

令和 2 年 6 月 16 日現在

機関番号：12613

研究種目：基盤研究(B)（一般）

研究期間：2016～2019

課題番号：16H03950

研究課題名（和文）有限要素法に基づく精度保証付き数値計算の高度化に関する研究

研究課題名（英文）Advanced research on the Numerical verification Method based on the Finite Element Method

研究代表者

小林 健太（KOBAYASHI, Kenta）

一橋大学・大学院経営管理研究科・教授

研究者番号：60432902

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 13,600,000円

研究成果の概要（和文）：本研究においては、有限要素法をベースとした精度保証付き数値計算をより高度に発展させる研究を行った。具体的には補間誤差解析をもとにした適合および非適合有限要素法の誤差解析、その誤差解析を非線形偏微分方程式の精度保証に適用する際に重要な、楕円型線形作用素の可逆性の検証および逆作用素ノルム評価の効率化、さらにそれらを実際非線形偏微分方程式へ応用する方法について研究を行い、それぞれにおいて研究の進展があった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

精度保証付き数値計算は近年、数値計算結果の品質保証だけでなく、偏微分方程式の解の存在証明など、数学的に厳密な証明などにも用いられており、応用範囲が広がっています。精度保証付き数値計算のうちでも有限要素法をベースにした方法は、関数解析の理論を用いることで効率的な手法の構築が可能という利点があります。本研究では、有限要素法をベースにした精度保証付き数値計算について、より効率的な手法や、今まで適用できなかった問題にも適用できる手法を開発する、などの成果をあげることができました。

研究成果の概要（英文）：In this research, we have conducted the studies for the further improvements on the Numerical Verification Method based on the Finite Element Method. Specifically, we were able to make progress on the error analysis of both conforming and non-conforming Finite Element Methods based on the interpolation error analysis, on the improved method for verifying the existence and bounds of the inverse of the elliptic linear operator, and on the method of applying them to the actual non-linear partial differential equations.

研究分野：数値解析

キーワード：精度保証付き数値計算 有限要素法 誤差評価

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

精度保証付き数値計算は、計算機を用いて数学的に厳密な結果を得る手法一般を指し、近年では数値計算結果の品質保証のみならず、偏微分方程式の解の存在や一意性の証明など、数学的な証明にまで応用されています。精度保証付き数値計算の一つの手法として、有限要素法をベースにした方法があり、関数解析の理論を用いることで効率的な手法の構築が可能という利点があります。研究開始当初の時点では、有限要素法をベースにした 2 次元空間の凸領域における楕円型偏微分方程式の精度保証については、ある程度の理論が確立されていましたが、3 次元空間における流体方程式や、非凸な領域における偏微分方程式など、理論構築が進んでいなかったり、特異性が強く計算機能力が足りなかったりするようなケースも多いのが現状でした。

2. 研究の目的

有限要素法をベースにした精度保証付き数値計算について、その応用範囲を広げることで、これまで解の検証が不可能であった方程式の解の検証手法を確立することを目的としました。具体的には、3 次元有限要素法の誤差評価を確立することで、3 次元の流体方程式などの空間 3 次元の非線形方程式に対する精度保証の実現を目指しました。また、領域形状に特異性があるような場合についても、その特異性を考慮した有限要素解の誤差評価を構築することで、効率的な精度保証を実現することも目的としました。

3. 研究の方法

3 次元非線形問題の精度保証付き数値計算を行うには、まずは 3 次元有限要素法の誤差評価が必要です。3 次元有限要素法には、四面体要素を用いる方法と六面体要素を用いる方法がありますが、我々はまずは領域形状に対して柔軟性の高い四面体要素を用いる方法について研究を行いました。一般的に、有限要素法の誤差評価には要素上の補間誤差評価が必要になり、3 次元有限要素法の場合には四面体要素上の補間誤差評価が必要になります。しかしながら、2 次元の三角形要素上の補間誤差評価については、それなりに精度の良い補間誤差評価が知られているものの、四面体要素に関しては、要素形状に制限の付いた、しかも非常に精度の悪い誤差評価しか知られていませんでした。そこで、まずは四面体要素上の精密な補間誤差評価を求めました。

有限要素法には要素間の連続性を前提とした適合有限要素法と、必ずしも要素間に連続性を仮定しない非適合有限要素法があります。非適合有限要素法は、要素形状に対する柔軟性が高い、数値解が効率的に求まる、などの特徴がありますので、非適合有限要素法に対する誤差評価についても研究を行いました。適合有限要素法については、有限要素解の誤差が補間誤差で押さえられるという著しい性質があるため、補間誤差評価が得られれば有限要素法の誤差評価ができるのですが、非適合有限要素法についてはそのような性質がありませんので、誤差評価にはさらに理論的な考察が必要となります。

