

令和 4 年 6 月 1 日現在

機関番号：32612

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2016～2019

課題番号：16H03952

研究課題名(和文) 疎なグラフに対する極値グラフ理論の展開

研究課題名(英文) Development of Extremal Graph Theory for Sparse Graphs

研究代表者

太田 克弘(Ota, Katsuhiro)

慶應義塾大学・理工学部(矢上)・教授

研究者番号：40213722

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 7,000,000円

研究成果の概要(和文)：極値グラフ理論の問題は、グラフが特定の部分構造や性質を持つための条件として、そのグラフの辺数や最小次数に関する最善の十分条件を求める問題である。本研究では、グラフの辺数が頂点数の2乗オーダーにならないようなグラフ、いわゆる疎グラフにおける極値問題に着目し、従来の極値グラフ理論とは一線を画した研究を行った。とくに、森グラフの極値問題の展開、マッチング拡張性、グラフに含まれるサイクルの長さなどにおいて、これまでの極値問題の視点とは異なる立場からの成果を得た。また、1-平面グラフでの極値問題や、辺着色グラフに彩色部分グラフを見つける問題など、新たな極値問題への展開研究も行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

極値グラフ理論の典型的な定理では、辺数が頂点数の2乗オーダーであるグラフ(密なグラフと呼ばれる)が極値グラフとなる。密なグラフに対する極値問題に対しては、Regularity Lemmaとその応用であるBlow-up Lemmaが強力な道具となることが知られている。それに対して、辺数が頂点数の2乗オーダーに満たない疎グラフに対する極値問題は、まだ一般論が構築されておらず、多くの未解決問題が残る。疎なグラフでの極値問題に関する本研究成果は、そのような未解決問題の一つずつ解決していくステップではあるが、ゆくゆくは一般論の構築につながることを期待され、学術的意義は大きい。

研究成果の概要(英文)：The problems in extremal graph theory is to determine the minimum number of edges or a sharp minimum degree condition for a graph to have a specified substructure or a specified property. In this research, we focus on sparse graphs, which are the graphs in which the number of edges is much less than n where n stands for the number of vertices in the graph. This kind of sparse graphs were not the main target of typical extremal graph theory problems as before. In particular, we have obtained some new results on extremal problems of forests, matching extendability, variety of cycle lengths contained in a graph, etc. Also, there are some developments on extremal problems for 1-planar graphs, and also on a problem of finding a certain properly colored subgraph in a edge-colored graphs.

研究分野：離散数学

キーワード：グラフ理論 極値問題 疎グラフ マッチング サイクル 辺彩色部分グラフ

1. 研究開始当初の背景

極値グラフ理論の問題とは、グラフの辺数や最小次数の条件によりそのグラフに含まれる部分グラフ構造を議論し、その最善の条件を求めるというものである。その典型的なものとして、グラフ H を固定するとき、与えられたグラフ G が H と同型な部分グラフを含むための辺数あるいは最小次数に関する最善の十分条件はどのようなものになるか、という問題がある。 H が完全グラフの場合は、Turan の定理([5])としてよく知られていて、より一般に H の染色数が 3 以上の場合には、Erdos-Stone の定理([2])が漸近的な解を与えている。 H の染色数が 3 以上の場合が扱いやすい理由は、 H と同型な部分グラフを含むために必要なグラフ G の辺数が、 G の頂点数の 2 乗オーダー必要である点にある。このようにに辺数が頂点数の 2 乗オーダーであるグラフは密なグラフと呼ばれる。密なグラフに対する極値問題に対しては、Semeredi による Regularity Lemma([4])とその応用である Blow-up Lemma([3])が強力な道具となることが知られており、数々の極値グラフ理論の問題を解決するのに用いられてきた。一方、辺数が頂点数の 2 乗オーダーに満たないグラフ、すなわち疎グラフを対象とした極値グラフ理論的な問題に対しては、Regularity Lemma や Blow-up Lemma のような強力な道具が完成されていないため、未解決な問題が多く残されている。

