

令和元年6月1日現在

機関番号：11301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K00004

研究課題名(和文) 不満度を最小化する運搬経路問題に対するグラフアルゴリズム手法とその一般化

研究課題名(英文) Algorithms and their generalizations for vehicle routing problems of minimizing regrets

研究代表者

伊藤 健洋 (ITO, Takehiro)

東北大学・情報科学研究科・准教授

研究者番号：40431548

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：サービス受給側の不満度を評価対象とする比較的新しい設定の運搬経路問題について、入力グラフの構造を利用したアルゴリズムの開発を行い、それと対比をなす計算困難性や近似不可能性の証明も行った。加えて、問題設定の一般化を行うことで、開発手法の拡張を考察し、アルゴリズム手法の整備を行った。特に、本研究の木に対する近似手法は、近似解の精度をアルゴリズムの利用者が任意に指定することができるため、精度の観点からは最良といえる。

研究成果の学術的意義や社会的意義

運搬経路問題は長年盛んに研究されてきたが、既存研究ではサービス提供側のコストを評価対象とすることが多かった。それに対し本問題は、サービス受給側の不満度を評価対象とする比較的新しい設定の問題である。本研究の成果により、入力グラフのどのような構造が本問題を計算困難にしているのか詳細な解析が与えられた。また、効率のよい近似手法を開発することで、入力グラフは限定されるものの、理論保証された精度の近似解を得られるようになった。

研究成果の概要(英文)：We studied a recently proposed variant of vehicle routing problems which takes the customers' regrets as the objective function. We developed algorithms for the problem using structures of input graphs, and also proved some computational hardness and inapproximability. In addition, we introduced some generalized variant, and examined an extension of our algorithms in order to put our developed methods in place. Our approximation method for trees is best possible from the viewpoint of approximation ratio, because one can choose an arbitrarily better ratio.

研究分野：理論計算機科学

キーワード：アルゴリズム グラフ理論 近似

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

運搬経路問題 (Vehicle Routing Problem) は、長年盛んに研究されている組合せ最適化問題であり、多種多様な問題設定の下で、様々な観点から研究がなされている。本研究で扱った運搬経路問題は、2005年に提唱された比較的新しい設定の問題であり、顧客の「不満度」を最小化することを目的とする。この問題は、スクールバスの文脈で説明されることが多い。道路網はグラフとして与えられ、各辺の重みが2点間の距離を表す。グラフのただ1点が学校として指定され、バスは学校を出発し、全ての生徒(学校以外の点)を拾って、学校に戻る。(図1参照。)このとき、各生徒の不満度は次のように定義される。

(その生徒がバスに乗車している距離) - (その生徒の家から学校への最短距離)

本研究で扱った「不満度を最小化する運搬経路問題」とは、生徒の不満度の最大値を最小化することである。例えば、本研究では図1(b)の経路が最適解であり、その目的関数値は生徒Bの不満度2である。なお、この経路では、生徒Aはバスが2回目に家を通る際に乗車する。図1(a)のように、バスの総移動距離の最小化が、生徒の不満度を最小化するとは限らない。

研究開始当初は、ISAAC2011やSTOC2014といった国際会議にて、計算複雑性や近似可能性についての理論解析が発表されていたものの、従来の運搬経路問題で行われてきたような詳細な理論解析が十分に行われたとは言い難い状況であった。また、運搬経路問題に関する従来研究では、サービス提供側のコスト(例えば、バスの総移動距離など)を評価対象とすることが多かったが、本問題はサービス受給側の不満度を評価対象とする比較的新しい設定の問題であり、他にも問題設定の一般化が考えられるものの中には研究されていなかった。

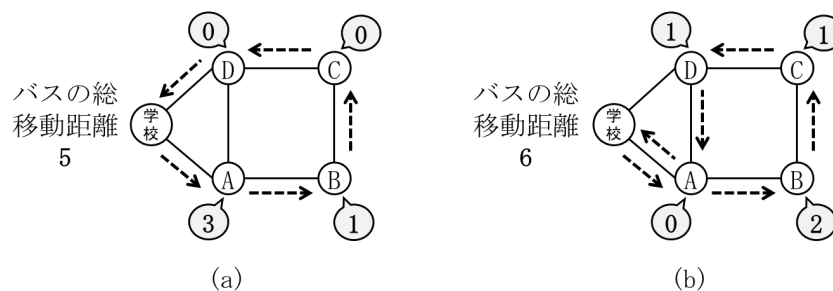


図1:(a)バスの総移動距離を最小化する経路と(b)生徒の不満度の最大値を最小化する経路。ここで、辺重みは全て1であり、バスの経路は点線の矢印で示している。また、各生徒の不満度は吹き出しの中に書かれている。