有限要素法の誤差評価の応用として、固有値問題の精度保証があります。3 次元有限要素法の誤差評価が可能になれば、これまで手が出なかった 3 次元における固有値問題についても精度保証が可能となります。

有限要素法の誤差評価を用いて実際の非線形問題の精度保証を行うには、線形化逆作用素の可逆性の検証と逆作用素ノルムの評価が必要です。精度保証付き数値計算においては、この逆作用素ノルムの評価も一つのボトルネックとなっており、効率的な手法を開発することは、精度保証の応用範囲を拡大する上でも重要です。そこで、効率的な逆作用素ノルム評価の構築についても研究を行いました。

4. 研究成果

研究成果について年度別に記します。

2016 年度においては、四面体上の高次 Lagrange 補間誤差について、射影外接半径という幾何学的な量を定義することにより、四面体の形状に関わらず適用可能な誤差評価を得ることができました。これは、それまでに知られていた誤差評価が、四面体の形状に制限が必要であったのに比べると、画期的な誤差評価であると言えます。また、三角形上の非適合補間である Crouzeix-Raviart 補間について新しい誤差評価を得ました。この結果は、翌年度以降において、非適合有限要素法の一つである Crouzeix-Raviart 有限要素法の誤差評価に応用されることになりました。さらに、三角形上の 2 次 Lagrange 補間誤差評価について、誤差定数の精密な評価方法を開発しました。固有値解析の分野においては、Stokes 作用素の固有値問題について、divergence-free の条件を上手く処理することにより、精度保証付き固有値を厳密に評価することができました。精度保証付き数値計算の応用面については、無限次元 Newton 法に基づく精度保証付き数値計算アルゴリズム IN-Linz を提案しました。また、Navier-Stokes 方程式に特別な外力項を課した Kolmogorov 問題に対する非自明解の解の検証に成功しました。さらに、放物型方程式に対する解の精度保証付き数値計算について研究し、生成作用素が時刻によって変化する発展作用素を利用する方法を考案しました。発展作用素を利用することにより、高精度な解の検証ができるようになり、空間 2 次元上に定義された半線形放物型方程式に対して解の精度保証付き数値計算を実行することができました。関連する研究として、有界領域上のラプラシアンについての Hadamard 変分について、有名な Garabedian-Schifer の公式を拡張することに成功しました。

2017 年度においては、非適合有限要素法の誤差評価について研究を進め、必ずしも正則性条件を満たさないような三角形分割上での Crouzeix-Raviart 有限要素法および Raviart-Thomas 有限要素法について誤差評価を得ることが出来ました。非適合有限要素法は、実際に広く用いられているにも関わらず、三角形分割に制限を課さない誤差評価は今まで得られていませんでしたので、この結果は実用上も重要です。応用面では、重調和型非線形方程式の解に対する精度保証付き数値計算の枠組みを理論面・実用面から整備しました。これは今後、流体方程式の精度保証を考える上で基礎となる重要な結果です。また、Poisson 方程式の有限要素近似解に対する精度保証付き高精度誤差評価に成功しました。この成果は、他の方程式に対する精度保証の高精度化にも応用できる可能性が高いと考えられます。固有値問題については、Stokes 方程式の事前誤差評価と Stokes 微分作用素の固有値評価を中心に研究を行い、特に、3 次元領域における Stokes 微分作用素の固有値の厳密な下界と上界を得ることが出来ました。また、Stokes 境界値問題の有限要素法解について、Hypercircle 法を用いることで事前誤差評価を得ることが出来ました。放物型方程式への応用については、半群理論を利用した放物型方程式に対する解の精度保証付き数値計算方法を応用し、非線形放物型方程式の時間変数を複素数に拡張した方程式の解について精度保証付き数値計算を試みました。また、双曲型方程式の一種である移流方程式に対する解の精度保証付き数値計算に成功しました。

