

平成 30 年 6 月 5 日現在

機関番号：14401

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2016～2017

課題番号：16H06931

研究課題名(和文) グラフにおけるパスの発見容易性に対する禁止構造による特徴付け

研究課題名(英文) Characterization for tractability of finding paths in graphs based on forbidden structures

研究代表者

山口 勇太郎 (Yamaguchi, Yutaro)

大阪大学・情報科学研究科・助教

研究者番号：30780895

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,300,000円

研究成果の概要(和文)：組合せ最適化問題が効率的に解ける境界線を探するために、グラフにおけるパスに関する問題に対して、既知の結果の理解の深化と、新たな問題の枠組みへの拡張、および、その別の問題への応用に関する研究を行った。また、並行して、パス詰め込みの特殊ケースであるマッチングに関する組合せ最適化問題に関する研究も推進した。

研究成果の概要(英文)：To explore and clarify the theoretical limitation of efficient algorithms for a variety of combinatorial optimization problems, I have investigated problems on paths and matchings in graphs.

研究分野：情報数理学

キーワード：アルゴリズム グラフ 離散数学 組合せ最適化

## 1. 研究開始当初の背景

グラフにおけるマッチングやパスは、非常に重要な組合せ構造として古くからよく研究されてきた。特に、最大マッチング問題および2点間の点素・枝素パス問題は、組合せ最適化の分野における中心的な話題であり、これらに対する研究を通じて、最大最小定理による良い特徴付けといった概念や、効率的な組合せ的アルゴリズムを設計する技法が発展してきた。

グラフにおいて指定した条件を満たす構造を発見する問題は、上記の問題に限らず、いたるところに様々な形で現れる。とりわけ、パス(経路)に関しては、最短・最長路問題や巡回セールスマン問題などに代表されるように、「長さ」や「指定した頂点や枝を通る回数」など、多種多様な条件を課す問題が数多く研究されている。そして、その多くが、「最適経路探索」や「工作機械の動作の効率化」など、実用的に重要な応用を持っている。

それらの問題は、良い特徴付けが得られているものと得られていないもの、効率的に解けるものと解けないであろうと考えられている(NP 困難な)ものなど、様々なクラスに分類することができる。しかし、そのような数多く幅広い「制約付き」パス問題に対し、個々の研究はある程度成熟しているものの、「どのような制約であれば問題が効率的に解け、どの程度難しくなり、どのような構造・性質を持つのか」という視点からの研究はほとんどなされていない。そのような包括的な研究は、効率的に解ける問題の本質・難しさの要因を見抜き、未知の問題に対するアプローチの指針を与えることから、組合せ最適化の分野全体の発展にとって非常に重要である。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、個々の条件制約下で研究されてきた数多あるパスの発見・詰め込み問題を、制約の持つ構造・性質から特徴付けて整理し、問題群に対してより高い視点から統一的なアプローチを試みることである。これにより、パス問題において「マトロイドに代表されるような美しい離散構造」や「効率的なアルゴリズム」を導く要因が何であるのか、という点に関して、個別の制約に依らない包括的な議論を行うことが可能となる。また、本研究では、制約を「禁止(許容)するパスの集合」として捉え、その性質に着目することで、パスに限らず様々な組合せ構造・問題に対する新たな視点をもたらすことを期待する。

## 3. 研究の方法

既知の A パス詰め込み問題の扱いやすさ

が何に起因するのかを明らかにすべく、最も一般的な問題における非零制約が導く許容パス集合が満たす triple exchange という組合せ的な性質に着目し、この性質のみによって何が言えるのかを明らかにする。また、それが不十分である場合、非零制約と triple exchange の中間的な性質を抽出して同様の手順を繰り返す。

また、これに限らず、様々な組合せ最適化問題が解ける背後にある本質的な性質を探るべく、これまでの研究成果の発信と情報収集を広く行う。

## 4. 研究成果

### (1) グラフにおけるパス詰め込み

上記の triple exchange だけでは「1本の A パスが実行可能かどうか」に対して何も言及しておらず、詰め込む以前に1本の発見が難しい問題を全く除外できていないということが判明した。

これを受け、非零制約と triple exchange の中間的な性質を探るべく、制約充足問題の文脈で現れる制約の一種を取り入れた問題を新たに導入し、その半整数版(グラフ中に詰め込まれるパスは各頂点を計2回まで通って良いという設定)を非常に高速に解くアルゴリズムを提案した。また、それを応用することで、様々な NP 困難問題に対し、高速な FPT (Fixed Parameter Tractable) アルゴリズムを設計することも明らかにしている。

### (2) 2部グラフの DM 既約化

2部グラフの DM 分解は、マッチング全体の構造を明らかにするような頂点集合の分割を与える。DM 分解は行列計算の効率化などへの応用を持ち、細かく分解される方が良いことが多いが、一方で、線形システムの構造可制御性や、売買交渉ゲームの均衡の一意性などが、DM 既約性(DM 分解が1つの成分のみから成るといった性質)により特徴付けられている。与えられた2部グラフがどの程度 DM 既約に近いかを評価する問題として、DM 既約にするための最小本数の追加枝を求める問題を定式化し、その性質の解析と、効率的な解法の提案を行った。