2. 研究の目的

本研究では、不満度を最小化する運搬経路問題に対し、グラフ構造を用いたアルゴリズムの開発を目的とした。加えて、問題設定の一般化を行い、その計算困難性と容易性を明らかにすることで、本問題に対するアルゴリズム手法を整備することを目的とした。

グラフ構造を用いたアルゴリズムとしては、入力されるグラフが木に限定される場合を考える。本研究の問題は、木に限定した場合でさえNP困難であることが知られているが、バスの台数が定数に制限された場合の計算複雑性はわかっていなかった。本研究では、この場合にも本問題はNP困難であると予想し、その証明と近似アルゴリズムの開発を目指した。さらに、木だけでなく、平面グラフなどより大きなグラフクラスに対しても考察を行うこととした。

問題設定の一般化としては、次のような状況を考える。すぐ近くに学校があれば、バスを待たずに自力で移動する生徒の方が多いであろう。そこで本研究では、グラフの点集合(生徒の集合)を2つに分割し、必ず運搬しなければならない点の集合と、運搬サービスを受けても受けなくてもよい点の集合にわけるとする。ただし、サービスを受けない点に対しては、ペナルティを負担しなければならないとする。したがって、全ての点を必ず運搬しなければならないとすれば、元の運搬経路問題となり、この問題設定は一般化となっている。

3. 研究の方法

本研究では、関連研究の論文調査や研究会での情報収集を通して、アルゴリズム開発と計算困難性の証明について考察を進めた。特に本研究では、近似アルゴリズムとして、多項式時間近似スキーム(PTAS)を構築することを目指した。多項式時間近似スキームは、近似解の精度をアルゴリズムの利用者が任意に指定することができるため、精度の観点からは最良の近似アルゴリズムといえる。そこで本研究では、特に次の論文調査を行った。本研究で扱う問題は、その解(すなわち、バスの移動経路)が連結構造をしている。このような連結構造に対する近似アルゴリズムとして、平面グラフのシュタイナー木に対するBorradaileらの手法がよく知られており[BKM09]、様々な拡張がなされている。また、本研究のように最小化問題に対して近似スキームを開発する際には、最適解の上下界の保証が難しいことが多い。この点に関しては、先行研究の近似アルゴリズム[FS14]を前処理として使用することで対処することとした。[FS14]では、バスの台数が定数であるときに、任意のグラフに対する定数倍近似アルゴリズムを与えているが、それは近似スキームではない。

また本研究では、国内外の研究者と積極的に共同研究を行うことで、様々な視点とその知見を取り入れるだけでなく、本研究で得られたグラフ構造を用いたアルゴリズム手法を周辺領域の研究にも波及させるよう研究に取り組んだ。

[BKM09] G. Borradaile, P.N. Klein, C. Mathieu, “An $O(n \log n)$ approximation scheme for Steiner tree in planar graphs,” ACM Transactions on Algorithms 5, Article 31, 2009.

[FS14] Z. Friggstad, C. Swamy, “Approximation algorithms for regret-bounded vehicle routing and applications to distance-constrained vehicle routing,” The 46th ACM Symposium on Theory of Computing (STOC 2014), pp. 744-753, 2014.

