takahashi, Nobuyoshi	4. 巻 21
2. 論文標題 Quandle varieties, generalized symmetric spaces and $-$ spaces	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Transform. Groups	6. 最初と最後の頁 555-576
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00031-015-9351-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計23件（うち招待講演 23件 / うち国際学会 20件）

1. 発表者名 Ichiro Shimada
2. 発表標題 Computation of automorphism groups of K3 and Enriques surfaces
3. 学会等名 代数学シンポジウム（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Nobuyoshi Takahashi
2. 発表標題 カンドル空間上の加群と Lie-山口代数の表現
3. 学会等名 カンドルと対称空間（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Nobuyoshi Takahashi
2. 発表標題 Modules on quandle spaces and representations of LY algebras
3. 学会等名 Branched Coverings, Degenerations, and Related Topics 2019（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Nobuyoshi Takahashi
2. 発表標題 Modules on quandle varieties
3. 学会等名 Higher dimensional algebraic geometry（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Nobuyoshi Takahashi
2. 発表標題 Quandle varieties
3. 学会等名 Capital Normal University-Hiroshima University Joint conference on Mathematics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Ichiro Shimada
2. 発表標題 Enriques involutions on singular K3 surfaces of small discriminants (joint work with Davide Cesare Veniani)
3. 学会等名 Arithmetic and Algebraic Geometry 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Ichiro Shimada
2. 発表標題 The elliptic modular surface of level 4 and its reduction modulo 3
3. 学会等名 Algebraic Geometry in Positive Characteristic and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Ichiro Shimada
2. 発表標題 The elliptic modular surface of level 4 and its reduction modulo 3
3. 学会等名 Working Workshop on Calabi-Yau Varieties and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Ichiro Shimada
2. 発表標題 An even extremal lattice of rank 64
3. 学会等名 東北大学情報科学研究科, 組合せ論セミナー (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Ichiro Shimada
2. 発表標題 An Enriques involution of the Fermat quartic surface in characteristic 3
3. 学会等名 K3 surfaces and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Ichiro Shimada
2. 発表標題 Rational double points on complex Enriques surfaces
3. 学会等名 Geometry and Representation Theory Seminar, Queen's University (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Ichiro Shimada
2. 発表標題 Rational double points on complex Enriques surfaces
3. 学会等名 Workshop on Calabi-Yau manifolds: Arithmetics, Geometry and Physics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Ichiro Shimada
2. 発表標題 Automorphisms of K3 surfaces and Enriques surfaces
3. 学会等名 Hakodate workshop on arithmetic geometry 2017 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Ichiro Shimada
2. 発表標題 On an Enriques surface associated with a quartic Hessian surface
3. 学会等名 Oberseminar Algebraische und Arithmetische Geometrie, Leibniz Universit"at Hannover (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Ichiro Shimada
2. 発表標題 On an Enriques surface associated with a quartic Hessian surface
3. 学会等名 Algebraic Geometry Conference (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Ichiro Shimada
2. 発表標題 On an Enriques surface associated with a quartic Hessian surface
3. 学会等名 Topology of Singularities (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Ichiro Shimada
2. 発表標題 Connected components of the moduli of elliptic K3 surfaces
3. 学会等名 The 10th Arithmetic and Algebraic Geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Ichiro Shimada
2. 発表標題 Connected components of the moduli of elliptic K3 surfaces
3. 学会等名 The 4th Franco-Japanese-Vietnamese Singularities (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Ichiro Shimada
2. 発表標題 A smooth quartic surface containing 56 lines
3. 学会等名 Algebra, geometry and topology of singularities (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Akira Ishii
2. 発表標題 Introduction to the McKay correspondence and Artin-Verdier theory
3. 学会等名 Non-commutative crepant resolutions, Ulrich modules and generalizations of the McKay correspondence (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Akira Ishii
2. 発表標題 Dimer models with group actions
3. 学会等名 Categorical and analytic invariants in Algebraic geometry 3 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Akira Ishii
2. 発表標題 G-constellations and the maximal resolution of a quotient surface singularity
3. 学会等名 Moduli spaces of sheaves and related topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shun-ichi Kimura
2. 発表標題 Rationality of Motivic Chow Series modulo infinitesimal A^1 -homotopy
3. 学会等名 The first congress of Algebra Geometry of Mexico (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

<p>Computational data of K3 surfaces and Enriques surfaces http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/shimada/K3andEnriques.html</p>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	木村 俊一 (Kimura Shun-ichi) (10284150)	広島大学・先進理工系科学研究科・教授 (15401)	
研究分担者	宮谷 和亮 (Miyatani Kazuaki) (10711145)	東京電機大学・未来科学部・助教 (32657)	
研究分担者	高橋 宣能 (Takahashi Nobuyoshi) (60301298)	広島大学・先進理工系科学研究科・准教授 (15401)	
研究分担者	石井 亮 (Ishii Akira) (10252420)	名古屋大学・多元数理研究科・教授 (13901)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計3件

国際研究集会 Branched Coverings, Degenerations, and Related Topics 2019	開催年 2019年～2019年
国際研究集会 Branched Coverings, Degenerations, and Related Topics 2018	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 Branched Coverings, Degenerations, and Related Topics 2017	開催年 2017年～2017年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
ベトナム	Vietnam National University of Science			
ドイツ	Johannes Gutenberg-Universitaet	Leibniz Universitaet Hannover	Saarland University	
トルコ	Bilkent University	Galatasaray University		
米国	Michigan University			