2018 年度においては、とくに非適合有限要素法の誤差解析について進展がありました。具体的には、三角形要素上のいくつかの種類の非適合補間について誤差評価が得られました。これは今後、非適合有限要素法の誤差評価への応用が期待できます。実際、様々な非適合有限要素法の誤差評価が、DG 法(Discontinuous Galerkin 法)の枠組みで統一的に導出できる可能性がある、ということがわかってきました。また、有限要素法の誤差評価は境界条件としてディリクレ条件を仮定する場合がありますが、応用上はノイマン条件を課す場合も重要です。そこで、ノイマン条件を境界条件とする有限要素法の研究を行い、誤差評価を得ることに成功しました。また、3 次元領域における Navier-Stokes 方程式の定常解の存在について、解の検証方法を検討しました。特に、解の検証に要求される Stokes 方程式の解の事前誤差評価について、Hypercircle 法を巧妙に利用することで、任意 2 次元・3 次元の有界領域に適用できる誤差評価方法を提案しました。逆作用素ノルムの検証については、一般的な関数空間における無限次元線形作用素の可逆性の検証と逆作用素の精度保証付きノルム評価について、方法の拡張・改良に取り組み、応用問題から導かれる具体的な無限次元関数空間の作用素に対する精度保証付き数値計算を通して検証理論の有効性を確認するとともに、共役空間への作用素に対する拡張にも成功しました。この結果は、有限要素法を用いる非線形問題の精度保証を効率化する上で非常に重要です。有限要素法以外の方法を用いる精度保証についても結果を得ました。具体的には、解が時間発展する偏微分方程式である放物型方程式に対するスペクトル法を利用した精度保証付き数値計算方法を考案しました。有限要素法と比べ適用できる問題に制限がかかりますが、この方法が適用可能な問題に対しては、高精度な数値計算が可能なスペクトル法と半群理論を利用した計算方法により、非線形熱方程式の複素時間領域における解の挙動を精度保証付き数値計算で把握することが可能になりました。

2019 年度においては、まずは前年度に引き続き、非適合有限要素法の誤差評価とその精度保証付き数値計算への応用について研究を行いました。具体的には、空間次元が 3 次元の Crouzeix-Raviart 有限要素法の誤差評価に成功しました。また、2 階楕円型線形作用素の可逆性と逆作用素ノルム評価に取り組み、ラプラシアンに対する構成的誤差評価と有限要素法の誤差評価を媒介することで従来の検証アルゴリズムを高効率化することが出来ました。放物型方程式については、非線形熱方程式の時間変数を複素数に拡張した放物型方程式に対して、昨年度までに考案した精度保証付き数値計算を実行し、非線形熱方程式の分岐特異性の存在について計算機援用証明に成功しました。さらに、複素平面上の経路上に解析接続した際に、非線形熱方程式の解が大域的に存在する事を、Lyapunov-Peron の方法の応用により計算機援用証明することが出来ました。また、3 次元領域における Navier-Stokes 方程式の厳密な有限要素法のライブラリの開発を行いました。また、Hypercircle 法と藤田の手法によって、境界値問題の各点誤差評価方法を開発しました。

