

令和 2 年 6 月 24 日現在

機関番号：17102

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2016～2019

課題番号：16H03942

研究課題名(和文) 測度論的手法による無限次元解析と場の量子論のスペクトル解析への応用

研究課題名(英文) Infinite dimensional analysis by stochastic methods and their application to quantum field theory

研究代表者

廣島 文生 (Hiroshima, Fumio)

九州大学・数理学研究院・教授

研究者番号：00330358

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 11,500,000円

研究成果の概要(和文)：A. ラフパス理論によるGibbs測度の構成と応用、B. 基底状態の研究、C. 確率解析的UVくりこみ理論、D. 多様体上の場の量子論の研究、E. 場の量子論におけるSDEと古典極限の研究。さらに隔年ごとに場の量子論のスペクトル解析に関する国際研究集会を開催した。AとCに関しては大きな進展があり、論文としてまとめた。Bについても結果をまとめ論文として完成させた。Eについては共同研究が始まり現在研究継続中である。国際研究集会の開催に関しては毎年旅費などをサポートすることができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

数学的な場の量子論のスペクトルの研究で汎関数積分を応用し、非摂動的な手法を切り開いた。E.Nelsonが未完成で終えた確率解析的なくりこみ理論を完成させ、さらに基底状態の性質を調べることができた。また、研究集会では大学院生など若い世代の研究者に旅費等の支援を行い参加を促した。

研究成果の概要(英文)：A. Construction and application of Gibbs measure by rough path theory, B. Ground state study, C. Stochastic UV renormalization, D. Study of quantum field theory on manifolds, E. Study of SDE and semi-classical limit in quantum field theory. In addition, every other year, an international workshop on spectral analysis of quantum field theory was held. Great progress has been made on A and C, and they are summarized in a paper. The results of B were also summarized and completed as a paper. Regarding E, joint research has begun and research is ongoing. Every year, I was able to support travel expenses for the holding of international research meetings.

研究分野：場の量子論

キーワード：基底状態 くりこみ 場の量子論 汎関数積分 ギブス測度 準古典近似 自己共役性 熱半群

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

本研究課題の対象は、抽象的に述べれば、フォック空間とヒルベルト空間のテンソル積上の自己共役作用素Hのスペクトルを熱半群の理論を経由して確率解析を応用して非摂動的に解析することである。このHは物理系のエネルギーを表しハミルトニアンといわれ、その点スペクトルは束縛状態のエネルギーを表す。しかし、一般にHの点スペクトルは全て連続スペクトルに埋め込まれている。そのため正則摂動理論の一般論が使えず、Hのスペクトル解析は非常に困難になる。

Hのスペクトルの下限が点スペクトルになるとき、対応する固有ベクトルを基底状態と呼ぶ。基底状態の存在は自明ではなく、基底状態の存在・非存在を示すことが場の量子論の基本的な問題のひとつになっている。

さて、このようなHのスペクトル解析に関して、20世紀末にブレイクスルーがあった。以降、基底状態/共鳴極の存在・非存在とその性質、UVくりこみ理論、スペクトル散乱理論、固有値の解析性などが様々な方法で欧米と日本を中心に幅広く研究され現在に至っている。代表的な手法には、シュレディンガー作用素のスペクトル理論を使うもの、ユークリット場と確率解析的な手法を使うもの、関数解析でのコンパクト性の理論を使うものなどがある。

2. 研究の目的

以下の(A)-(E)が研究目的である。

(A. ラフパス理論によるGibbs測度の構成と応用)

- (1) UV をくりこんだGibbs測度、また2重確率積分を備えたGibbs 測度の構成。
- (2) ラフパス理論を用いた基底状態の解析。

(B. 基底状態の研究)

- (1) 特異性の高いハミルトニアンの基底状態の存在を非摂動的に示す。
- (2) 基底状態の空間的指数減衰性の下からの評価を与える。

(C. 確率解析的UVくりこみ理論)

- (1) 非局所的な運動項をもったハミルトニアンの確率解析的UVくりこみ理論の構築。
- (2) Bernstein関数による一般化。

(D. 多様体上の場の量子論の研究)

時間的に安定なローレンツ多様体上に定義したNelson 模型のスペクトルと多様体の局所的な性質の関係を明らかにする。

(E. 場の量子論におけるSDEと古典極限の研究)

- (1) 古典極限によってウイグナー測度を導く。
- (2) 非局所的な模型に付随したSDEを構成する。

3. 研究の方法

(A)はV. BetzとM. Gubinelliと共同で解析した。Gubinelliがラフパスの部分解析し、廣島もラフパス理論を勉強しながら、場の量子論との融合を計った。

(B)は連携研究者の佐々木格と共同で解析した。佐々木がpull-through公式など函数解析的な部分を解析し、廣島が測度論的な部分を担当した。

(C)はGubinelli, Lorincziと共同でジャンプをもったパスの解析、特にGirsanovの定理の拡張などを用いて解析した。また、polaron型の模型のUVくりこみ理論を分担者の宮尾と共同で実施した。

(D)は2009-2010にGerard-Hiroshima-Panati-Suzukiで出版した論文の拡張を試みた。

(E)はPauli-Fierz 模型という非相対論的量子電気力学の模型でZ. Ammari, M. Falconi と共同研究を開始した。

4 . 研究成果

研究成果は以下である.