4. 研究成果

本研究ではまず、バスの台数を定数に限定し、さらに入力グラフを木に限定した場合について研究を行った。先述の通り、このような問題設定においては計算複雑性が明らかになっていなかったが、本研究ではNP困難であることを証明した。具体的には、バスの台数が2台であり、木よりもさらにグラフ構造が制限されるスターであったとしても、不満度を最小化する運搬経路問題はNP困難であることを示した。したがって、ここまで限定した場合であっても、多項式時間アルゴリズムの開発は難しいといえる。また、この研究成果により、近似アルゴリズムの開発を押し進める妥当性が示されたことにもなる。

次に本研究では、一般の木において、不満度を最小化する運搬経路問題に対する完全近似スキーム (FPTAS) を開発した。FPTASは、先に挙げたPTASと同様に、近似解の精度をアルゴリズムの利用者が任意に指定できる点に優れ、加えて理論的な計算時間はPTASよりも優れる。この完全近似スキームは、次のように開発した。まず、先述の通り[FS14]の定数倍近似アルゴリズムを利用して、本問題の最適解に対して上下界を適切に与える。次に、一般の木に対して、本問題を擬多項式時間で厳密に解くアルゴリズムを開発する。最後に、丸め手法を適用することで完全近似スキームを得る。したがって、完全近似スキームの開発における本研究の最大の貢献は、木のグラフ構造を利用することで、本問題の最適解を擬多項式時間で計算するアルゴリズムを開発した点である。

続いて本研究では、不満度を最小化する運搬経路問題が一般にはAPX困難であることを証明した。これにより、グラフ構造を制限しない場合には、多項式時間近似スキームは存在しそうでないと示したことになる。この近似不可能性の結果は、バスの台数が任意の定数であっても成り立つ。本研究の計画策定の段階からAPX困難性は視野に入れていたが、それが問題設定の一般化を行う前の段階で証明できたことは予想外であった。その分、一般化を行う前の本問題に対して、近似可能性についてグラフ構造に基づく対比を鮮明化させることができた。このAPX困難性の結果に先立ち、本研究ではBorradaileらの手法[BKM09]を詳細に解析したが、我々の行った解析の範囲では、本研究の問題に既存手法を適用することは難しそうであった。それを受けて、一般のグラフではあるものの、APX困難性の結果を与えることができた。

最後に本研究では、先に提案した問題設定の一般化を行い、これまでに開発したアルゴリズムの拡張を行った。問題設定は一般化されているので、木に対するNP困難性や一般のAPX困難性といった計算困難な研究成果は、そのまま成り立つ。しかし、近似容易性となる完全近似スキームは、一般化した問題設定でも成り立つかどうかはわからない。本研究では、一般化された問題設定においても、木に対して完全近似スキームを与えることに成功した。基本的な開発手法は先と同様であるが、問題設定を一般化する前には利用できた[FS14]の定数倍近似アルゴリズムが今回は利用できない。そこで、本研究では[FS14]に代わる手法として、貪欲的に経路を一つ選択するアルゴリズムを開発した。これにより、一般化した問題設定に対しても、その最適解の上下界を適切に与えることに成功した。加えて、擬多項式時間アルゴリズムの拡張を行い、丸め手法を組み合わせることで、完全近似スキームの開発に成功した。

また本研究では、国内外の研究者とも共同研究を行い、グラフ構造を用いたアルゴリズム手法を周辺領域の研究にも積極的に波及させた。グラフのシュタイナー木、(リスト)点彩色、最大重みbマッチングなどの遷移問題や、多種サービスセンター配置問題に対するアルゴリズム、距離独立点集合問題の近似可能性などが挙げられる。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 23 件)

Takehiro Ito and Yota Otachi, Reconfiguration of Colorable Sets in Classes of Perfect Graphs, Theoretical Computer Science, 査読有, Vol. 772, 2019, pp. 111-122.

DOI: 10.1016/j.tcs.2018.11.024

Tatsuhiko Hatanaka, Takehiro Ito and Xiao Zhou, The Coloring Reconfiguration Problem on Specific Graph Classes, IEICE Trans. on Information and Systems, 査読有, Vol. E102-D, 2019, pp. 423-429.

DOI: 10.1587/transinf.2018FCP0005

Takehiro Ito, Naonori Kakimura, Naoyuki Kamiyama, Yusuke Kobayashi and Yoshio Okamoto, Reconfiguration of Maximum-Weight b-Matchings in a Graph, Journal of Combinatorial Optimization, 査読有, Vol. 37, 2019, pp. 454-464.

