

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 6 月 20 日現在

機関番号：13601

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2016～2017

課題番号：16H06836

研究課題名(和文)非線形非定常確率過程における理論的基礎付けとその応用

研究課題名(英文)Foundations and applications of statistics for nonlinear nonstationary stochastic processes

研究代表者

矢部 竜太(Yabe, Ryota)

信州大学・学術研究院社会科学系・講師

研究者番号：60779164

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,300,000円

研究成果の概要(和文)：GDPや金利などのマクロ経済データは過去の時点のデータとの従属性が大変強いことが知られており、長期記憶過程と呼ばれる非定常過程のクラスを元にデータのモデルを考えることが一般的である。近年では複数の非定常過程をノンパラメトリック回帰モデルにより分析する研究が盛んに行われている。本研究では、既存研究で用いられていた漸近理論を拡張するために非線型化された説明変数を持つ回帰モデルに対するカーネル和の漸近理論に関する研究を行った。

研究成果の概要(英文)：Macroeconomic data such as GDP and interest rate has been considered to have stochastic trend, which is represented by a nonstationary process such as unit root and long memory process in Econometrics. To analyze nonlinear relationship between multiple economic data, the non/semi parametric nonstationary regression model is often applied. To study various nonstationary semiparametric model, we have provided asymptotic theory about a kernel function such as its uniform convergence rate and asymptotic distribution.

研究分野：経済統計

キーワード：時系列解析 非定常 ノンパラメトリック統計学 セミパラメトリック統計学

1. 研究開始当初の背景

GDP や金利などの経済データは過去の時点のデータと相関を持つため統計学では時系列データと呼ばれている。特に、マクロ経済データは過去の時点のデータとの従属性が大変強いことが知られており、長期記憶過程と呼ばれる非定常過程のクラスを元にデータのモデルを考えることが一般的である。経済現象を分析するためには複数のデータ間の関係をモデル化し分析する必要がある。

従来の研究では変数間の線形性を事前に想定した線形回帰モデルに基づいて分析されており、このモデルから共和分と呼ばれる概念が生み出され多くの理論・実証研究が行われてきた。従来研究では線形性に基づいて分析が行われてきたが、この仮定は経済理論から導出されたものではなく当時の統計理論の技術的な制約による要請によるものである。この意味で線形性の仮定は経済学的に本質的でないと言え、非線型関数を許すようなモデルを考えることも必要であると現在は考えられている。

そのため近年では、変数間に線形性を仮定しない非線型回帰モデルを考える研究が広く行われている。特に、データ間の関数型をデータから推定するノンパラメトリック回帰モデルが現在の最も研究されているモデルである。これは、関数型を事前に分析者が指定しないノンパラメトリックモデルは分析者の恣意性を排除し客観的な分析結果を得られる利点があると広く考えられているためである。また、離散データなどの非線型モデル以外ではモデル化不可能な経済データも存在するためノンパラメトリックモデルは今後多くの経済現象の解明に応用が期待されているモデルである。

しかしながら、非定常過程におけるノンパラメトリックモデルは近年研究が始まったばかりである上に中心極限定理などの通常の漸近理論を用いることが出来ず統計理論を展開するために必要な漸近理論の整備が必要であるので広く実証研究に用いられているわけではない。

2. 研究の目的

非定常過程を説明変数とするノンパラメトリック回帰モデルにおける統計理論に応用可能な漸近理論を提供することを目的に研究を行った。具体的には、説明変数が非定常過程の非線型変換過程であるノンパラメトリック回帰モデルを考えたときに共変量関数をカーネル推定量により推定する際に用

いることのできる漸近理論の研究を行った。また、カーネル推定量の漸近特性の分析を行うことも目的の一つである。

3. 研究の方法

非線型変換を行った非定常過程に基づくカーネル推定量の漸近特性を分析するために必要な漸近理論の研究を行った。

まず、カーネル推定量はカーネルの和によって表現される推定量である。従って、カーネル推定量の漸近理論を導出するためには、カーネル和の収束レートや漸近分布を導出すれば概ね十分である。そこで本研究では、カーネル和の漸近理論を分析するために非線型変換された説明変数をテイラー展開により線形近似し、既存の非定常過程と非線型関数に適用される局所時間に関する漸近理論と組み合わせカーネル和の一樣収束レートと漸近分布の導出を行う方法を用いて分析を行った。言い換えれば、先行研究で行われていた非定常過程を説明変数とするカーネル和の漸近理論を非線形非定常過程を説明変数とする理論へと拡張していることを意味している。