他方、平面グラフをはじめとする位相幾何学的性質で規定されるグラフについては、その規定のために辺数がかかなり少ない。実際、特定の閉曲面に埋め込むことのできるグラフの辺数は、頂点数に線形なほどしかかからないにも関わらず、少しの連結度を仮定するだけで、ハミルトン閉路やその緩和構造などの性質の良い部分グラフが含まれる傾向にある。例えば、4 連結平面グラフはハミルトン閉路を持ち(Tutte[6])、3 連結平面グラフは最大次数 3 の全域木を持つ(Barnette[1])。特定の閉曲面に埋め込むことが可能であるという性質は、組合せ的に表現すると、有限個のマイナーを禁止することによって特徴づけられることが知られている。このことは、辺数の少ない疎なグラフでも、禁止マイナーなどの別の条件で規定されたグラフの族においては、所望の部分構造を含むことが保証される見込みがあることを示唆している。

参考文献

- [1] D. Barnette: Trees in polyhedral graphs, *Canad. J. math.* 18 (1966), 731-736.
- [2] P. Erdos and A.H. Stone: On the structure of linear graphs, *Bull. Amer. Math. Soc.* 52 (1946) 1087-1091.
- [3] J. Komlos, G.N. Sarkozy, E. Szemerédi: Blow-up lemma, *Combinatorica* 17 (1997) 109-123.
- [4] E. Szemerédi: Regular partitions of graphs, In *Problemes Combinatoires et Theorie des Graphes (Colloc. Internat. CNRS, Orsey 1976)*, CNRS, 399-401.
- [5] P. Turan: On an extremal problem in graph theory, *Mat. Fiz. Lapok* 48 (1941) 436-452.
- [6] W.T. Tutte: A theorem on planar graphs, *Trans. Amer. Math. Soc.* 82 (1956), 99-116.

2. 研究の目的

極値グラフ理論の従来の研究においては、辺数が頂点数の 2 乗オーダーであるような密なグラフでは、Regularity Lemma と Blow-up Lemma の組合せが強力な武器であった。本研究では、密ではないグラフ、すなわち疎なグラフにおける極値問題の研究を行い、従来の極値問題でカバーできないケースについて、新たな研究を展開していく。

1 つの与えられたグラフ H については、 H を部分グラフとして含むための辺数・最小次数に関する極値問題は、グラフ H の染色数が大きく関わっている。 H の染色数が 3 以上の場合は漸近的に解決しているが、 H が二部グラフのときは未解決問題として残されている。一般の二部グラフについては、退化数(部分グラフの最小次数の最大値として定義される)が関係するであろうことが予想されているが、閉路を含まないケース、すなわち森グラフでは、さらに繊細なグラフ不変量が必要になりそうである。グラフが単純になればそれに応じて問題は通常簡単になるはずであるが、この問題においては、グラフが簡単になるほど極値問題の解のオーダーが真に低くなるため、その正確な漸近値を決定するのが難しくなる。一見より単純な問題に見えるが、実際はより詳細な極値条件を扱わなければいけないところにこの問題の難しさがある。

一方、複数のグラフのうちのいずれかを部分グラフとして含むための条件に関する極値問題は、問題によって異なる様相を呈することがある。与えられた複数のグラフのうちで、もっとも存在が容易であるものに極値問題の条件が引きずられてしまうこともあるが、複数指定されたことによって、さらに弱い条件でいずれかの部分グラフの存在が保証されることもある。例えば、どんな長さでもよいからサイクルを含むためには、極めて弱い条件でその存在が保証さ

れる。このような複数の構造を並行して考える新たな極値問題は、疎なグラフの中での新たな理論を生む可能性がある。

また、対象とするグラフに位相幾何学的な制約を与えることによって、そもそも対象となるグラフが疎なグラフに限られることがある。例えば平面グラフのように、疎なグラフでありながら豊富な部分構造を持ちうるグラフの族がある。与えられた閉曲面上のグラフの構造を議論する問題は、これまでも多く研究されてきたが、本研究でも新たな視点から新たな構造解析を目指す。