DOI: 10.1007/s10878-018-0289-3

Takehiro Ito, Naonori Kakimura, Naoyuki Kamiyama, Yusuke Kobayashi and Yoshio Okamoto, Minimum-Cost b-Edge Dominating Sets on Trees, *Algorithmica*, 査読有, Vol. 81, 2019, pp. 343-366.
DOI: 10.1007/s00453-018-0448-z

Tatsuhiko Hatanaka, Takehiro Ito and Xiao Zhou, Parameterized Complexity of the List Coloring Reconfiguration Problem with Graph Parameters, *Theoretical Computer Science*, 査読有, Vol. 739, 2018, pp. 65-79.
DOI: 10.1016/j.tcs.2018.05.005

Hiroki Osawa, Akira Suzuki, Takehiro Ito and Xiao Zhou, The Complexity of (List) Edge-Coloring Reconfiguration Problem, *IEICE Trans. on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 査読有, Vol. E101-A, 2018, pp. 232-238.
DOI: 10.1587/transfun.E101.A.232

Hiroki Osawa, Akira Suzuki, Takehiro Ito and Xiao Zhou, Algorithms for Coloring Reconfiguration under Recolorability Constraints, *Proceedings of the 29th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2018)*, *Leibniz International Proceedings in Informatics*, 査読有, Vol. 123, 2018, pp. 37:1-37:13.
DOI: 10.4230/LIPIcs.ISAAC.2018.37

Tesshu Hanaka, Takehiro Ito, Haruka Mizuta, Benjamin Moore, Naomi Nishimura, Vijay Subramanya, Akira Suzuki and Krishna Vaidyanathan, Reconfiguring Spanning and Induced Subgraphs, *Proceedings of the 24th Annual International Computing and Combinatorics Conference (COCOON 2018)*, *Lecture Notes in Computer Science*, 査読有, Vol. 10976, 2018, pp. 428-440.
DOI: 10.1007/978-3-319-94776-1_36

Takehiro Ito, Naonori Kakimura, Naoyuki Kamiyama, Yusuke Kobayashi, Yoshio Okamoto and Taichi Shiitada, Tight Approximability of the Server Allocation Problem for Real-Time Applications, *Proceedings of the 3rd International Workshop on Algorithmic Aspects of Cloud Computing (ALGO CLOUD 2017)*, *Lecture Notes in Computer Science*, 査読有, Vol. 10739, 2018, pp. 41-55.
DOI: 10.1007/978-3-319-74875-7_4

Takashi Horiyama, Takehiro Ito, Keita Nakatsuka, Akira Suzuki and Ryuhei Uehara, Complexity of Tiling a Polygon with Trominoes or Bars, *Discrete & Computational Geometry*, 査読有, Vol. 58, 2017, pp. 686-704.
DOI: 10.1007/s00454-017-9884-9

Haruka Mizuta, Takehiro Ito and Xiao Zhou, Reconfiguration of Steiner Trees in an Unweighted Graph, *IEICE Trans. on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 査読有, Vol. E100-A, 2017, pp. 1532-1540.
DOI: 10.1587/transfun.E100.A.1532

Takehiro Ito, Naonori Kakimura, Naoyuki Kamiyama, Yusuke Kobayashi and Yoshio Okamoto, Efficient Stabilization of Cooperative Matching Games, *Theoretical Computer Science*, 査読有, Vol. 677, 2017, pp. 69-82.
DOI: 10.1016/j.tcs.2017.03.020

Takehiro Ito, Naonori Kakimura and Yusuke Kobayashi, Complexity of the Multi-Service Center Problem, *Proceedings of the 28th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2017)*, *Leibniz International Proceedings in Informatics*, 査読有, Vol. 92, 2017, pp. 48:1-48:12.
DOI: 10.4230/LIPIcs.ISAAC.2017.48

Hiroki Osawa, Akira Suzuki, Takehiro Ito and Xiao Zhou, Complexity of Coloring Reconfiguration under Recolorability Constraints, *Proceedings of the 28th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2017)*, *Leibniz International Proceedings in Informatics*, 査読有, Vol. 92, 2017, pp. 62:1-62:12.
DOI: 10.4230/LIPIcs.ISAAC.2017.62

Hiroshi Eto, Takehiro Ito, Zhilong Liu and Eiji Miyano, Approximation Algorithm for the Distance-3 Independent Set Problem on Cubic Graphs, *Proceedings of the 11th International Conference and Workshops on Algorithms and Computation (WALCOM 2017)*, *Lecture Notes in Computer Science*, 査読有, Vol. 10167, 2017, pp. 228-240.
DOI: 10.1007/978-3-319-53925-6_18