以上の 4 年間の研究の成果については国際的にも高い評価を得ており、例えば 2017 年には The second Vietnam International Applied Mathematics Conference (VIAMC 2017) に招待されて招待講演を行い、2018 年には The 2nd Angkor International Conference on Applied Mathematics and Statistics にて基調講演を行っています。また、2020 年に本研究の成果の一つとして Journal of Approximation Theory から出版された論文 Error analysis of Lagrange interpolation on tetrahedrons については、研究内容について世界中の研究者から多数の問い合わせを受けています。さらに、研究の成果の一環として Springer から出版した Numerical Verification Methods and Computer-Assisted Proofs for Partial Differential Equations は、精度保証付き数値計算の分野における最先端の結果を紹介した書籍として高い評価を受けています。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計25件（うち査読付論文 25件／うち国際共著 6件／うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Kobayashi Kenta, Tsuchiya Takuya	4. 巻 249
2. 論文標題 Error analysis of Lagrange interpolation on tetrahedrons	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Approximation Theory	6. 最初と最後の頁 105302 ~ 105302
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jat.2019.105302	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kinoshita Takehiko, Watanabe Yoshitaka, Nakao Mitsuhiro T.	4. 巻 266
2. 論文標題 An alternative approach to norm bound computation for inverses of linear operators in Hilbert spaces	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 5431 ~ 5447
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2018.10.027	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Watanabe Yoshitaka, Kinoshita Takehiko, Nakao Mitsuhiro T.	4. 巻 36
2. 論文標題 An improved method for verifying the existence and bounds of the inverse of second-order linear elliptic operators mapping to dual space	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 407 ~ 420
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13160-019-00344-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Cai Shuting, Watanabe Yoshitaka	4. 巻 99
2. 論文標題 A computer assisted method for the diblock copolymer model	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik	6. 最初と最後の頁 e201800125
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/zamm.201800125	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Grodet Aymeric、Tsuchiya Takuya	4. 巻 12
2. 論文標題 Reorganizing topologies of Steiner trees to accelerate their eliminations	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Discrete Mathematics, Algorithms and Applications	6. 最初と最後の頁 2050003 ~ 2050003
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S1793830920500032	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 You Chun'guang、Xie Hehu、Liu Xuefeng	4. 巻 57
2. 論文標題 Guaranteed Eigenvalue Bounds for the Steklov Eigenvalue Problem	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Numerical Analysis	6. 最初と最後の頁 1395 ~ 1410
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/18M1189592	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Matsue Kaname、Takayasu Akitoshi	4. 巻 374
2. 論文標題 Rigorous numerics of blow-up solutions for ODEs with exponential nonlinearity	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Computational and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 112607 ~ 112607
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cam.2019.112607	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takayasu Akitoshi、Yoon Suro、Endo Yasunori	4. 巻 36
2. 論文標題 Rigorous numerical computations for 1D advection equations with variable coefficients	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 357 ~ 384
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13160-019-00345-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kobayashi Kenta, Tsuchiya Takuya	4. 巻 35
2. 論文標題 Error analysis of Crouzeix-Raviart and Raviart-Thomas finite element methods	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 1191 ~ 1211
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13160-018-0325-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shinohara Katsutoshi, Kobayashi Kenta	4. 巻 9
2. 論文標題 Estimation of mean squared errors of non-binary A/D-encoders through Fredholm determinants of piecewise-linear transformations	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE	6. 最初と最後の頁 243 ~ 258
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1587/nolta.9.243	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Liu Xuefeng, Kikuchi Fumio	4. 巻 63
2. 論文標題 Explicit estimation of error constants appearing in non-conforming linear triangular finite element method	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Applications of Mathematics	6. 最初と最後の頁 381 ~ 397
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.21136/AM.2018.0097-18	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Li Qin, Liu Xuefeng	4. 巻 63
2. 論文標題 Explicit finite element error estimates for nonhomogeneous Neumann problems	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Applications of Mathematics	6. 最初と最後の頁 367 ~ 379
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.21136/AM.2018.0095-18	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kobayashi Kenta, Tsuchiya Takuya	4. 巻 34
2. 論文標題 Approximating surface areas by interpolations on triangulations	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 509-530
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13160-017-0253-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yoshitaka Watanabe, Mitsuhiro T. Nakao, and Kaori Nagatou	4. 巻 9
2. 論文標題 On the compactness of a nonlinear operator related to stream function-vorticity formulation for the Navier-Stokes equations	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 JSIAM Letters	6. 最初と最後の頁 77-80
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14495/jsiaml.9.77	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Takehiko Kinoshita, Yoshitaka Watanabe, and Mitsuhiro T. Nakao	4. 巻 25
2. 論文標題 Validated constructive error estimations for biharmonic problems	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Reliable Computing	6. 最初と最後の頁 168-177
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Akitoshi Takayasu, Makoto Mizuguchi, Takayuki Kubo, and Shin'ichi Oishi	4. 巻 25
2. 論文標題 Accurate method of verified computing for solutions of semilinear heat equations	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Reliable computing	6. 最初と最後の頁 74-99
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Mizuguchi, Akitoshi Takayasu, Takayuki Kubo, and Shin'ichi Oishi	4. 巻 55
2. 論文標題 A method of verified computations for solutions to semilinear parabolic equations using semigroup theory	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Numerical Analysis	6. 最初と最後の頁 980-1001
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/141001664	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Mizuguchi, Akitoshi Takayasu, Takayuki Kubo, and Shin'ichi Oishi	4. 巻 315
2. 論文標題 Numerical verification for existence of a global-in-time solution to semilinear parabolic equations	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Computational and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 1-16
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cam.2016.10.024	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kenta Kobayashi	4. 巻 16
2. 論文標題 A recursive formula for the circumradius of the n-simplex	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Forum Geometricorum	6. 最初と最後の頁 179-184
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kenta Kobayashi and Takuya Tsuchiya	4. 巻 61
2. 論文標題 Extending Babuska-Aziz's theorem to higher-order Lagrange interpolation	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Applications of Mathematics	6. 最初と最後の頁 121-133
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10492-016-0125-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takashi Suzuki and Takuya Tsuchiya	4. 巻 68
2. 論文標題 First and second Hadamard variational formulae of the Green function for general domain perturbations	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 1389-1419
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yoshitaka Watanabe, Kaori Nagatou, Michael Plum, and Mitsuhiro T. Nakao	4. 巻 260
2. 論文標題 Norm Bound Computation for Inverses of Linear Operators in Hilbert Spaces	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 6363-6374
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2015.12.041	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Yoshitaka Watanabe	4. 巻 302
2. 論文標題 An Efficient Numerical Verification Method for the Kolmogorov Problem of Incompressible Viscous Fluid	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Journal of Computational and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 157-170
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cam.2016.01.055	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takehiko Kinoshita, Yoshitaka Watanabe, Nobito Yamamoto, and Mitsuhiro T. Nakao	4. 巻 33
2. 論文標題 Some remarks on a priori estimates of highly regular solutions for the Poisson equation in polygonal domains	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 629-636
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13160-016-0223-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Mizuguchi, Akitoshi Takayasu, Takayuki Kubo, and Shin'ichi Oishi	4. 巻 7
2. 論文標題 On the embedding constant of the Sobolev type inequality for fractional derivatives	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE	6. 最初と最後の頁 386-394
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1587/nolta.7.386	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計86件 (うち招待講演 19件 / うち国際学会 48件)

