様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９　（共通）

科研費
KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　２ 年　６ 月　３ 日現在

機関番号：１４４０１
研究種目：若手研究(A)
研究期間：2016～2019
課題番号：１６Ｈ０５９９４

研究課題名（和文）圏論的視点に基づいた(非可換)代数多様体の研究

研究課題名（英文）Studies on (noncommutative) algebraic varieties via categorical points of view

研究代表者
大川　新之介（Okawa, Shinnosuke）

大阪大学・理学研究科・准教授

研究者番号：６０６４６９０９

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　7,500,000円

研究成果の概要（和文）：非可換代数幾何学(代数多様体上の連接層の圏の一般化であるところのabel圏ないしenhanced三角圏を幾何学的対象と捉えて研究する分野)における諸課題を研究し、主に以下の成果を得た。I. 導来圏の半直交分解を分類するモジュライ空間がetaleな代数空間をなすことを証明した。II. b因子を境界にする対数対の極小モデル理論を定義し、基本定理の成立を確認した。III. 安定点付き代数曲線のモジュライスタックの非可換剛性を示した。IV. 非可換del Pezzo曲面の一般的定義を与えた。V. 代数多様体の導来同値と加法的不変量の関係について興味深い幾つかの例を発見し、また、仮説を立てた。

研究成果の学術的意義や社会的意義
円や放物線のように「方程式=0」という形で表現される図形を代数多様体と呼び、数学内外の様々な分野と関係がある。代数多様体上には連接層というある種の線型な対象が(無数に)あるが、その全体の有り様(専門用語で圏)を研究することで代数多様体の本質に迫るのが非可換代数幾何学である。比較的若い分野であるためまだまだ基本的で重要なことがわかっていないが、例えば上記の成果Iはその一つを明らかにしたものである。また、Vは連接層の圏が代数多様体の本質をどこまで捉えているかという、非可換代数幾何学そのものの意義に関わる研究である。IVは非可換射影幾何学で研究されるべき対象を一気に増やしたという意義がある。

研究成果の概要（英文）：I worked on several problems of noncommutative algebraic geometry (= a field where people study abelian or enhanced triangulated categories as geometric objects generalizing the category of coherent sheaves). We, Among others, I. proved that the moduli space classifying semiorthogonal decompositions of the derived category of coherent sheaves is an etale algebraic space; II. defined and confirmed the basics of the minimal model theory for b-boundary divisors; III. proved that the moduli stack of stable pointed curves are (almost) always rigid in the noncommutative sense; IV. gave general definition of noncommutative del Pezzo surfaces; V. proposed a few hypotheses concerning the relationship between derived equivalence of algebraic varieties and the additive invariants. We also found a few interesting examples.

研究分野：代数幾何学

キーワード：導来圏　三角圏　極小モデル理論　モジュライ　非可換射影幾何学

１．研究開始当初の背景

本研究を開始する以前より、報告者は非可換代数幾何学に関する研究を行っていた。ここで言う非可換代数幾何学とは、代数多様体上の連接層からなる圏の一般化であるところの abel 圏ないし enhanced 三角圏を幾何学的対象と捉えて研究する分野のことである。

また、非可換射影幾何学を非可換代数幾何学の立場から捉え直し、一般化する研究も行っていた。前者は Artin-Schelter 正則代数と呼ばれるある種の次数付き代数(の一般化)を研究する分野である。

２．研究の目的

非可換代数幾何学に関わる諸課題の解決、あるいは解決につながる成果を出すことが目的であった。研究開始当初は以下の課題を持っていた。なお、研究期間中に新しく発見した問題意識や、研究期間開始時には行き詰まっていて無視していたがその後予想外に進展した研究課題もあった。それらについては項目 4.で述べる。

I.　連接層の導来圏の半直交分解に関する基本性質を明らかにすると共に、それを用いて、なるべく多くの場合に半直交分解の分類を目指す。
II.　Brauer pair の極小モデル理論の基礎定理を証明する。
III.　安定点付き曲線のモジュライスタックの非可換剛性を証明する。
IV.　非可換射影幾何学、特に非可換代数曲面論の基礎を与える。

