

令和 3 年 6 月 22 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2020

課題番号：16K00017

研究課題名(和文) 安定マッチングを利用した配属アルゴリズムの開発研究

研究課題名(英文) Research on designing assignment algorithms using stable matchings

研究代表者

宮崎 修一 (MIYAZAKI, Shuichi)

京都大学・学術情報メディアセンター・准教授

研究者番号：00303884

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：選好順序に基づいた「安定性」という性質を満たす(均衡状態を実現する)マッチング(配属)を「安定マッチング」といい、病院への研修医配属や学校配属、研究室配属等に利用されている。本研究では安定マッチングの適用範囲を広げるため、様々な状況に応じたモデル化を行い、アルゴリズム論的側面からその解法を研究した。その結果、同順位と不完全リストを許すモデル、複数の希望リストを有するモデル、平面上における参加者の位置をも考慮するモデル等において、計算可能性/困難性、近似可能性/不可能性、耐戦略性、例題生成などの観点から成果を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

近年社会制度設計(メカニズムデザイン)へのアルゴリズム適用が重要視されており、それを目的としたアルゴリズム的ゲーム理論の分野が急速に発展している。本研究課題が取り扱っている安定マッチングはその中心的トピックであり、得られた成果はアルゴリズム理論だけでなくゲーム理論、経済学等の幅広い分野へ影響を与え得るという意味で学術的意義は大きい。また本研究課題は、配属における実社会での問題点を解消するためのモデル設計を含んでおり、得られたアルゴリズム等が実社会で利用される可能性を持っている、あるいは配属制度の設計のためのヒントとなり得るという点で社会的意義は大きい。

研究成果の概要(英文)：A matching (or an assignment) that satisfies the property so-called the "stability" based on preferences of participants is called a stable matching. The stable matching problem is widely used in assignment systems, such as assignment of medical doctors to hospitals, school choice, and laboratory assignment in universities. In this research, to widen the applicability of the stable matching problem, we have extended its definition considering applications and analyzed them in a viewpoint of algorithm theory. As a result, we obtained the results on computability/intractability, approximability/inapproximability, strategy-proofness, and instance generation for several models including one allowing ties and incomplete preference lists, one with plural preference lists, and one considering positions of participants on the plane.

研究分野：アルゴリズム理論

キーワード：安定マッチング 配属問題 アルゴリズム理論 多項式時間アルゴリズム 近似アルゴリズム 計算複雑性 NP困難性 耐戦略性

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 1. 研究開始当初の背景

例えば男性と女性という 2 つのグループがあり、グループの各メンバーは他方のグループのメンバーを順位付けしている。その順位付け(希望リスト)を考慮して「安定性」と言われる性質を満たすマッチング(安定マッチング)を求めるのが、安定マッチング問題である。この問題は 1962 年に Gale と Shapley により提案され、研修医配属や高校配属、腎臓移植など様々な割り当てに応用されている。

古くは経済学における制度設計理論(メカニズムデザイン)あるいはゲーム理論を軸に研究されていたが、1980 年代からは計算機の発達によりマッチングを高速に探索するアルゴリズムの開発など、計算機科学の分野でも研究が行われるようになった。2000 年代に入ると、ゲーム理論とアルゴリズム理論を融合したアルゴリズム的ゲーム理論の研究が盛んになり、その典型的テーマの一つである安定マッチングは国際会議や論文誌での発表件数が飛躍的に増えてきていた。また 2012 年には、提唱者の一人である Shapley と、安定マッチングの理論を広く世間で活用させた Roth がノーベル経済学賞を受賞するなど、注目を集めていた。

研究代表者はこれまでに、科学研究費若手研究(B)および基盤研究(C)において、安定マッチング問題の社会応用を見越したモデル化とそのアルゴリズム開発研究を継続的に行っており、研究開始当初には知識と経験を十分に持っていた。

## 2. 研究の目的

安定マッチング問題を様々な配属に利用する際に必要となる要件を取り入れたモデル化を行い、それらのモデルに対する効率的なアルゴリズム開発や計算困難性の証明を行うことが本研究の目的である。上述したように、研究代表者はこれまで一貫して本テーマに取り組んできているが、取り扱う具体的なモデルはその時の社会情勢により変化している。本研究課題の申請当初に予定していた具体的なテーマは以下の通りである。

- ・ 同順位と不完全リストを許した安定マッチング問題
- ・ 定員枠の下限付き安定マッチング問題
- ・ プロジェクト配属問題
- ・ 3次元安定マッチング問題

## 3. 研究の方法

具体的な研究方法は各テーマによって異なるが、アルゴリズム理論の研究では一般的に以下のアプローチを採る。これ以前の科学研究費でもそうであったが、本研究課題でも同様のアプローチを採った。