4. 研究成果

(1) 非線形非定常な説明変数を持つセミパラメトリックモデルにおけるカーネル推定量の漸近理論

非線型非定常な説明変数を持つノンパラメトリック回帰モデルの共変量関数を推定するカーネル推定量の解析に必要なカーネル和の漸近分布や一樣収束レートについての漸近理論の研究を行った。研究成果をまとめ、近日中に学術雑誌に投稿予定である。また、IMS-APRM2018にて "Uniform convergence rate of a kernel function with transformed nonstationary regressor" というタイトルで報告予定である。この結果はカーネル推定量への応用だけにとどまらず、非定常過程を説明変数にもつセミパラメトリックモデルにも応用可能である。従って、提案した漸近理論に基づいて様々な理論的な研究結果が生み出す基礎文献に位置づけることができる。

(2) 非線形非定常セミパラメトリック GARCH モデルの推定理論

本研究で導出した漸近理論の副産物として非線型非定常なボラティリティを持つノンパラメトリック GARCH モデルのパラメータ推定問題の研究も行った。従来 GARCH モデルではデータの時間的な従属性を許さない定

常モデルあるいは関数型をあらかじめ指定したパラメトリックモデルの研究であった。提案した漸近理論に基づいて最尤推定量の一致性の証明を比較的強い仮定のもとで行った。現在、仮定を緩めるための検討と漸近分布の導出を目標に研究を行っている。

従来の研究では扱うことの出来なかった非線型性をデータから推定するためボラティリティ分析を主たる関心対象とする株価や為替などの様々な経済データへの応用が期待される。また、統計理論としてもセミパラメトリックモデルにおける最尤推定理論は新規性があるため様々なセミパラメトリックモデルの理論分析への応用が期待される。

(3) 高次元データの下での変動係数を持つ Cox モデルの推定理論

高次元データの下で変動係数を持つ Cox モデルに対して Group LASSO や SCAD を用いた推定理論の提案を行いシミュレーションと医療データに対する実証研究により有効性を確認した。この結果は Journal of Multivariate Analysis 誌に "Variable selection and structure identification for varying coefficient Cox models" として掲載された。

この研究は高次元データの推定理論の基礎理論として重要な結果を提供しているため、この研究をもとにした新たな統計理論の研究への応用が大いに期待できる。

また、Cox モデルは経済学の分野では企業の倒産までの期間を分析する際に用いることができる。さらに、近年は高次元データを用いた経済分析の需要は高まっているため、我々の提案した推定手法の経済分野への応用が期待できる。

(4) Moderate Deviation MA(1) 過程における推定理論

ARMA 過程などにおける単位根の近接単位根よりも広い近傍のクラスに Moderate Deviation と呼ばれるクラスがあり、AR 過程においては最小二乗推定量の分析や Long-run variance の研究が行われてきた。AR 過程における最小二乗推定量に対して単位根過程では汎関数中心極限定理が成立するのに対し、Moderate Deviation のクラスでは中心極限定理が成立することが知られていた。

一方、MA(1) 過程においては単位根・Moderate Deviation のいずれにおいても最尤

推定量の漸近分布の導出は未解決問題であった。

本研究では Moderate Deviation MA(1) 過程の最尤推定量の漸近理論を提供した。単位根や近接単位根を持つ MA(1) 過程の最尤推定量の漸近理論の導出は未解決問題であったが、より広い近傍を考えると中心極限定理が成立することを示した。Moderate Deviation のクラスは MA(1) 過程の単位根近傍に属するため、未解決であった MA(1) 過程における単位根の近傍の推定理論を部分的に解決したと言ってよい。

この結果は Statistics and Probability Letters に "Asymptotic distribution of the conditional-sum-of-squares estimator under moderate deviation from a unit root in MA(1)" として掲載された。

この研究は、MA(1) 単位根の近傍における推定理論で初めて漸近分布を導出しているため、単位根 MA(1) 過程を分析する上でも重要な研究と位置づけることができる。従って、この研究に基づいたさらなる研究成果が期待できる。

また、単位根 MA(1) 過程は KPSS 検定などの定常性の検定の基礎となる確率過程である。従って、本研究で得られた結果の定常性の検定への応用が今後期待される。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計2件)

Toshio Honda and Ryota Yabe, Variable selection and structure identification for varying coefficient Cox models, Journal of Multivariate Analysis, 161:103-122, 2017, 査読有

DOI: 10.1016/j.jmva.2017.07.007

Ryota Yabe, Asymptotic distribution of the conditional-sum-of-squares estimator under moderate deviation from a unit root in MA(1), Statistics and Probability Letters, 125:220-226, 2017, 査読有

DOI: 10.1016/j.spl.2017.02.017

6. 研究組織

(1) 研究代表者

矢部 竜太 (Ryota Yabe)
信州大学・学術研究院社会科学系・講師
研究者番号：60779164