

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 8 月 31 日現在

機関番号：50101

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2016～2017

課題番号：16H07397

研究課題名(和文) 開発途上国における数学的概念理解の研究

研究課題名(英文) Study for understanding of mathematical concepts in developing countries

研究代表者

須藤 絢 (Sudo, Shun)

函館工業高等専門学校・一般理数系・准教授

研究者番号：90780693

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,900,000円

研究成果の概要(和文)：アフリカ諸国の低い数学学力の背景に、「メタファー＝例え」による概念形成が出来ていないという仮説のもと、メタファーが必要不可欠な単元の一つである正負の数とその加減を取り上げ調査を行った。その結果、正負の数の加減の習熟度が高い生徒であっても正負の数を他の事象に例えることが出来ないことや、計算技能の習熟度にかかわらず、数直線に頼って計算を行う傾向が強いことが明らかになった。これらから、正負の数の加減の低い習熟度の背景には、メタファーによる数学的概念形成があることが分かってきた。また、習熟度が低い学生は数直線を満足に描けないなど、数を直線上の点とみなすメタファーの解明が今後の課題として明らかになった。

研究成果の概要(英文)：The present study was undertaken in order to clarify low achievement of mathematics in African countries on the basis of the hypothesis that metaphor makes mathematical concepts. Integers and negative numbers which need metaphorical understanding were selected as a survey topic. Moreover, the survey was conducted in African countries. As a result, the students who have a high achievement mathematics score also couldn't explain calculation of integers and negative numbers in their daily life things. In addition, regardless of mathematics achievement, number line was used for explaining integers and negative numbers. It can be presumed that there is no connection between negative numbers and their daily life for the background of the low calculation skills of integers. A further study of metaphorical understanding in number line should be conducted

研究分野：教科教育学

キーワード：メタファー 正負の数 数直線 誤答例 数学教育協力

1. 研究開始当初の背景

開発途上国における教育の質や理数科学力の向上は、国際教育協力において重点的に取り組まれている分野である。国際協力機構が行っている理数科教育支援はその代表的なものであり、開発途上国からの要請も多い。同時に、教科内容が生徒の生活と乖離しているといった課題や、西洋文化で発展を遂げてきた抽象的な科学的概念をそのまま導入することは、環境の違いから難しい場合があるという課題も報告されている(国際協力機構, 2007)。

他方で、数学的概念を理解するために、実際の事象や経験を例えに用いることがある。言いかえると、未知の概念と既知の概念の類似性に基づくメタファーを用いている。概念体系の本質はメタファーによって成り立っているという認知言語学的視座に立つと、抽象的概念を扱う数学教育におけるメタファーの意義は大きい(國岡, 2009)。そこで、本研究では開発途上国の数学教育の課題に対し、認知言語学的視座からのアプローチを試みる。

メタファーを必要とする学習の一つに正負の数とその加減が挙げられる。正負の数やその加減はそれまでの自然数、有理数といった数の概念を整数にまで広げる役割があり、量に頼る算数から、量に頼らない抽象的な数学への移行の意味を持つ。また、その後の数学学習において重要な単元として位置づけられている(柳本, 1990)。日本の教科書における正負の数は寒暖計やテレビで見る天気予報、海拔などで導入され、「寒い=負」や「 -5° =負の数」というメタファーを用いて「負」や「負の数」という言葉に数学的概念を付け加えていく。しかしながら、アフリカ諸国においては、マイナスの気温がないなど、負の数のイメージ獲得の困難性が報告されている(大谷, 1995)。

これらから、アフリカ諸国の数学学力の低さの原因の一端に、数学学習における例え、メタファーが機能していないと考えられる。このような中、研究代表者はアフリカのタンザニアを対象に計算テストとアンケートを実施し、以下の3点を明らかにしてきた。