３．研究の方法

共同研究に関しては、メールによる議論、Skype、あるいは直接会っての研究打ち合わせなどの方法によって進めた。各課題の共同研究者については以下で述べる。

４．研究成果

I．連接層の導来圏(より一般に三角圏)の半直交分解とは、与えられた三角圏をいくつかのより小さい三角圏の貼り合わせの形に分解することである。連接層の導来圏の場合、その半直交分解は多様体の深い幾何学的性質を反映するという経験則がある。その典型例が DK 仮説であり、代数多様体の極小モデルプログラムに応じて導来圏が半直交分解することが期待(いくつかの典型的な場合に証明)されている。また、逆に、極小モデルプログラムに対応しない半直交分解がどの程度存在するか、という問題もある。その問題の特別な場合は、「(非特異な)極小モデルの連接層の導来圏は半直交分解を持たないか？」というものである。これは 2 次元以上では一般的には反例があるが、標準束が十分多くの切断を持つ場合には正しいであろうという仮説を報告者らが立てた。これは、典型的な場合には正しいということを報告者らが証明しており、その結果に基づくものである。これに取り組むために、一般に半直交分解が持つ基本的な性質を解明することを目指してこれまで研究を行ってきた。

本研究では半直交分解の定性的な性質についてモジュライ理論的観点から研究を行い、arXiv:2002.03303 として発表した。主結果は、excellent scheme 間の smooth projective morphism f:X -> U に対し、perf(X)の U-線型な半直交分解を分類する関手を定義し、それが U 上の etale な代数空間になることを証明したというものである。これは Andrea T. Ricolfi, Pieter Belmans(敬称略、以下同様)との共同研究である。

まず、半直交分解の基底変換の理論を整備した。これは、元々Alexander Kuznetsov によって示されていたものを、より一般の scheme に自然に拡張したものである。これにより、モジュライ関手が U 上の affine scheme の圏上の関手として定義できた。次に、これが etale 位相に関して descent を満たすことを証明した。我々は Elagin による半直交分解の Galois descent に帰着したが、そのために標数 0 でしか証明ができなかった。同時期に Antieu-Elmanto が導来代数幾何学による抽象的な議論で標数によらない証明を与えた。

これで U 上 affine scheme のなす etale site 上の sheaf ができたので、自動的に U 上の big etale site の sheaf が構成できた。一方、Artin、Hall-Rydh の仕事によって、U 上の big etale site の sheaf が etale algebraic space になるための判定法が与えられていた。我々はこれを利用したのであるが、そのために、半直交分解の変形理論を構築する必要があった。そのままで扱い辛いので、半直交分解を、その成分への射影関手のなす完全三角と同一視し、その完全三角に対して変形理論を構築した。我々はより一般的に、「domain の変形が指定されている状況での導来圏の射の変形理論」を証明した(Wendy Lowen を加えた 4 人での共著、appendix)。この変形理論は Quot 関手や stable pair の変形理論の一般化であり、それ自体興味深いと考えている。

この結果の応用として、非特異射影代数多様体の族があったとき、「導来圏が非自明な半直交分解を持つ」という性質が開条件であることがわかった。これを利用して、いくつかの極小モデルの導来圏が半直交分解を持たないということが証明できた(Belmans, Ricolfi, Francesco Bastianelli との共同研究)。これは、半直交分解の非存在を証明するための全く新しい手法である。他にも、半直交分解の定義体に関する応用もある。また、この結果と DK 仮説を組み合わせることで、極小モデル理論の中心概念である端射線収縮射の変形に関する予想を立てること

ができた。これは、導来圏の研究が極小モデル理論に興味深い未解決問題を提示したということである。

II．代数多様体 X とその関数体の Brauer 群の元の組を Brauer pair と呼ぶ。Brauer pair を選ぶことは、中心上有限な非可換代数多様体の双有理同値類を指定することに相当する。これに対する極小モデル理論が Chan-Ingalls によって 2 次元の場合に確立されていたが、これを一般次元に拡張したというのがこの研究である。特に極小モデルプログラムを考えるための基礎定理の証明を論文として完成させることが目標であったが、より一般に b-divisor を boundary divisor とした極小モデル理論を定義し、Brauer pair の極小モデル理論はその特別な場合として捉えるのが正しいという見方に至った(Brauer pair は b-divisor を定め、Brauer pair の極小モデルプログラムはその b-divisor を境界とする極小モデルプログラムに他ならないという発見がポイントであった)。b-divisor を boundary とする極小モデル理論は、通常の極小モデル理論から簡単に従うということがわかった。以上の結果は arXiv:1707.00834 として発表した。