Arash Haddadan, Takehiro Ito, Amer E. Mouawad, Naomi Nishimura, Hirotaka Ono, Akira Suzuki and Youcef Tebbal, The Complexity of Dominating Set Reconfiguration, *Theoretical Computer Science*, 査読有, Vol. 651, 2016, pp. 37-49.
DOI: 10.1016/j.tcs.2016.08.016

Hiroshi Eto, Takehiro Ito, Zhilong Liu and Eiji Miyano, Approximability of the Distance Independent Set Problem on Regular Graphs and Planar Graphs, *Proceedings of the 10th Annual International Conference on Combinatorial Optimization and*

Applications (COCOA 2016), Lecture Notes in Computer Science, 査読有, Vol. 10043, 2016, pp. 270-284.

DOI: 10.1007/978-3-319-48749-6_20

[学会発表](計 14 件)

Hiroki Osawa, Akira Suzuki, Takehiro Ito and Xiao Zhou, Algorithms for Coloring Reconfiguration under Recolorability Constraints, The 29th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2018), 2018.

Tesshu Hanaka, Takehiro Ito, Haruka Mizuta, Benjamin Moore, Naomi Nishimura, Vijay Subramanya, Akira Suzuki and Krishna Vaidyanathan, Reconfiguring Spanning and Induced Subgraphs, The 24th Annual International Computing and Combinatorics Conference (COCOON 2018), 2018.

Takehiro Ito and Yota Otachi, Reconfiguration of Colorable Sets in Classes of Perfect Graphs, The 16th Scandinavian Symposium and Workshops on Algorithm Theory (SWAT 2018), 2018.

Tatsuhiko Hatanaka, Takehiro Ito and Xiao Zhou, The Coloring Reconfiguration Problem on Specific Graph Classes, The 11th Annual International Conference on Combinatorial Optimization and Applications (COCOA 2017), 2017.

Takehiro Ito, Naonori Kakimura and Yusuke Kobayashi, Complexity of the Multi-Service Center Problem, The 28th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2017), 2017.

Hiroki Osawa, Akira Suzuki, Takehiro Ito and Xiao Zhou, Complexity of Coloring Reconfiguration under Recolorability Constraints, The 28th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2017), 2017.

Takehiro Ito, Naonori Kakimura, Naoyuki Kamiyama, Yusuke Kobayashi, Yoshio Okamoto and Taichi Shiitada, Tight Approximability of the Server Allocation Problem for Real-Time Applications, The 3rd International Workshop on Algorithmic Aspects of Cloud Computing (ALGO CLOUD 2017), 2017.

Tatsuhiko Hatanaka, Takehiro Ito and Xiao Zhou, Parameterized Complexity of the List Coloring Reconfiguration Problem with Graph Parameters, The 42nd International Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science (MFCS 2017), 2017.

Takehiro Ito, Naonori Kakimura, Naoyuki Kamiyama, Yusuke Kobayashi and Yoshio Okamoto, Reconfiguration of Maximum-Weight b -Matchings in a Graph, The 23rd Annual International Computing and Combinatorics Conference (COCOON 2017), 2017.

Hiroki Osawa, Akira Suzuki, Takehiro Ito and Xiao Zhou, The Complexity of (List) Edge-Coloring Reconfiguration Problem, The 11th International Conference and Workshops on Algorithms and Computation (WALCOM 2017), 2017.

Hiroshi Eto, Takehiro Ito, Zhilong Liu and Eiji Miyano, Approximation Algorithm for the Distance-3 Independent Set Problem on Cubic Graphs, The 11th International Conference and Workshops on Algorithms and Computation (WALCOM 2017), 2017.

Hiroshi Eto, Takehiro Ito, Zhilong Liu and Eiji Miyano, Approximability of the Distance Independent Set Problem on Regular Graphs and Planar Graphs, The 10th Annual International Conference on Combinatorial Optimization and Applications (COCOA 2016), 2016.

Haruka Mizuta, Takehiro Ito and Xiao Zhou, Reconfiguration of Steiner Trees in an Unweighted Graph, The 27th International Workshop on Combinatorial Algorithms (IWOCA 2016), 2016.

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。