1. 発表者名 Yoshitaka Watanabe
2. 発表標題 Computer-assisted proofs for the Orr-Sommerfeld equation
3. 学会等名 Workshop: Rigorous Computational Dynamics in Infinite Dimensions (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Akitoshi Takayasu
2. 発表標題 Rigorous integrator for nonlinear heat equations in the complex plane of time using semigroup theory
3. 学会等名 Workshop: Rigorous Computational Dynamics in Infinite Dimensions (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Akitoshi Takayasu
2. 発表標題 Numerical validation of periodic orbit to delay differential equations via Newton-Kantorovich argument
3. 学会等名 The 1st Hungary-Japan Workshop on Delay Equations and Mathematical Epidemiology (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 土屋卓也
2. 発表標題 極小曲面の有限要素近似について
3. 学会等名 第24回計算工学講演会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 高安亮紀
2. 発表標題 Global existence of a solution for the nonlinear heat equation in the complex plane of time
3. 学会等名 RIMS 共同研究 (公開型)「偏微分方程式の臨界現象と正則性理論及び漸近解析」(招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Akitoshi Takayasu
2. 発表標題 Rigorous numerics for nonlinear heat equations in the complex plane of time
3. 学会等名 Equadiff 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kenta Kobayashi
2. 発表標題 The circumradius condition and its application
3. 学会等名 International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takuya Tsuchiya
2. 発表標題 Error analysis of Raviart-Thomas and Crouzeix-Raviart finite element methods on non-regular meshes
3. 学会等名 International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshitaka Watanabe
2. 発表標題 A computer-assisted proof of the critical Reynolds number for the Orr-Sommerfeld equation
3. 学会等名 International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Akitoshi Takayasu
2. 発表標題 Numerical validation of blow-up solutions of ODEs
3. 学会等名 International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Akitoshi Takayasu
2. 発表標題 Rigorous numerics for a singular solution of advection equations with variable coefficients
3. 学会等名 International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 木下武彦, 渡部善隆, 山本野人, 中尾充宏
2. 発表標題 H10射影誤差に対する2次の誤差評価の最良定数の包含方法について
3. 学会等名 日本応用数理学会2019年度年会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 井上直也, 石毛利昌, 高安亮紀
2. 発表標題 Gaussの超幾何微分方程式のモノドロミー行列に対する精度保証付き数値計算
3. 学会等名 日本応用数理学会2019年度年会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 船越康太, 高安亮紀
2. 発表標題 チェビシェフ級数を用いたタイムステップングによる常微分方程式系の精度保証付き数値解法
3. 学会等名 日本応用数理学会2019年度年会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 木下武彦, 渡部善隆, 山本野人, 中尾充宏
2. 発表標題 H10関数の直交多項式近似に対する2次の誤差評価の最良定数について
3. 学会等名 日本数学会2019年度秋季総合分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Akitoshi Takayasu
2. 発表標題 Computer-assisted proofs for a nonlinear heat equation in the complex plane of time
3. 学会等名 CRM Applied Mathematics Seminars (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 木下武彦, 渡部善隆, 中尾充宏
2. 発表標題 Nakao et al. (2005) 最後の謎
3. 学会等名 第3回精度保証付き数値計算の実問題への応用研究集会(NVR 2019)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 木下武彦, 渡部善隆, 中尾充宏
2. 発表標題 ある楕円型境界値問題から導かれる近似作用素のノルムの収束性
3. 学会等名 応用数学合同研究集会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 土屋卓也
2. 発表標題 Error analysis of Crouzeix-Raviart finite element method on non-regular meshes
3. 学会等名 日本応用数理学会環瀬戸内研究部会2019年度シンポジウム
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 渡部善隆, 木下武彦, 山本野人, 中尾充宏
2. 発表標題 Poisson方程式に対する構成的高次誤差評価とその応用
3. 学会等名 日本数学会2019年年会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 高安亮紀
2. 発表標題 複素Ginzburg-Landau方程式に対する解の精度保証付き数値計算
3. 学会等名 日本数学会2019年年会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 渡部善隆, 木下武彦, 山本野人, 中尾充宏
2. 発表標題 Poisson方程式に対する構成的高次誤差評価
3. 学会等名 日本応用数理学会2019年研究部会連合発表会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 舩越康太, 高安亮紀
2. 発表標題 チェビシェフ級数を用いた非線形常微分方程式系の精度保証付き数値解法
3. 学会等名 日本応用数理学会2019年研究部会連合発表会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 高安亮紀
2. 発表標題 時間発展方程式の線形化問題に対する解作用素の厳密評価
3. 学会等名 日本応用数理学会2019年研究部会連合発表会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 今倉暁, 保國恵一, 高安亮紀
2. 発表標題 一般化エルミート固有値問題の部分固有値計算における周回積分に基づく精度保証法の改良
3. 学会等名 日本応用数理学会2019年研究部会連合発表会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kenta Kobayashi
2. 発表標題 A remark on L2-error estimations for FEM solutions on non-convex domains
3. 学会等名 Numerical Verification (NIVEA) 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takuya Tsuchiya