III．安定点付き曲線のモジュライスタックの非可換剛性の証明に以前より取り組んでいたが、これに関する非常に混み入った場合分けが残っていたので、完成させた。

非可換剛性の証明については、モジュライの 2nd Hochschild cohomology が消滅することを証明するという方針を取った。種数 g が 1 以上の場合は自己同型群が非自明な安定曲線が存在するため、モジュライがスタックになる。これにより、Hochschild cohomology に対する(conjectural な)HKR 同型に inertia stack の twisted sector の寄与がある。我々は conjectural な HKR 同型を認めた上で、モジュライの余次元 2 以下の twisted sector を全ての種数 g と穴の数 n に対して明示的に分類した。そして、分類に出てくるそれらの twisted sector の 2nd Hochschild cohomology への寄与がほとんどすべての(g,n)の組(明示的に与えられる 9 組を除いて)に対して消えることを証明した。これにより、conjectural な HKR を仮定した上でそれらの場合に非可換剛性の証明が完成した。以上は佐野太郎との共同研究であり、arXiv:1412.7060 の改訂版として発表した。

IV.非可換射影幾何学と呼ばれる分野が存在する。これは元々、射影空間の非可換化を考えるという動機のもと、AS 正則代数と呼ばれるある種の非可換次数つき代数のクラスを研究する分野として生まれたものであった。その後、三角圏の螺旋(helix)の理論に基づく解釈が与えられ、非可換射影平面と非可換 2 次曲面に対しては十分に満足の行く理論が構築されていた(Artin, Schelter, Tate, Van den Bergh, Bondal, Polishchuk)。申請者らは、これらの結果を他の非可換 del Pezzo 曲面に対しても一般化するということを目指して研究してきた。

本研究では、まず、del Pezzo 曲面の変形類 10 種全てに対し、それぞれの非可換変形を与えるような AS 正則代数のクラスを定義することができた(Tarig Abdelgadir、植田一石との共同研究)。より正確に述べると、del Pezzo 曲面上の geometric helix の「型」を指定するごとに、それに対応して AS 正則代数のクラスを定義する手続きを与えることができた。理論的な背景は、del Pezzo 曲面の上には必ず geometric helix が存在するということと、曲面の標準束の全空間が CY 3-fold になるということから rolled-up helix algebra が graded CY3 代数になるということである。AS-Gorenstein 条件は CY3 性からすぐに従うことになり、また、rolled-up helix algebra の bimodule としての明示的な self-dual resolution の形から、考えるべき AS 正則代数の単純加群の minimal projective resolution の形として何を指定すればよいかが決まる。以上については MFO report(No. 24/2018)に概説を書いた(2018)。

非可換射影平面や非可換 2 次曲面の場合には対応する AS 正則代数のクラスが可換代数幾何学的なデータと 1 対 1 対応することが示されており、これが非可換射影幾何学を面白くする中心的な結果である。我々は、一般の非可換 del Pezzo に対応する AS 正則代数のクラスについても、少なくとも generic な代数に対しては、対応する可換代数幾何学的データを構成する方法を解明した。簡単に述べると、これは圏の対象のモジュライ空間から適切な連結成分を取り出すことで達成される。これを完全な 1 対 1 対応にするためには非可換曲面に対して「1 点の Hilbert scheme」の理論を構築する必要があることがわかったが、安定性条件を適切に選ぶという問題が未だに解決せず、残ってしまっている。

また、Hirzebruch 曲面の非可換変形に関するいくつかの研究を行った(毛利出、植田一石との共著 arXiv:1903.06457 として発表した)。Van den Bergh が導入した非可換 P1 束の理論を P1 上の場合に精密に調べたと言える。特に、P1 上の rank(2,2)の locally free sheaf bimodule の明示的分類、sheaf bimodule の貼り合わせ関手の核としての解釈、(特殊)導来 Mckay 対応の非可換変形について研究した。

以下、研究期間の途中に見出した課題とその研究成果について述べる。

V.　導来同値と加法的不変量、特に代数多様体の Grothendieck 環の関係の解明

非特異射影代数多様体 X,Y の連接層の導来圏が同値なとき、X,Y は D 同値であるという。一方、体 k 上有限型 scheme の同型類集合上の自由アーベル群を[X]=[Z]+[X-Z]という関係式(Z は X の closed subscheme)で剰余し、積を k 上の fiber product によって定めてできる可換環を k

上の代数多様体の Grothendieck 環と呼ぶ。上述のような X,Y について、[X]-[Y]が affine line のクラス L のべき乗で零化されるとき、X,Y は L 同値であるという。