タンザニアで一般的に購入できる3社の教科書を分析したところ、日本の教科書と比べ身体・日常経験とのメタファーが意識されているとはいいがたい。

正負の数とその加減の習熟度は低く、負の数を含まない計算技能の習熟度は高いことから、負の数を含むことによりその習熟は低くなる。

正負の数とその加減の習熟度の高い生徒ほど、一般的に正負の数の導入に使用されやすいさまざまな事象(例えば上や下、利益や損失)に対しはっきりと「正」「負」といったイメージを持っており、一貫性を帯びている。

2. 研究の目的

これらの背景から、正負の数の加減の習熟は困難であること、習熟度合いとメタファーには関係があることが明らかになった。しかしながら、西洋数学を学ぶ必要のある現代社会において、正負の数とその加減の習熟は避けて通れない単元であり、メタファーが機能しにくい環境であったとしてもそれは変わらない。ましてやすべての生徒が理解できていないわけではなく、同じ環境下においても何かしらの方法でその困難性を乗り越えている生徒がいるわけである。本研究の目的は、これまでの研究を踏まえ、その困難性を乗り越えている生徒の特性を明らかにし、数学教育協力の充実を図るものである。

3. 研究の方法

本研究は、計算技能の習熟度合いとどのような事象を正負と強く認識しているのかを明らかにし(調査紙)、その詳細を分析していく(インタビュー)ものである。使用する調査紙は計算テストとアンケートである。計算テストは正負の数の加減であり、アンケートは(Rosh, 1975)が提唱したプロトタイプ調査を援用したものである。プロトタイプ調査は、例えば家具という言葉に対し、様々なものを提示(椅子や机、扇風機や電話など)する。家具の典型であると思えば7を、家具ではないと思えば1にマークをする7段階尺度で行うアンケートである。そして、人々は地域や環境で異なる典型例を持っているとされている。本研究でプロトタイプ調査を用いた理由は、プロトタイプは地域や環境によって特徴が変わることが報告されており、環境などの要因で理解を促せない開発途上国の特徴を捉えることが出来ると考えたからである。本研究ではこのプロトタイプ調査を援用し、一般的に正負を表すことが出来る事象を用い、どのような事象が正・負の典型例になっているのかを調査する。また、正負の性質を表す項目は基本的に反対の性質を持っているため、アンケート項目は空間概念(例えば上下)や生活概念(例えば利益と損失)などが反映されるように作成していく。これら調査紙と計算テストの関連から、計算技能の習熟状況と正負の典型例の違いを比較し、計算技能の習熟状況に応じて「典型例=例えに使用できる事象」がどのように変化するかを明らかにする。

調査紙の分析方法は、まず計算テストの正答率別にいくつかのグループに分ける(例えばAは正答率80%以上~Dは30%以下など)。そして、それぞれのグループのアンケート結果を因子分析にかけグループごとの因子の違いを見ていく。ここで期待していることは、空間概念や生活概念などという因子の抽出ができるのではないかとということである。そして、グループごとの特徴的な因子の変化とアンケートの値を見ることで、計算技能別の典型例の特徴の把握を試みる。因子分析によ

る特徴的な因子の把握が困難であった場合には、クラスター分析とアンケートの値から共通項の把握を試みる。また、正答率によるグループ分けのほかに、正答パターンによるグループ分けも行っていく。(須藤, 2015)では、正答率順に並び替えた際、負数を含まない加減、負の数を含む足し算、負の数を含む引き算、負の数を含み括弧を使用する足し算、負の数を含み括弧を使用する引き算の順に正答率が悪くなった。本研究においても、このような計算パターンや誤答例によるグループ分けを元に因子分析やクラスター分析を試みる。

調査紙の分析結果を元に、各グループの特性(因子や誤答例)を指標として対象生徒の抽出条件を作成し、対象生徒に半構造化インタビューを試みる。いくつかの正負の数の加減を解かせ、「計算の仕方を説明してください」「計算を他の言葉で言い換えて説明してください」といったインタビュー項目を設け、グループ間での差を詳細に分析する。ジェスチャーによる上や下といった空間概念を使用するのか、利益や損失といった生活概念、または科学的概念を使用するのかを明らかにしていきたい。インタビューに使用する例えにグループ間の差異が見られなかった場合には、ひとつ上のグループの特徴的な因子や誤答例に着目した質問を投げかけることで乗り越えていない技能と例えの関係に着目していきたい。