2. 発表標題 Error estimation of Lagrange interpolation without the shape-regularity assumption
3. 学会等名 Numerical Verification (NIVEA) 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Akitoshi Takayasu
2. 発表標題 Rigorous spectral methods for initial value problems of ordinary differential equations
3. 学会等名 Numerical Verification (NIVEA) 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kenta Kobayashi
2. 発表標題 The circumradius condition and its application
3. 学会等名 Australia New Zealand Industrial and Applied Mathematics 55th Annual Conference (ANZIAM 2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takuya Tsuchiya
2. 発表標題 Hadamard variational fomulae and its applications for iterative numerical schemes
3. 学会等名 Australia New Zealand Industrial and Applied Mathematics 55th Annual Conference (ANZIAM 2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kenta Kobayashi
2. 発表標題 The circumradius condition and its application
3. 学会等名 The 2nd Angkor International Conference on Applied Mathematics and Statistics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 土屋卓也
2. 発表標題 正則性条件を仮定しないLagrange補間の誤差評価について
3. 学会等名 日本応用数学会 環瀬戸内応用数理研究部会シンポジウム
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshitaka Watanabe
2. 発表標題 The essence of numerical verification methods for PDEs
3. 学会等名 2018 Workshop on Recent views of Nonlinear Analysis (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 渡部善隆
2. 発表標題 反復解法における誤差履歴
3. 学会等名 第2回精度保証付き数値計算の実問題への応用研究集会(NVR 2018)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 高安亮紀
2. 発表標題 非線形熱方程式の複素時間における解の精度保証付き数値計算
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所RIMS研究集会「次世代の科学技術を支える数値解析学の基盤整備と応用展開」(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 渡部善隆, 木下武彦, 中尾充宏
2. 発表標題 2階線形楕円型作用素に対する可逆性検証と精度保証付きノルム評価の改善
3. 学会等名 日本数学会2018年度秋季総合分科会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 渡部善隆, 木下武彦, 中尾充宏
2. 発表標題 2階楕円型作用素に対する逆作用素ノルム評価の改良
3. 学会等名 日本応用数理学会2018年度年会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松江要, 高安亮紀
2. 発表標題 微分方程式の爆発解の精度保証付き数値計算: 指数関数非線型項を持つ場合
3. 学会等名 日本数学会2018年度秋季総合分科会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 高安亮紀
2. 発表標題 非線形熱方程式の複素時間における解の挙動: 精度保証付き数値計算によるアプローチ
3. 学会等名 大分微分方程式研究集会 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 高安亮紀
2. 発表標題 フーリエ係数の時間発展方程式に対する解の精度保証付き数値計算
3. 学会等名 日本応用数理学会2018年度年会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松江要, 高安亮紀
2. 発表標題 微分方程式の爆発解の精度保証付き数値計算: ケーススタディ - 指数関数非線型項を持つ場合
3. 学会等名 日本応用数理学会2018年度年会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 今倉暁, 保國恵一, 高安亮紀
2. 発表標題 一般化エルミート固有値問題の周回積分型精度保証付き部分固有値計算
3. 学会等名 日本応用数理学会2018年度年会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takehiko Kinoshita, Yoshitaka Watanabe, Nobito Yamamoto and Mitsuhiro T. Nakao
2. 発表標題 A higher order error estimation for finite element approximations of the Poisson equation
3. 学会等名 18th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic, and Validated Numerics (SCAN 2018) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshitaka Watanabe, Michael Plum, Kaori Nagatou and Mitsuhiro T. Nakao
2. 発表標題 Verified computations of eigenvalue exclosures for linearized Kolmogorov problem
3. 学会等名 18th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic, and Validated Numerics (SCAN 2018) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Akitoshi Takayasu, Motohiro Sobajima
2. 発表標題 Generation of C_0 semigroup on sequence spaces for rigorous spectral methods in PDEs
3. 学会等名 18th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic, and Validated Numerics (SCAN 2018) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Akitoshi Takayasu, Akira Imakura, Keiichi Morikuni
2. 発表標題 Verified computing for partial eigenvalues using a contour integral-type eigensolver
3. 学会等名 18th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic, and Validated Numerics (SCAN 2018) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 土屋卓也
2. 発表標題 Error analysis of Crouzeix-Raviart and Raviart-Thomas finite element methods
3. 学会等名 環瀬戸内ワークショップ
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takuya Tsuchiya
2. 発表標題 Error analysis of Crouzeix-Raviart and Raviart-Thomas finite element methods
3. 学会等名 SIAM East Asian Section Conference 2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 土屋卓也
2. 発表標題 Crouzeix-Raviart有限要素法と Raviart-Thomas有限要素法の誤差解析
3. 学会等名 計算工学講演会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 今倉暁, 保國恵一, 高安亮紀