Borisov と Martin の先行研究により、Pfaffian-Grassmann pair と呼ばれる CY3-fold の組(X,Y)は双有理同値ですらないが、D 同値かつ L 同値であることが証明されていた。具体的には、L^6([X]-[Y])=0 が証明されていた。我々は、G2 型等質多様体を同変ベクトル束の一般切断で切ってできる CY 3-fold の組(X,Y)が双有理同値でないが、L([X]-[Y])=0 を満たすことを証明した(D 同値は Kuznetsov によってその後証明された)。この例は、零化するのに必要なべきが考えられる中で最小の値である 1 に取れることが証明された最初の例であった。これは伊藤敦、三浦真人、植田一石との共同研究であり、論文は JAG から出版された(2019)。

以上の結果をもとに、我々は「一般に D 同値なペアは L 同値か？」という問を Kuznetsov-Shinder と独立に提唱した。これが正しければ、D 同値な代数多様体は Hodge 数や(有限体上の場合は)合同 zeta 関数が等しいということになる。これは 3 次元以下でのみ知られている結果で、高次元では open である。

これを受けていくつもの具体例が研究・発見された。我々も、次数 12 の K3 曲面の対からなる例を発見した(我々は L^3 が[X]-[Y]を零化することを示したが、Hassett-Lai が独立に別な手法で L で零化できることを示した)。また、2 次元以上の任意の次元で、abel 多様体とその双対からなるペアで、この問に反例があることを(Alexander Efimov と独立に)証明した。これにより問を修正する必要が出たため、代数多様体の Grothendieck 環を Chow motive の Grothendieck 環に置き換えた問(これは Orlov の予想を弱めた形になっている)を提唱した。以上をまとめた論文が Selecta Math に受理された(2020)。

また、hyperkahler 多様体の対からなる例を無限個の次元で構成した。これは代数多様体の Grothendieck 環の power structure と、K3 曲面の punctual Hilbert scheme の極小モデル理論を Bridgeland stability によって解明した Bayer-Macri の仕事の比較的簡単な応用である。この結果は報告者の単著で、Mathematische Zeitschrift に受理された(2020)。

VI. Weak del Pezzo 曲面上の例外対象(列)を分類する。特に、del Pezzo 曲面の場合に証明されている結果と同等の結果を確立する。

例外対象列は半直交分解の特別な場合であるが、その分類は、Diophantus 近似に関する未解決問題との関係もある、非常に深い問題である。Del Pezzo 曲面上の例外対象および例外対象列の構造は、Kuleshov-Orlov の仕事によってよくわかっていた。一方、del Pezzo 曲面の退化である weak del Pezzo 曲面を考えると、問題が劇的に難しくなることがわかっていた。これは、weak del Pezzo 曲面上には(-2)曲線があり、それらが定める球面捻りと呼ばれる自己圏同値を既知の例外対象に作用させることで新しい例外対象が得られてしまうことに起因している。特に、del Pezzo 曲面上の例外対象はベクトル束ないし(-1)曲線上の直線束しか無いのに対し、weak del Pezzo 曲線上には複体としての長さがいくらでも長い例外対象が存在する。

報告者と上原北斗の先行共同研究により、最も簡単な weak del Pezzo 曲面であるところの 2 次 Hirzebruch 曲面 F2 の場合に、任意の例外層はベクトル束ないしそれを 1 回だけ球面捻りしたものであるということがわかっていた。一般の例外対象の分類はできなかったのであるが、このたび、石井亮が加わった 3 名の共同研究により、del Pezzo 曲面の場合と同じ程度の精密さで F2 上の例外対象列の構造を決定することができた。結果は以下である。

1. 任意の例外対象は、例外ベクトル束のシフトに球面捻りを何度か行うことで得られる。
2. 長さ 4(最長)の例外対象列全体からなる集合への組紐群作用は推移的。従って、任意の長さ 4 の例外対象列は充満。
3. 任意の例外対象列は充満例外対象列に延長できる。

石井-上原による An 特異点の極小特異点解消上の球面対象の分類に出てくるテクニックの発展版が 1.の鍵である。1 の精密化が 2,3 の証明で中心的な役割を果たす。2,3 の証明はそれに加えて、F2 が 2 次曲面へ変形できることと、2 次曲面上では上記 2,3 に相当することが証明されていること使う。