(A) 場の理論のモデルの基底状態に付随したGibbs測度はUVが課されている場合にはそれが構成できることはすでに知られている. 今回はO.Matteと共同でUVを外した場合にもGibbs測度が構成できることを示した. そのために, UVがない場合のNelsonモデルの基底状態の存在を共同で示した. この結果は

F.Hiroshima and O.Matte, Ground states and their associated Gibbs measures in the renormalized nelson model, arXiv:1903.12024

にまとめられ現在国際誌に投稿中である.

(B)特異性の高い, 「粒子の質量が0でボゾンの質量も0」の場合の準相対論的なPFモデルの基底状態の存在証明を佐々木格と共同で行った. 日高建もこの研究に参入し, 当初の予定通り計画が進み, 「粒子の質量が0でボゾンの質量も0」の場合の準相対論的なPFモデルの基底状態の存在を任意結合定数でかつ赤外特異条件の下で示した. これらの結果は以下の論文でまとめた.

T. Hidaka and F. Hiroshima, Spectrum of semi-relativistic Pauli-Fierz Hamiltonian I, J. Math. Anal. Appl. 437, (2016), 330-349.

T. Hidaka, F. Hiroshima and I. Sasaki, Spectrum of semi-relativistic Pauli-Fierz Hamiltonian II, arXiv:1609.07651v3 preprint 2019

特に, 後者は現在国際誌に投稿中である.

また, ,基底状態の空間減衰性の下からの評価の関しては結果を得ることができた. 現在単著で論文にまとめている.

(C) 確率解析的くりこみ理論では(A)で述べたように大きな進展があった. Gubinelli-Hiroshima-Lorinczi(2014), Matte-Moller(2017)によって与えられたファインマン・カツツ型公式を使って基底状態の存在・非存在, その性質を非摂動的に解析することができた.

(E) Z.Ammari ,M.Falconi と共同でPFモデルの準古典極限からマックスウエル方程式をウイグナー測度のフローの満たす方程式から導き出した. 現在論文執筆中である.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計11件（うち査読付論文 9件 / うち国際共著 6件 / うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Fumio Hiroshima	4. 巻 -
2. 論文標題 Point-wise exponential decay of bound states of the Nelson model with Kato-class potentials	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 ANALYSIS AND OPERATOR THEORY - In Honor of Tosio Kato's 100 th Birthday, Springer	6. 最初と最後の頁 24pages
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 廣島文生	4. 巻 2089
2. 論文標題 Thresholds and resonances of Schroedinger operators on a lattice	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 RIMS講究録 (量子場の数理とその周辺)	6. 最初と最後の頁 146-155
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 廣島文生	4. 巻 2074
2. 論文標題 Renormalized Nelson model	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 RIMS講究録 (Tosio Kato Centennial Conference)	6. 最初と最後の頁 14-34
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 F. Hiroshima, T. Ichinose and J. Lorinczi	4. 巻 53
2. 論文標題 Kato's inequality for magnetic relativistic Schroedinger operators,	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Publ RIMS Kyoto	6. 最初と最後の頁 79-117
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Gheryani Soumaya, Hiroshima Fumio, Lorinczi Jozsef, Majid Achref, Ouerdiane Habib	4. 巻 89
2. 論文標題 P(ϕ)1-process for the spin-boson model and a functional central limit theorem for associated additive functionals	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Stochastics	6. 最初と最後の頁 1104 ~ 1115
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1080/17442508.2017.1371177	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Arai Asao, Hiroshima Fumio	4. 巻 18
2. 論文標題 Ultra-Weak Time Operators of Schrödinger Operators	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Annales Henri Poincaré	6. 最初と最後の頁 2995 ~ 3033
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00023-017-0586-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 F. Hiroshima, T. Ichinose and J. Lorinczi	4. 巻 5310.1007/s00023-017-0586-x
2. 論文標題 Kato's Inequality for Magnetic Relativistic Schroedinger Operators	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Publ RIMS Kyoto	6. 最初と最後の頁 79-117
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) DOI 10.4171/PRIMS/53-1-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hidaka Takeru, Hiroshima Fumio	4. 巻 437
2. 論文標題 Spectrum of the semi-relativistic Pauli-Fierz model I	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 330 ~ 349
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2015.11.081	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Hiroshima Fumio, Osawa Susumu	4. 巻 2017
2. 論文標題 Mass Renormalization in the Nelson Model	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences	6. 最初と最後の頁 1~21
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1155/2017/4760105	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Hiroshima Fumio, Muminov Zahridin, Kuljanov Utkir	4. 巻 -
2. 論文標題 Threshold of discrete Schrödinger operators with delta potentials on n-dimensional lattice	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Linear and Multilinear Algebra	6. 最初と最後の頁 1~36
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1080/03081087.2020.1750547	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Gheryani Soumaya, Hiroshima Fumio, Lorinczi Jozsef, Majid Achref, Ouerdiane Habib	4. 巻 23
2. 論文標題 Functional Central Limit Theorems and $P(\phi)_1$ -Processes for the Relativistic and Non-Relativistic Nelson Models	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mathematical Physics, Analysis and Geometry	6. 最初と最後の頁 30pages
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1007/s11040-020-09345-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計14件(うち招待講演 6件/うち国際学会 8件)