このように、疎なグラフに含まれる部分構造を解明していく問題は多様な広がりを持っており、そのような中で新たな極値グラフ理論を展開していくことが本研究の目的である。

3. 研究の方法

上記の目的のもとに、以下のような視点から研究を行った。

(1) 二部グラフ、その特殊ケースとしての森グラフを部分グラフとして含むための条件に関する問題を扱う。前述のように、 H が二部グラフの場合には、グラフ G が H を部分グラフとして含むための辺数・最小次数に関する最善な条件はまだ完全には決定されていない。グラフ G に必要な辺数は、 G の頂点数の 2 乗を下回るオーダーであり、すなわち疎なグラフがその極値グラフとなる。本研究の第 1 ステップは、 H が森グラフのときに、グラフ G が H を含むための最小次数条件を、各 H に対して最善なものとして与えることである。

(2) 一つのグラフ H を考えるのではなく、グラフの族が与えられたとき、その族に属するいずれかのグラフを部分グラフとして含むための条件についての極値問題を扱う。最も簡単な例として、「すべての閉路」というグラフの族を考えれば、最小次数 2 以上という条件だけで、いずれかの閉路を含むことが保証される。閉路に近い構造をもったグラフ（いくつかの弦を持つ閉路や、閉路次元の低いグラフなど）の族から調べ、どのようなグラフの族に対してこのように疎なグラフでもそのいずれかを含むという性質が成り立つかについて研究する。

(3) グラフがもつ位相幾何学的性質によって疎なグラフとなるような場合について、そのグラフにどの程度豊富な部分構造が含まれるのかについて考える。特に、どのくらい多くの辺からなるマッチングがそのグラフの完全マッチングに拡張できるか、という尺度を表すマッチング拡張性の概念とその周辺について焦点をあてて研究を推し進める。

研究を展開していくにあたっては、本研究組織メンバーだけではなく、広くグラフ理論研究者、特に若手の研究者にも積極的に議論に加わってもらった。慶應義塾大学では、定期的なセミナーを開催していて、ディスカッションする環境は整っている。また国内外の研究集会や学会などは、研究成果を発表する機会としてだけでなく、多くの研究者が集う貴重な情報収集、ディスカッションの場である。そのような機会を生かし、共同研究しながら研究を推し進めた。特に慶應義塾大学では毎年組合せ論若手研究集会を開催し、特定のトピックに関して少し長めの招待講演を依頼し情報収集を行うなど、議論の機会を広く設けた。

4. 研究成果

極値グラフ理論の従来の研究においては、辺数が頂点数の 2 乗オーダーであるような密なグラフでは、Regularity Lemma と Blow-up Lemma の組合せが強力な武器であった。本研究ではこれら強力な武器が使えないグラフ、すなわち疎なグラフにおける極値グラフ理論の問題を中心に扱った。まず、サイクルやシートグラフに関するこれまでの結果を見直すことにより、同種のあるいは同型な部分グラフを点素に見つける問題を考えた。元のグラフの頂点数 n に対し、頂点数が十分に小さい部分グラフの存在が保証されるような状況においては、疎なグラフであっても、局所的な部分に見つかった構造が他に大きく影響せず、別の箇所でも同じ構造が見つけれられる可能性がある。このアイディアに基づいて証明することのできたシートグラフに関するこれまでの研究結果を、より一般的な極値問題へ拡張するための知見を得ることができた。

この研究の流れの中で、グラフに含まれるサイクルの長さのバリエーションについての研究を行った。グラフに含まれる k 個のサイクルは、それらの長さが公差 1 または 2 の等差数列になっているとき、許容サイクルと呼ぶ。 k 個の許容サイクルの研究は、 k を法としたすべての長さのサイクルの研究などとも関連し、興味深い研究である。本研究では、一部に例外的な頂点を許した下で、各頂点の次数が $k+1$ 以上であれば、 k 個の許容サイクルが存在することを示した。証明には巧妙な帰納法の議論を用いており、今後他の構造解明に応用できることが期待される。

閉曲面上に埋め込まれたグラフは、その制約上自然に疎なグラフとなる。そのようなグラフでは、少しの連結度の仮定をおくなどすることにより、その部分構造に特徴的な性質を持つことが知られている。本研究ではとくにマッチング拡張性に関する従来研究を進展させ、ある程度離れた距離にあるマッチングを完全マッチングに拡張する問題の研究を推し進めた。この距