我々が得た証明は極めて技巧的であり、より概念的な証明が見つかることが望ましいと個人的には思っている。しかし、以上の結果が任意の weak del Pezzo 曲面に対しても同様に成立するであろうという期待を初めてちゃんと確認できたという意義は大きい。なお、安定性条件の空間の構造との関係も気になるところである。

VII. 非可換 del Pezzo 曲面から AS 正則代数を再構成する手法を確立する。また、2 つの AS 正則代数が同値な非可換 del Pezzo 曲面を与えるための必要十分条件を与える。

これは IV.で述べた非可換 del Pezzo 曲面に関する研究であるが、少し方向性が違うのでここで独立に述べる。AS 正則 3 次元 quadratic/cubic Z 代数 A に対し、その上の加群圏をねじれ加群のなす部分圏で局所化することで abel 圏 Qmod A が得られる。Quadratic/cubic Z 代数の場合、それらはそれぞれ射影平面/2 次曲面の上の準連接層の圏の平坦変形を与える。従って、quadratic/cubic Z 代数 A に付随する Qmod A は非可換射影平面/非可換 2 次曲面と呼ばれる。

Stafford-Van den Bergh の仕事により、A,A’が quadratic Z 代数の場合、Qmod A と Qmod A’が圏同値ならば A と A’は同型であることがわかっていた。一方、cubic Z 代数の場合には全く

事情が異なる。Cubic Z 代数の同型類集合には無限 2 面体群(a.k.a. A1 型 affine Weyl 群)の作用があり、同じ軌道に乗っている代数の Qmod は同値な圏であることがわかっていた(Van den Bergh)。学生の北村拓也さんとの共同研究により、逆に、Qmod が同値になる代数同士は同じ軌道に乗るということが証明できた。証明のポイントは「直線束対象」なる対象を定義したことである。これは圏に内在的な性質だけを使って特徴づけられるが、同時に、その全てを具体的に構成する手続きも与えた。圏同値は直線束対象を直線束対象に移すため、具体的構成との比較を考えることで証明が完了する。

また、F2 への退化を考えることで、無限 2 面体群作用が球面捻りの名残として解釈できることもわかった。

以上の結果・証明は IV.で述べた一般の非可換 del Pezzo の場合に一般化されるべきであると考えている。

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕　計3件（うち査読付論文　3件／うち国際共著　0件／うちオープンアクセス　0件）

１．著者名 Atsushi Ito, Makoto Miura, Shinnosuke Okawa, Kazushi Ueda	４．巻 28
２．論文標題 The class of the affine line is a zero divisor in the Grothendieck ring: via G2-Grassmannians	５．発行年 2019年
３．雑誌名 Journal of Algebraic Geometry	６．最初と最後の頁 245--250
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） https://doi.org/10.1090/jag/731	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

１．著者名 Shinnosuke Okawa	４．巻 69(1)
２．論文標題 Surfaces of globally F-regular type are of Fano type	５．発行年 2017年
３．雑誌名 Tohoku Mathematical Journal	６．最初と最後の頁 35-42
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） -	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

１．著者名 Okawa Shinnosuke	４．巻 -
２．論文標題 An example of birationally inequivalent projective symplectic varieties which are D-equivalent and L-equivalent	５．発行年 2020年
３．雑誌名 Mathematische Zeitschrift	６．最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） https://doi.org/10.1007/s00209-020-02519-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

〔学会発表〕　計24件（うち招待講演　24件／うち国際学会　21件）

１．発表者名 Shinnosuke Okawa
２．発表標題 Defining noncommutative del Pezzo surfaces as AS-regular I-algebras
３．学会等名 MFO workshop: Interactions between Algebraic Geometry and Noncommutative Algebra（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2018年

1．発表者名
Shinnosuke Okawa

2．発表標題
On the definition of noncommutative del Pezzo surfaces

3．学会等名
Positivity in Algebraic Geometry（招待講演）（国際学会）

4．発表年
2018年

1．発表者名
Shinnosuke Okawa

2．発表標題
On the definition of noncommutative del Pezzo surfaces

3．学会等名
HOMOLOGICAL METHODS IN ALGEBRA AND GEOMETRY II（招待講演）（国際学会）

4．発表年
2018年

1．発表者名
Shinnosuke Okawa

2．発表標題
On the definition of noncommutative del Pezzo surfaces

3．学会等名
Differential, Algebraic and Topological Methods in Complex Algebraic Geometry（招待講演）（国際学会）