1. 発表者名 Fumio Hiroshima
2. 発表標題 Rabi model and spin-boson model
3. 学会等名 QM2018, USA (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Fumio Hiroshima
2. 発表標題 Integral kernels of semigroup generated by a model in quantum field theory
3. 学会等名 18th Workshop: Noncommutative Probability, Operator Algebras, Random Matrices and Related Topics, with Applications, Bedlewo, Poland (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Fumio Hiroshima
2. 発表標題 Hierarchy of CCR representations
3. 学会等名 Aarhus university, Math Phys Conference, Denmark (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 廣島文生
2. 発表標題 くりこまれたnelsonハミルトニアン基底状態の存在・非存在・局所性について
3. 学会等名 日本数学会関数解析分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Fumio Hiroshima
2. 発表標題 Schroedinger operators on lattice
3. 学会等名 Second Summer School: Various aspects of mathematical physics, St Peterburg,Russia (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 廣島文生
2. 発表標題 Analysis of a scalar field model without ultraviolet cutoff by path measures
3. 学会等名 T.Kato 生誕100年記念国際研究集会（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 廣島文生
2. 発表標題 正準交換関係の階層性
3. 学会等名 文部科学省委託事業「数学アドバンスイノベーションプラットフォーム」キックオフミーティング（招待講演）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 廣島文生
2. 発表標題 Renormalized Gibbs measures associated with the Nelson model
3. 学会等名 日本数学会 関数解析分科会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 F.Hiroshima
2. 発表標題 Spin boson model and Rabi model
3. 学会等名 Aarhus Univ. Mat/Fys-seminar（国際学会）
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 F.Hiroshima
2. 発表標題 UV renormalization
3. 学会等名 Physical and mathematical approaches to interacting particle systems ---In honer of 70th birthday of Herbert Spohn--- (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 F.Hiroshima
2. 発表標題 Semi-relativistic QED
3. 学会等名 量子場の数理とその周辺 (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 F.Hiroshima
2. 発表標題 Analysis of time operators
3. 学会等名 La Sapienza Univ. Math. Phys. seminar
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 F.Hiroshima
2. 発表標題 Feynman-Kac formula and its application to quantum physics
3. 学会等名 Journee Thematique EDP: Mathematical Analysis of Interacting Quantum Systems (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 F.Hiroshima
2. 発表標題 Construction of time operators associated with Schroedinger operators
3. 学会等名 PNU Math forum
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計4件

1. 著者名 V. Betz, F.Hiroshima and J. Lorinczi	4. 発行年 2020年
2. 出版社 Walter de Gruyter	5. 総ページ数 560
3. 書名 Feynman-Kac-Type Theorems and Gibbs Measures on Path Space, Feynman-Kac-Type Formulae and Gibbs Measures, 2nd Edition, Volume 1	

1. 著者名 F.Hiroshima and J. Lorinczi	4. 発行年 2020年
2. 出版社 Walter de Gruyter	5. 総ページ数 540
3. 書名 Feynman-Kac-Type Theorems and Gibbs Measures on Path Space, Feynman-Kac-Type Formulae and Gibbs Measures, 2nd Edition, Volume 2	

1. 著者名 F.Hiroshima	4. 発行年 2019年
2. 出版社 Springer	5. 総ページ数 144
3. 書名 Ground States of Quantum Field Models	

1. 著者名 新井朝雄、河東泰之、原隆、廣島文生	4. 発行年 2016年
2. 出版社 数学書房	5. 総ページ数 320
3. 書名 量子場の数理	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分 担 者	宮尾 忠宏 (Miyao Tadahiro) (20554421)	北海道大学・理学研究院・准教授 (10101)	