インタビュー調査後、隣接する上のグループの特徴的な因子もしくは共通項の例えを用いての教授及び理解の確認を行う。正負の数の加減の理解に例えによる段階があると仮定した場合、ひとつ上の特徴的な因子による教授法が理解を促すのではないかと考えられるからである。例えばグループCの特徴的な因子が空間概念であり、グループBの特徴的な因子が生活概念であった場合、グループCに生活概念を用いた教授を行うことで理解の促進が図られるのではないかと考えるからである。

4. 研究成果

本研究において、当初予定していた対象国はタンザニア、ザンビアであったが、タンザニアにおける調査許可が取得できなかったため調査対象国をザンビア、マラウイとした。ザンビア、マラウイは、ともに東南部アフリカ諸国連合の調査において数学学力の低い国という報告がされており、今後も引き続きの数学教育協力が期待されている。

平成28年度の予備調査は、ザンビア、マラウイで行い、計算テストとアンケートおよびインタビューを行った。その結果、両国ともに共通した結果として、正負の数を含む加減が習熟しているとは言い難いことが明らかになった。表1にザンビアの正答率を示す。

次に、プロトタイプ調査を援用したアンケートと計算技能の習熟との関係について、相

表1 正答率(n=242)*平均正答率51.05%

問題	正答率(%)	問題	正答率(%)
-2-(+6)	20.66	-6+8	49.17
-4-(+2)	23.97	8+(-2)	50.00
2-(-4)	23.97	8-(-2)	50.00
6-(-2)	29.34	-2+(-6)	52.89
4-(-6)	29.34	-4+(+2)	53.72
-2-6	29.75	4+(-8)	57.02
-6-(-8)	31.82	-8+4	66.94
-4-2	32.23	4+(+2)	79.34
4-8	38.02	2+(+6)	83.06
-6-(-2)	40.50	6-4	92.56
-4+(+8)	47.93	2+6	96.69
-6+(-2)	48.35	4+2	97.93

関や因子分析、クラスター分析などを行った。しかしながら、先行研究のタンザニアとは違いザンビア、マラウイにおいてはどのような事象を「正」「負」と捉えることが計算技能の習熟と関連しているのか、その特徴を出すことができなかった。そこで、対象をザンビアに絞り誤答例とインタビュー結果による分析を行った。誤答例分析では、どのような誤答が多く、その原因はどのようなアルゴリズムからきているかを正答率、誤答、数量化

類により分析した。その結果、大きな数字が後ろに来ると正答率が下がる。負数が含まれると、差を出して数字の大きいほうの符号を付けるといった独特のアルゴリズムに沿って計算している生徒が多いことが分かった。これらの結果を踏まえ、誤答例や独自のアルゴリズムの背景にどのようなメタファーがあるのかを明らかにするべく、計算技能の習熟度別にインタビューを行った。インタビュー対象者は以下のように選定した。

A群: 24問中22問以上正解者から2名

B群: 平均正答率(50%前後)から2名

C群: 24問中6問以下の正答率から2名

インタビュー項目は、以下の2点を中心とした半構造化インタビューである。

問題を解いてもらい説明してもらおう。

正負の数を小学生にも教えられるような身近な話で説明してもらおう。

このインタビューの結果、計算技能としては習熟していると考えられるA群の学生の1名(A君)は、正負の数の加減は数学の世界の話なので他には例えれないと答えた。また、もう1名のA群(B君)の生徒は数直線による説明をした。また、もっと身近なものの例えはないか質問したところ、リンゴを人あげる説明をしたが、最終的に現実世界の話とリンクさせることは出来なかった。A君とB君の解答には差異があり、A君は以下図.1のような計算のみを用いるのに対し、B君は図.2のような数直線を用いた。