2. 発表標題 Verified partial eigenvalue computation for generalized Hermitian eigenproblems using contour integrals
3. 学会等名 第47回数値解析シンポジウム
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kenta Kobayashi
2. 発表標題 The relation between Crouzeix-Raviart and Raviart-Thomas finite element methods
3. 学会等名 International Workshop on Numerical Methods for Partial Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kenta Kobayashi
2. 発表標題 The relation between Crouzeix-Raviart and Raviart-Thomas finite element methods
3. 学会等名 Australia New Zealand Industrial and Applied Mathematics 54th Annual Conference (ANZIAM2018) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshitaka Watanabe
2. 発表標題 A higher order error estimation of the Poisson equation and its applications
3. 学会等名 International Workshop on Numerical Methods for Partial Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Xuefeng Liu
2. 発表標題 A priori error estimation for the finite element solution to Stokes equation in 3D domain
3. 学会等名 International Workshop on Numerical Methods for Partial Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kenta Kobayashi, Takuya Tsuchiya
2. 発表標題 Error analysis of Lagrange interpolation on tetrahedrons
3. 学会等名 The second Vietnam International Applied Mathematics Conference (VIAMC 2017) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kenta Kobayashi, Takuya Tsuchiya
2. 発表標題 Error analysis of Lagrange interpolation on tetrahedrons
3. 学会等名 Workshop on Free Boundary Problems and Nonlinear PDEs (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yoshitaka Watanabe
2. 発表標題 Some computer-assisted proofs for the Navier-Stokes equations
3. 学会等名 Rigorous Numerics for Infinite Dimensional Nonlinear Dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Akitoshi Takayasu
2. 発表標題 Verified computations for solutions to 1-dimensional advection equations with variable coefficients
3. 学会等名 Dagstuhl Seminar (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 小林健太, 土屋卓也
2. 発表標題 Approximating surface areas by interpolations on triangulations
3. 学会等名 日本数学会2017年度年会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 木下武彦, 渡部善隆, 中尾充宏
2. 発表標題 あるコンパクト作用素のレゾルベントに対する下側評価について
3. 学会等名 日本数学会2017年度年会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kenta Kobayashi, Takuya Tsuchiya
2. 発表標題 Error analysis of Lagrange interpolation on tetrahedrons
3. 学会等名 International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2017 (INVA2017) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kenta Kobayashi, Takuya Tsuchiya
2. 発表標題 Approximating surface area by interpolations on triangulations
3. 学会等名 International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2017 (INVA2017) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Takehiko Kinoshita, Yoshitaka Watanabe, Mitsuhiro T. Nakao
2. 発表標題 An alternative approach of invertibility verifications for linear operators in Hilbert spaces
3. 学会等名 International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2017 (INVA2017) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Mitsuhiro T. Nakao, Takehiko Kinoshita, Yoshitaka Watanabe
2. 発表標題 Some remarks on the numerical norm estimation of the inverse operator in Hilbert spaces
3. 学会等名 International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2017 (INVA2017) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Xuefeng Liu
2. 発表標題 High-precision eigenvalue bounds for biharmonic differential operators
3. 学会等名 International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2017 (INVA2017) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Akitoshi Takayasu, Kaname Matsue
2. 発表標題 Numerical validation of blow-up solutions via quasi-parabolic compactifications
3. 学会等名 International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2017 (INVA2017) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 尹授老, 高安亮紀
2. 発表標題 スペクトル法を用いた変数係数1次元移流方程式の精度保証付き解法
3. 学会等名 日本応用数理学会第13回研究部会連合発表会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 小林健太, 土屋卓也
2. 発表標題 Approximating surface areas by interpolations on triangulations
3. 学会等名 日本応用数理学会第13回研究部会連合発表会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kenta Kobayashi
2. 発表標題 Error analysis of Lagrange interpolation on tetrahedrons
3. 学会等名 Australia New Zealand Industrial and Applied Mathematics 53th Annual Conference (ANZIAM 2017) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Akitoshi Takayasu, Makoto Mizuguchi, Takayuki Kubo, and Shin'ichi Oishi