離を考慮したマッチング拡張性の研究については、三角形面以外を一部許した平面グラフ、射影平面上の三角形分割、連結度とスターフリー性を仮定したグラフ、平面や射影平面上の3正則2部グラフなどにおいて成果があった。さらに、位相幾何学的性質を、各辺がそれのみを共有する2つの短い閉路に含まれるという性質に抽象化した2部グラフにおいても、距離を考慮したマッチング拡張性について同種の結果が成り立つことを示した。

平面グラフの拡張概念として、各辺が一度だけ他の辺と交差することを許した1-平面グラフの概念がある。 n 頂点からなる1-平面グラフは疎なグラフの範疇に属し、高々 $4n-8$ 辺しか持たないことが知られている。ちょうど $4n-8$ 辺を持つ1-平面グラフは、組合せ的に良い性質を持つことが知られているが、しばしば極大平面グラフとは異なる性質を持つことがある。マッチング拡張性については、悪い分離4-サイクルを持たないという仮定のもとに、任意の独立2辺が完全マッチングに拡張できること、および、多くの場合に独立3辺も完全マッチングに拡張可能であることを示した。

極値グラフ理論において最も盛んに研究されているのがハミルトン閉路とその拡張である2-因子に関するものである。そのような全域的な構造の存在を保証するには、各頂点の次数がグラフの頂点数に線形な程大きいことを仮定する必要がある。どのようなグラフクラスに制限すると、密なグラフでなくても2-因子等の存在が保証できるのか、その調査を目的として、必ずしも疎ではないグラフに対する極値問題にも目を向け、とくに2-因子をはじめとする次数因子の存在に関する研究も進めた。そこでは、有向グラフの因子と2部グラフの因子の間に綺麗な関係が発見された。また、因子の次数条件をどの程度まで緩和すると、疎なグラフにおける特徴的な部分構造の発見につながるかについても考察し、各頂点の次数が偶数であるような偶部分グラフがその候補となることを確認し、部分的な成果が得られた。

新たな研究の流れとしては、辺着色グラフに関する極値問題について議論を行った。通常の極値問題における次数条件を、辺着色グラフにおける色次数条件（各頂点に接続する辺の色の数に関する条件）に置き換え、真に辺彩色された部分グラフの存在を保証する問題への展開を図った。このような研究は、これまでの辺着色されていないグラフの結果を真に含む新たな一般化の可能性を示唆している。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計29件（うち査読付論文 29件 / うち国際共著 10件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 R.E.L. Aldred, J. Fujisawa, A. Saito	4. 巻 93
2. 論文標題 Distance matching extension and local structure of graphs	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Graph Theory	6. 最初と最後の頁 5--20
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/jgt.22465	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 J. Fujisawa, C.T. Zamfirescu	4. 巻 284
2. 論文標題 Non-hamiltonian 1-tough triangulations with disjoint separating triangles	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Discrete Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 622--625
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.dam.2020.03.053	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 J. Fujisawa, H. Seno	4. 巻 95
2. 論文標題 Edge proximity and matching extension in projective planar graphs	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Graph Theory	6. 最初と最後の頁 341--367
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/jgt.22559	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 R.E.L. Aldred, J. Fujisawa, A. Saito	4. 巻 37
2. 論文標題 Distance matching extension in cubic bipartite graphs	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Graphs and Combinatorics	6. 最初と最後の頁 1793--1806
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00373-021-02295-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 M. Kano, S. Maezawa, K. Ota, M. Tsugaki, T. Yashima	4. 巻 343
2. 論文標題 Color degree sum conditions for properly colored spanning trees in edge-colored graphs	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Discrete Mathematics	6. 最初と最後の頁 112042
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.disc.2020.112042	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 K. Murota, A. Tamura	4. 巻 14
2. 論文標題 Integrality of subgradients and biconjugates of integrally convex functions	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Optimization Letters	6. 最初と最後の頁 195--208
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11590-019-01501-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 A. Hoffmann-Ostenhof, T. Kaiser and K. Ozeki	4. 巻 88
2. 論文標題 Decomposing planar cubic graphs	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Graph Theory	6. 最初と最後の頁 631--640
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/jgt.22234	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 R. E. L. Aldred, J. Fujisawa and A. Saito	4. 巻 90
2. 論文標題 Pairs and triples of forbidden subgraphs and the existence of a 2-factor	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Graph Theory	6. 最初と最後の頁 61--82
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/jgt.22368	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 J. Fujisawa, K. Segawa and Y. Suzuki	4. 巻 34
2. 論文標題 The matching extendability of optimal 1-planar graphs	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Graphs and Combinatorics	6. 最初と最後の頁 1089--1099
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00373-018-1932-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 M. Furuya and T. Yashima	4. 巻 254
2. 論文標題 The existence of f-forests and f-trees in graphs	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Discrete Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 113--123
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.dam.2018.07.005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 K. Ozeki and C. T. Zamfirescu	4. 巻 32
2. 論文標題 Every 4-connected graph with crossing number 2 is hamiltonian	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Discrete Mathematics	6. 最初と最後の頁 2783--2794
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/17M1138443	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 R.E.L. Aldred, J. Fujisawa, A. Saito	4. 巻 340
2. 論文標題 Edge proximity and matching extension in punctured planar triangulations	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Discrete Mathematics	6. 最初と最後の頁 2978--2985
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.disc.2017.07.017	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 R. Cada, S. Chiba, K. Ozeki, K. Yoshimoto	4. 巻 31
2. 論文標題 On dominating even subgraphs in cubic graphs	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Discrete Mathematics	6. 最初と最後の頁 890 - 907
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/16M1066622	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 S. Chiba, J. Fujisawa, M. Furuya, H. Ikarashi	4. 巻 24
2. 論文標題 Forbidden pairs with a common graph generating almost the same sets	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 The Electronic Journal of Combinatorics	6. 最初と最後の頁 Paper P2.13
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.37236/6190	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 A. Nakamoto, Y. Oda, M. Watanabe, T. Yamashita	4. 巻 341
2. 論文標題 A note on two geometric paths with few crossings for points labeled by integers in the plane	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Discrete Mathematics	6. 最初と最後の頁 1109--1113
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.disc.2017.10.021	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計39件 (うち招待講演 7件 / うち国際学会 16件)