このA群の2名によるインタビューから、計算技能を習熟しているからと言って、その概念形成を現実の事象によるメタファーに頼っていない可能性が示唆できた。

次に、B群の1名(C君)のインタビューでは、数直線による説明をするものの、問題によって解ける問題と解けない問題があり、

①) $6 - (-2)$
 $= 6 + 2$
 $= 8$
 ②) $6 - (-2)$
 $= 6 + 2$
 $= 8$
 ③) $6 - (-2)$
 $= 6 + 2$
 $= 8$

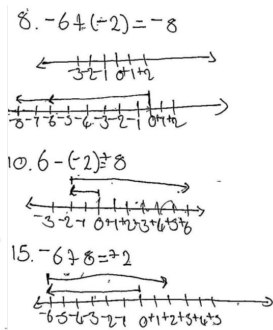


図.1 A君解答

図.2 B君解答

数直線に頼っている様子が見受けられた(図.3 参照)。また、より身近な例えについて質問すると、「体温が-6度の子供が病院に行き薬をもらい、その後-2度になった」という現実とはかけ離れた例えを用いて説明をした。

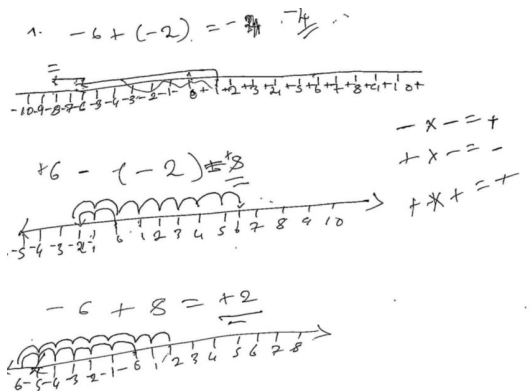


図.3 C君解答

B群のもう1名(D君)は銀行やマーケットで正負の数の加減を使用するという回答はするものの、説明をする際には数直線による説明をした。そして、問題により解ける問題と解けない問題が生じた(図.4 参照)。

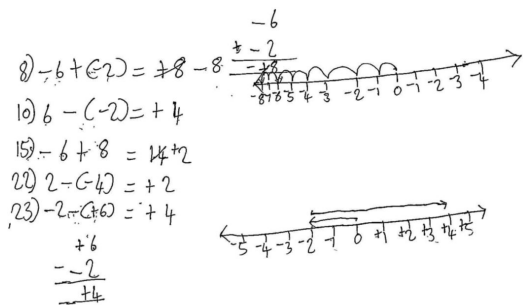


図.4 D君解答

C群の1名(E君)は20クワチャ(ザンビアの貨幣単位)を持って、10クワチャの買い物をした残りという説明を正負の数の加減として行った。B群との差として、E君は数直線による説明を積極的にしようとせず、こちらから促して始めて数直線を使用した。しかしながら、数直線による説明や解答を得ることは出来なかった(図.5 参照)。

C群のもう1名(F君)も、利益や損失と

①) $-6 + (-2) = +8$
 ②) $6 - (-2) = +4$
 ③) $-6 + 8 = +16$
 ④) $2 - (-4) = -2$
 ⑤) $-2 - (+6) = +4$