2. 発表標題 Computable norm bounds of the evolution operator using spectral properties
3. 学会等名 The 35th JSST Annual Conference International Conference on Simulation Technology (JSST2016) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Kenta Kobayashi, Takuya Tsuchiya
2. 発表標題 Error Analysis of Lagrange Interpolation on Tetrahedrons
3. 学会等名 17th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic, and Validated Numerics (SCAN 2016) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Yoshitaka Watanabe, Takehiko Kinoshita, and Mitsuhiro T. Nakao
2. 発表標題 Validated constructive error estimatations for bi-harmonic problems
3. 学会等名 17th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic, and Validated Numerics (SCAN 2016) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Akitoshi Takayasu, Makoto Mizuguchi, Takayuki Kubo, and Shin'ichi Oishi
2. 発表標題 On verification methods for parabolic partial differential equations using the evolution operator
3. 学会等名 17th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic, and Validated Numerics (SCAN 2016) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Akitoshi Takayasu, Kaname Matsue, Takiko Sasaki, Kazuaki Tanaka, Makoto Mizuguchi, Shin'ichi Oishi
2. 発表標題 Verified numerical computations for blow-up solutions of ODEs
3. 学会等名 17th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic, and Validated Numerics (SCAN 2016) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Xuefeng Liu
2. 発表標題 A framework for highprecision verified eigenvalue bounds by using finite element methods
3. 学会等名 17th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic, and Validated Numerics (SCAN 2016) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 小林健太, 土屋卓也
2. 発表標題 Error analysis of Lagrange interpolation on tetrahedrons
3. 学会等名 日本数学会2016年度秋季総合分科会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 渡部善隆, 木下武彦, 中尾充宏
2. 発表標題 重調和方程式の近似解に対する構成的誤差評価
3. 学会等名 日本数学会2016年度秋季総合分科会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 渡部善隆, 木下武彦, 中尾充宏
2. 発表標題 重調和方程式の近似解に対する構成的誤差評価
3. 学会等名 日本応用数理学会2016年度年会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 劉雪峰
2. 発表標題 Stokes微分作用素の厳密な固有値評価について
3. 学会等名 日本応用数理学会2016年度年会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 小林健太, 土屋卓也
2. 発表標題 Error analysis of Lagrange interpolation on tetrahedrons
3. 学会等名 日本応用数理学会2016年度年会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Akitoshi Takayasu, Makoto Mizuguchi, Takayuki Kubo, and Shin'ichi Oishi
2. 発表標題 Computable estimates of the evolution operator based on the operator theory
3. 学会等名 Czech-Japanese-Polish Seminar in Applied Mathematics 2016 (CJPS 2016) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Xuefeng Liu
2. 発表標題 Verified High-precision Eigenvalue Bounds for Partial Differential Operators
3. 学会等名 5th European Seminar on Computing (ESCO 2016) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Akitoshi Takayasu, Makoto Mizuguchi, Takayuki Kubo, and Shin'ichi Oishi
2. 発表標題 Verified Computations for Solutions to Nonlinear Heat Equations Based on Fractional Powers of a Positive Operator and the Evolution Operator
3. 学会等名 5th European Seminar on Computing (ESCO 2016) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Kenta Kobayashi
2. 発表標題 The circumradius condition and its application
3. 学会等名 Numerical Computations: Theory and Algorithms (NUMTA2016) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Xuefeng Liu
2. 発表標題 A framework of high-precision verified eigenvalue bounds for self-adjoint differential operators
3. 学会等名 The Mathematics of Finite Elements and Applications 2016 (MAFELAB 2016) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 小林健太, 土屋卓也
2. 発表標題 四面体上のLagrange補間の誤差評価について
3. 学会等名 第21回計算工学講演会
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 Mitsuhiro T. Nakao, Michael Plum, and Yoshitaka Watanabe	4. 発行年 2019年
2. 出版社 Springer Singapore	5. 総ページ数 467
3. 書名 Numerical Verification Methods and Computer-Assisted Proofs for Partial Differential Equations	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	土屋 卓也 (Tsuchiya Takuya) (00163832)	愛媛大学・理工学研究科(理学系)・教授 (16301)	
研究分担者	渡部 善隆 (Watanabe Yoshitaka) (90243972)	九州大学・情報基盤研究開発センター・准教授 (17102)	
研究分担者	劉 雪峰 (Liu Xuefeng) (50571220)	新潟大学・自然科学系・准教授 (13101)	
研究分担者	高安 亮紀 (Takayasu Akitoshi) (60707743)	筑波大学・システム情報系・助教 (12102)	