1. 発表者名 藤沢 潤
2. 発表標題 ハミルトンサイクルを持たない 1-tough な三角形分割とその分離三角形
3. 学会等名 Japanese Conference on Combinatorics and its Applications (JCCA-2019)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 R.E.L. Aldred, 藤沢 潤
2. 発表標題 閉曲面上のグラフにおけるマッチング拡張問題の一般化
3. 学会等名 日本数学会 2021年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 R.E.L. Aldred, 藤沢 潤
2. 発表標題 閉曲面上のグラフにおける距離が離れたマッチングの拡張問題とその一般化
3. 学会等名 日本数学会 2021年度秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 藤沢 潤
2. 発表標題 閉曲面上のグラフにおける部分グラフの除去と完全マッチングの存在について
3. 学会等名 第33回位相幾何学的グラフ理論研究集会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 K. Noguchi, N. Matsumoto, T. Yashima
2. 発表標題 特別な 2-因子のみをもつ 3-正則グラフについて
3. 学会等名 日本数学会2021年度秋季総合分科会(千葉大学)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 T. Yashima
2. 発表標題 辺彩色因子について
3. 学会等名 Japanese Conference on Combinatorics and its Applications (JCCA-2019)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 T. Yashima
2. 発表標題 Degree sum conditions for bipartite graphs to have S-path-systems
3. 学会等名 The Japanese Conference on Combinatorics and its Applications (JCCA2018), Sendai International Center, Japan
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 藤沢 潤, R.E.L. Aldred, 斎藤 明
2. 発表標題 3-正則グラフにおけるdistance matchable なグラフのクラスについて
3. 学会等名 離散数学とその応用研究集会2018
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 J. Fujisawa
2. 発表標題 On distance matching extension in graphs
3. 学会等名 2018 SCMS Workshop on Extremal and Structural Graph Theory (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 K. Ota
2. 発表標題 Spanning plane subgraphs of 1-plane graphs
3. 学会等名 6th Pacific Workshop on Discrete Mathematics, Hawaii, USA (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 藤沢 潤, C. T. Zamfirescu
2. 発表標題 ハミルトンサイクルを持たない1-tough な三角形分割とその分離三角形について
3. 学会等名 日本数学会 2019年度年会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 K. Ozeki
2. 発表標題 Extension of graphs on surfaces to 3-colorable triangulations
3. 学会等名 Ghent Graph Theory Workshop on Structure and Algorithms 2017 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 八島 高将
2. 発表標題 辺彩色2-因子が存在するための必要十分条件
3. 学会等名 離散数学とその応用研究集会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 J. Fujisawa
2. 発表標題 Induced nets and hamiltonicity of claw-free graphs
3. 学会等名 CXL Workshop (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 小田 芳彰
2. 発表標題 組合せ論とプログラム 禁止部分グラフの高速判定アルゴリズム, 離散幾何学の2つの問題
3. 学会等名 軽井沢グラフと解析研究集会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 八島 高将
2. 発表標題 同じ長さの閉路で被覆される3-正則グラフについて
3. 学会等名 軽井沢グラフと解析研究集会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 藤沢 潤
2. 発表標題 Distance matching extension in cubic bipartite graphs
3. 学会等名 日本数学会 2018年度年会
4. 発表年 2018年