図.5 E君解答

いった言葉は出すものの、説明は出来なかった。また、E君同様数直線を用いた説明も出来なかった(図.6 参照)。

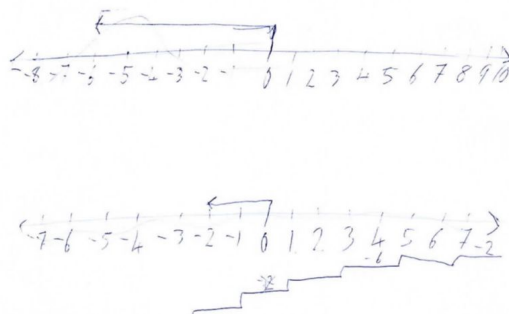


図.6 F君解答

インタビューの結果から、以下のことが明らかになった。

- 正答率の高い生徒も、正負の数の加減を他の事象に例えられない。
- 現実世界ではありえない正負の例えをする。
- 数直線においても、独自のアルゴリズムに従って解いている。
- 数直線を頼りに正負の数の加減を解こうとするが、計算技能の低い学生は数直線を用いることができない。
- 上位は数直線を操ることができ、平均的な生徒は問題やアルゴリズムによる。下位層は満足に数直線が描けない。

これらの誤答例とインタビューの結果から、ザンビアの生徒の計算技能においては独自の誤ったアルゴリズムが生じており、そのアルゴリズムの背景には数学的概念の欠如の可能性があると明らかになった。さらに、概念体系の本質はメタファーによって成り立つという認知言語学的な視点に立つと、計算技能の習熟度に関わらず、正負の数においては概念に対する学習がなされていない可能性が出てきた。これらは、国際協力機構(2007)が指摘する教科内容と生活の乖離や文化的差異、大谷(1995)が指摘する負の数のイメージ獲得の困難性を再認識するものとなった。同時に、数直線の習熟度が計算技能に大きく影響しているという新しい課題に対してのアプローチの必要性が明らかになった。メタファーという視点で見ると、数直線はそれまでの二つという意味を持つ2という数字を1と3の間という順序を持った数

に置き換える必要がある。このような、数という数学的概念を他の数学的概念に置き換えるメタファーについて、G.レイコフ& R.ヌーニェス(2000)は次のように述べている。「数学的概念を形成する概念メタファーは2種類あり、身体・日常経験から数学的概念を生み出す Grounding metaphor(基礎付けメタファー)と、ある数学的概念をもとに高度な数学的概念を生み出す Linking metaphor(関連付けメタファー)がある。これまでの研究を言い換えると、Grounding metaphorに関するアプローチしかしていない状態であり、数を直線上の点に捉えるという Linking metaphorへのアプローチがされてこなかったと捉えることができる。

今後の課題として、数を直線上の点として捉えるメタファーを軸にアフリカ諸国の低い数学学力の一端を明らかにしていく必要があるであろう。

【参考文献】

国際協力機構(2007).「理数科教育協力にかかる事業経験体系化 - その理念とアプローチ - 」, 研究援助報告書

國岡高宏(2009).「数学教育におけるアナロジーの研究(2)-概念メタファーによる数学学習の分析-」, 『数学教育学研究』, Vol.15-2, pp.17-27.

柳本成一(1990).「正の数・負の数の四則 3つの指導法の比較」, 『日本数学教育学会誌』, 第72巻9号, 325-335.

大谷宏(1995).「アフリカへの数学教育協力を考える アフリカへの国づくりへの支援方策としての理数科教育協力」, 国際協力研究誌, 通巻22号, JICA 国際協力総合研修所
George Lakoff, and Rafael Núñez, Where Mathematics Come From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being, the United States of America, 2000

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔学会発表〕(計 2件)

須藤 絢: ザンビアの生徒が持つ整数計算技能について—誤答例と例えに着目して—. 第47回全国数学教育学会, 2017(広島)

共同研究者 George Chileya (The Curriculum Development Centre Zambia Senior Curriculum Specialist – Mathematics)

須藤 絢: 開発途上国における数学的概念理解の研究. 第18回アフリカ教育研究フォーラム, 2016

6. 研究組織

(1)研究代表者

須藤 絢(Sudo Shun)

函館工業高等専門学校・一般理数系・准教授

研究者番号: 90780693

(2)研究分担者
なし

(3)連携研究者
なし

(4)研究協力者

George Chileya (The Curriculum Development Centre Zambia Senior Curriculum Specialist – Mathematics)