4．発表年
2018年

1．発表者名
Shinnosuke Okawa

2．発表標題
Noncommutative del Pezzo surfaces as AS-regular I-algebras

3．学会等名
Noncommutative deformations and moduli spaces（招待講演）（国際学会）

4．発表年
2018年

1．発表者名 Shinnosuke Okawa
2．発表標題 Derived equivalence and Grothendieck ring of varieties
3．学会等名 Seoul Seminar on Algebraic Geometry-4（招待講演）（国際学会）
4．発表年 2017年

1．発表者名 Shinnosuke Okawa
2．発表標題 Derived Equivalence and Grothendieck Ring of Varieties
3．学会等名 Higher Dimensional Algebraic Geometry（招待講演）（国際学会）
4．発表年 2017年

1．発表者名 Shinnosuke Okawa
2．発表標題 Noncommutative del Pezzo surfaces and their moduli spaces
3．学会等名 Classification and Moduli theory of algebraic varieties（招待講演）（国際学会）
4．発表年 2017年

1．発表者名 Shinnosuke Okawa
2．発表標題 Noncommutative rigidity of the moduli stack of stable pointed curves
3．学会等名 非可換代数幾何学とその周辺（招待講演）（国際学会）
4．発表年 2017年

１．発表者名
Shinnosuke Okawa

２．発表標題
Noncommutative del Pezzo surfaces and their moduli space

３．学会等名
第２３回複素幾何シンポジウム（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2017年

１．発表者名
Shinnosuke Okawa

２．発表標題
On the definition of noncommutative del Pezzo surfaces

３．学会等名
Higher dimensional algebraic geometry（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2018年

１．発表者名
Shinnosuke Okawa

２．発表標題
Noncommutative Hirzebruch surfaces

３．学会等名
School and Workshop on Homological Methods in Algebra and Geometry（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2016年

１．発表者名
大川新之介

２．発表標題
Compact moduli of marked noncommutative del Pezzo surfaces

３．学会等名
代数学シンポジウム（招待講演）

４．発表年
2016年

１．発表者名 Shinnosuke Okawa
２．発表標題 Noncommutative Hirzebruch surfaces
３．学会等名 Categorical and analytic invariants in Algebraic geometry 3（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2016年

１．発表者名 Shinnosuke Okawa
２．発表標題 Compact moduli of marked noncommutative del Pezzo surfaces
３．学会等名 Non-commutative, derived and homotopical methods in geometry（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2016年

１．発表者名 Shinnosuke Okawa
２．発表標題 Derived equivalence and Grothendieck ring of varieties
３．学会等名 Workshop on spherical varieties（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2016年

１．発表者名 Shinnosuke Okawa
２．発表標題 Minimal model theory for Brauer pairs
３．学会等名 Categorical and analytic invariants in Algebraic geometry IV（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2016年

１．発表者名
大川新之介

２．発表標題
On derived equivalence and Grothendieck ring of varieties

３．学会等名
都の西北代数幾何学シンポジウム（招待講演）

４．発表年
2016年

１．発表者名
大川新之介

２．発表標題
Noncommutative projective planes and their moduli spaces

３．学会等名
静岡代数学セミナー（招待講演）

４．発表年
2016年

１．発表者名
Shinnosuke Okawa

２．発表標題
Compact moduli of marked noncommutative del Pezzo surfaces

３．学会等名
Generalized Geometry and Noncommutative Algebra（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2016年

１．発表者名
Shinnosuke Okawa

２．発表標題
On noncommutative Hirzebruch surfaces

３．学会等名
Non-commutative crepant resolutions, Ulrich Modules and generalizations of the Mckay correspondence（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2016年

１．発表者名 Shinnosuke Okawa
２．発表標題 Deformations of semiorthogonal decompositions and application to symmetric products of curves
３．学会等名 Interaction Between Algebraic Geometry and QFT（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2019年

１．発表者名 Shinnosuke Okawa
２．発表標題 Exceptional collections on the Hirzebruch surface of degree 2
３．学会等名 Derived categories and geometry of algebraic varieties（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2020年

１．発表者名 Shinnosuke Okawa
２．発表標題 Moduli space of semiorthogonal decompositions
３．学会等名 Shafarevich Seminar at Steklov Institute of Mathematics（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2020年

〔図書〕　計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

http://www.math.sci.osaka-u.ac.jp/~okawa/

６．研究組織

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考