この問題は、有向グラフに辺を追加して強連結化する問題を含んでおり、その一般化である優モジュラ関数の辺被覆問題の枠組みに収まる一方で、2部グラフの頂点集合の2分割が均等でない場合には、マトロイド交叉として理解できることを明らかにした。

### (3) クエリ可能な確率的重み付き組合せ最適化

与えられた容量制約を満たすように要素

を取捨選択し，取ると決めた要素の重みの総和を最大化するような組合せ最適化問題を考える．各要素の重みが既知の範囲で確率的に変動し，クエリすることによってその値が確定するような状況において，少ないクエリ回数で良い解を高確率で得るアルゴリズムの枠組みと，その性能評価手法を提案した．

上記の半整数版パス詰め込みの応用にも共通するが，整数性・半整数性を持つ線形計画緩和の新たな活用法を探究している研究でもあり，今後の発展が期待される．

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計4件)

1. Yasushi Kawase, Yutaro Yamaguchi, Yu Yokoi: Computing a Subgame Perfect Equilibrium of a Sequential Matching Game. *Proceedings of the 19th ACM Conference on Economics and Computation (EC 2018)*, to appear. (Refereed)
2. Kristóf Bérczi, Satoru Iwata, Jun Kato, Yutaro Yamaguchi: Making Bipartite Graphs DM-irreducible. *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, **32**:1 (2018), pp. 560–590. (Refereed)  
DOI: 10.1137/16M1106717
3. Takanori Maehara, Yutaro Yamaguchi: Stochastic Packing Integer Programs with Few Queries. *Proceedings of the 29th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA 2018)*, pp. 293–310, 2018. (Refereed)  
DOI: 10.1137/1.9781611975031.21
4. Yutaro Yamaguchi: Shortest Disjoint S-paths via Weighted Linear Matroid Parity. *Proceedings of the 27th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2016)*, No. 63, 13pp., 2016. (Refereed)  
DOI: 10.4230/LIPIcs.ISAAC.2016.63

[学会発表](計11件)

1. 山口 勇太郎: グラフにおけるマッチング・パス詰め込み問題. 手形  $L^4$  研究集会, 秋田大学, 秋田県秋田市, 2018年3月.
2. 前原 貴憲, 山口 勇太郎: クエリ可能な確率的重み付き詰め込み問題. 電子情報通信学会 コンピューション研究会 (COMP), 大阪府立大学, 大阪府堺市, 2018年3月. (招待講演)

3. 前原 貴憲, 山口 勇太郎: クエリ可能な確率的詰め込み問題. 日本 OR 学会「離散アルゴリズムの応用と理論」研究部会第10回研究会, 京都大学 数理解析研究所, 京都府京都市, 2018年2月. (招待講演)

4. 山口 勇太郎: グラフにおけるパス詰め込み. 基盤(S) 離散構造処理系プロジェクト「2017年度 秋のワークショップ」, ホテル五味, 北海道厚岸町, 2017年11月.

5. 前原 貴憲, 山口 勇太郎: 確率的重み付き詰め込み問題に対する省クエリ解法. 日本応用数理学会 2017年度 年会, 武蔵野大学, 東京都江東区, 2017年9月.

6. 前原 貴憲, 山口 勇太郎: Stochastic Packing Integer Programs with Few Queries. Japanese Conference on Combinatorics and its Applications (JCCA 2017) 離散数学とその応用研究集会 2017, 熊本大学, 熊本県熊本市, 2017年8月.

7. Yusuke Kobayashi, Yutaro Yamaguchi: On Applications of Weighted Linear Matroid Parity. The 10th Japanese-Hungarian Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications, Budapest, Hungary, May 2017.

8. 山口 勇太郎: マッチングとパス詰め込み. 日本 OR 学会「最適化の基盤とフロンティア」研究部会 (WOO) 第11回研究会, 沖縄県市町村自治会館, 沖縄県那覇市, 2017年3月. (招待講演)

9. Yutaro Yamaguchi: Shortest Disjoint S-paths via Weighted Linear Matroid Parity. The 27th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2016), Sydney, Australia, December 2016.

10. 山口 勇太郎: 代数的マッチングアルゴリズム. 日本 OR 学会 関西支部 2016年度 若手研究発表会, 関西大学うめきたラボラトリ@グランフロント大阪, 大阪府大阪市, 2016年10月. (招待講演)

11. 岩田 覚, 加藤 純, 山口 勇太郎: 2部グラフの DM 既約化. 日本応用数理学会 2016年度 年会, 北九州国際会議場, 福岡県北九州市, 2016年9月.

[図書](計0件)

[産業財産権]

出願状況（計0件）

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

取得状況（計0件）

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕  
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

山口 勇太郎 (YAMAGUCHI, Yutaro)  
大阪大学・大学院情報科学研究科・助教  
研究者番号：30780895

(2) 研究分担者

( )

研究者番号：

(3) 連携研究者

( )

研究者番号：

(4) 研究協力者

( )