

## 【基盤研究(S)】

### 理工系 (数物系科学)



## 研究課題名 周期の理論と双有理幾何学の融合, ミラー対称性研究の新時代

大阪大学・大学院理学研究科・教授 たかはし **高橋** あつし **篤史**

研究課題番号: 16H06337 研究者番号: 50314290

研究分野: 数学、幾何学

キーワード: 複素幾何学、双有理幾何学、ミラー対称性

### 【研究の背景・目的】

幾何学的対象には大きさや形といった特徴を反映する量がある。長方形を考えたとき、(縦の長さ) × (横の長さ) と (縦の長さ) ÷ (横の長さ) が大きさと形をあらわす。ここで横の長さを逆数にした長方形を考えると、大きさ・形はもとの長方形の形・大きさとなる。つまり、大きさと形の役割が入れ替わった長方形の組ができる。ミラー対称性とは、この例のような、二種類の幾何学的特徴の役割を交換する対称性のことである。

より正確に述べると、ミラー対称性は、シンプレクティック幾何学に対応する A-モデルと複素代数幾何学に対応する B-モデルという、二つの位相的弦理論の等価性である。ミラー対称性は定性的・定量的な多くの重要な着想・予想を与え、幅広い数学分野を関連させ、新たな知見とともに既存の数学を一層深める。「物理的着想・対象・手法」を数学に取り入れつつ、ミラー対称性の背後にある数学的真理を解明するのは極めて興味深い問題である。

現在とくに重要な課題が二つある。一つは、ホモロジー的ミラー対称性の証明、A-モデルおよび B-モデルに対して独立に構成される圏の同値性の証明である。もう一つは古典的なミラー対称性 (Gromov-Witten 不変量の理論に対する周期の理論と変形理論に対する周期の理論の同型) をホモロジー的ミラー対称性から函手的に導出すること、つまり、B-周期の理論とくに原始形式・平坦構造 (Frobenius 構造) の函手的導出、である。これらの課題の解決に向けて、近年重要な成果が続々と得られている。

一方、極小モデル理論のさらなる理解のため、圏論的手法・混合ホッジ構造に基づく双有理幾何学研究が活発に行われている。圏論的力学系という導来圏の新たな研究手法がごく最近登場したが、これも圏論的手法や周期の理論による双有理幾何学研究の重要性を示唆している。

本研究課題の目的は、周期の幾何学的理論と双有理幾何学を融合し両理論を飛躍的に発展させ、ミラー対称性現象のより深い理解を与え、周期の理論と双有理幾何学における古典的重要問題に対する大きな貢献をもたらすことである。

### 【研究の方法】

以下の3課題における諸問題の解決に取り組む:

1. 非可換ホッジ理論研究の推進、圏論的力学系の

基礎研究。量子原始形式の理論の構築。

2. (非可換) ホッジ理論による (非可換) 双有理幾何学研究。とくに極小モデル理論研究の推進。
3. Gromov-Witten 不変量・原始形式・Weyl 群不変式を結ぶ、ミラー対称性と周期写像の理解。具体的には、以下の方法で計画を遂行する。
  - ① 研究分担者・連携研究者・研究協力者・海外共同研究者から構成される研究体制により、個別・共同研究を行う。
  - ② 博士研究員の雇用により、本研究課題のさらなる発展・当該研究分野の活性化を目指す。
  - ③ 大阪大学・京都大学におけるセミナー・勉強会の定期的開催、国際研究集会の年次開催により、研究交流および研究成果の発信を行う。これらにより、当該分野の研究拠点形成を目指す。

### 【期待される成果と意義】

ミラー対称性研究における最先端の重要諸課題に大きな寄与が期待されるだけでなく、100年以上の歴史がある数学の古典的・伝統的問題に新たな知見がもたらされる。とくに、双有理幾何学研究に対する新たな不変量・手法の提供、離散群・特異点・ルート系・有限次元代数の間にある不思議な関係の解明、に対する大きな貢献が期待される。独創的で優れた研究を日本から世界に発信する。

### 【当該研究課題と関連の深い論文・著書】

- ・ Wolfgang Ebeling, Sabir M. Gusein-Zade, Atsushi Takahashi, Orbifold E-function of Dual Invertible Polynomials, Journal of Geometry and Physics 106 (2016), 184 – 191.
- ・ Yuuki Shiraishi, Atsushi Takahashi, On the Frobenius Manifolds for Cusp Singularities, Advances in Mathematics 273 (2015), 485 – 522.

### 【研究期間と研究経費】

平成 28 年度 – 32 年度 79,900 千円

### 【ホームページ等】

<http://www.math.sci.osaka-u.ac.jp/~takahashi/project.htm>  
takahashi@math.sci.osaka-u.ac.jp