1 . 発表者名 J. Fujisawa
2 . 発表標題 Edge proximity condition and matching extension in cubic bipartite graphs
3 . 学会等名 The 5th Taiwan-Japan Conference on Combinatorics and its Applications (国際学会)
4 . 発表年 2018年

1 . 発表者名 K. Ozeki
2 . 発表標題 Kempe equivalence of 3-edge-colorings in cubic graphs on the projective plane
3 . 学会等名 The 5th Taiwan-Japan Conference on Combinatorics and its Applications, (招待講演) (国際学会)
4 . 発表年 2018年

1 . 発表者名 K. Ota, Y. Egawa, S. Fujita, T. Sakuma
2 . 発表標題 Vertex-disjoint even cycles of the same length
3 . 学会等名 ACCOTA 2016, International Workshop on Combinatorial and Computational Aspects of Optimization, Topology and Algebra (国際学会)
4 . 発表年 2016年

1 . 発表者名 J. Fujisawa
2 . 発表標題 Recent progress on matching extendability of graphs on surfaces
3 . 学会等名 ACCOTA 2016, International Workshop on Combinatorial and Computational Aspects of Optimization, Topology and Algebra (国際学会)
4 . 発表年 2016年

1. 発表者名 K. Ota
2. 発表標題 Small theta subgraphs in sparse graphs
3. 学会等名 2017 Joint Mathematical Meetings, AMS Special Session on Topics in Graph Theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 藤沢 潤
2. 発表標題 Edge proximity conditions for matching extendability of graphs
3. 学会等名 日本数学会 2017年度年会
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	藤沢 潤 (Fujisawa Jun) (00516099)	慶應義塾大学・商学部(日吉)・教授 (32612)	
研究分担者	田村 明久 (Tamura Akihisa) (50217189)	慶應義塾大学・理工学部(矢上)・教授 (32612)	
研究分担者	小田 芳彰 (Oda Yoshiaki) (90325043)	慶應義塾大学・理工学部(矢上)・准教授 (32612)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	小関 健太 (Ozeki Kenta)	横浜国立大学大学院・環境情報研究員・准教授 (12701)	
研究協力者	山下 登茂紀 (Yamashita Tomoki)	近畿大学・理工学部・准教授 (34419)	
研究協力者	八島 高将 (Yashima Takamasa)	成蹊大学・理工学部・助教 (32629)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計3件

国際研究集会 The Japanese Conference on Combinatorics and its Applications (JCCA2018), Sendai International Center, Japan	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 6th Pacific Workshop on Discrete Mathematics, Hawaii Tokai International College, Kapolei, Hawaii, USA	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 The 5-th Taiwan-Japan Conference on Combinatorics and its Applications	開催年 2018年～2018年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
ニュージーランド	University of Otago			
ベルギー	Ghent University			
オーストリア	Technical University of Vienna			
チェコ	University of West Bohemia			
韓国	Kon-Kuk University			
アメリカ	Georgia State University			