まずは既存のアルゴリズム(基本となる Gale-Shapley アルゴリズムなど)や典型的なアルゴリズム設計手法(局所探索法、貪欲法、動的計画法)を試してみた。それによりうまくいかない例が見つかった場合には、それらに対してもうまくいくようにアルゴリズムを修正し、また悪い例がないかを検証した。そのような例が簡単には見つからなくなった時点で、正当性の証明を試みた。逆に、これを何度繰り返しても悪い例が出てくるようであれば、それらの例から問題の困難性の本質が見えてくるので、それをヒントに困難性の証明に着手した。

## 4. 研究成果

研究期間内に以下の結果を得た。

- (1) **女性戦略可能性判定アルゴリズム**: 安定マッチングを求める Gale-Shapley アルゴリズムを使う場合、男性は嘘の希望リストを出すことにより得をしない(すなわち耐戦略性を持つ)が、女性は得できる可能性がある。この際、指定された女性の最適戦略を多項式時間で求められるということは、以前から分かっていた。Gale-Shapley アルゴリズムは男性側に耐戦略性を持っているため、提出された男性の希望リストは真のリストであると考えてよいのに対し、女性は戦略操作が可能のため、女性の希望リストは必ずしも真の希望を反映しているとは限らない。本研究ではこのような背景を考慮して上述の問題を一般化し、女性の戦略可能性を判定する問題が  $O(n^4)$  時間で解けることを示した。本結果は国際会議 SWAT 2016 に採録され発表した。
- (2) **複数の希望リストを持つ安定結婚問題の計算複雑性**: 通常の安定結婚問題では、必ず安定マッチングが存在することが知られている。本研究では、同じ男女の集合に対して  $k$  種類の希望リストセットが与えられたとき、全ての希望リストセットで安定なマッチングが存在するか否かを問う(また、存在するならそれを見つける)問題を提案した。これは、例えば研修医配属において、各研修医が配属先病院で内科、外科、小児科の研修を行う場合、病院を診療科ごとにランク付けし、病院も 1 つの希望リストを持つのではなく診療科ごとに研修医をランク付けするような応用に対応する。全ての希望リストで安定なマッチングは

、研修医と各診療科の間で不満がないという点で優れている。

本研究では、全ての男女の希望リストの長さが4以下であり、希望リストが2種類であったとしても問題がNP完全になることを示した。一方、男性の希望リストの長さが高々2ならば、女性の希望リストの長さや希望リストの種類数 $k$ に制限がなくても、問題が線形時間で解けることを示した。また、入力中の各女性の希望リストが $k$ 種類全てのセットで同じならば、同じく線形時間で解けることを示した。本結果は国際会議 ISAAC 2017に採択され発表した。またその後、 $k$ と希望リストの長さに対する多項式時間可解性とNP完全性の境界をより厳密にした。これらを国際会議の結果に追加してまとめ、論文誌 Journal of Combinatorial Optimization に掲載された。

- (3) **最大サイズ安定結婚問題に対する耐戦略性を備えた近似アルゴリズム**：安定結婚問題の希望リストで不完全性（全員を書かなくて良い）と同順位（同程度好きな人は同順位に書いて良い）を許す場合、安定マッチングは常に存在し多項式時間で求めることができるが、最大サイズの安定マッチングを求めることはNP困難である。この問題に対する多項式時間アルゴリズムの近似可能性や不可能性の研究が活発に行われている。  
本研究では、アルゴリズムが耐戦略性（嘘の希望リストを提出しても得をしないという性質）を持つという制約の下で、最大サイズ安定マッチングを求める問題の近似可能性・不可能性を明らかにした。最も基本的なモデルでさえ、男女双方が耐戦略性を有するアルゴリズムが存在しないことが分かっているため、本研究では片側耐戦略性（男性耐戦略性または女性耐戦略性）を対象とした。得られた結果は以下の通りである。(1) 同順位が男女両側の希望リストに存在する場合には、男性耐戦略を持つ2-近似アルゴリズムおよび女性耐戦略を持つ2-近似アルゴリズムが存在する。(2) 同順位が男性側の希望リストにのみ存在する場合、男性耐戦略を持つ1.5-近似アルゴリズムおよび女性耐戦略を持つ2-近似アルゴリズムが存在する。(3) 上記(1)、(2)の近似度はいずれも最適である。本結果は国際会議 ISAAC 2019に採録され発表した。
- (4) **非交差安定結婚問題**：国際会議 IWOCA 2019 にて提案された非交差安定結婚問題を発展させ、その問題に対するアルゴリズムと計算複雑性の研究を行った。この問題では、2本の平行な直線の一方に男性が、他方に女性が並んでおり、枝が交差しない安定マッチングを求める問題である。先行論文では弱安定性、強安定性という2つの安定性概念が定義され、弱安定マッチングを求める多項式時間アルゴリズムが提案されていた。また、強安定マッチングの存在判定および最大サイズの弱安定マッチングの探索に対する計算複雑性が未解決問題として挙げられていた。  
本研究では、これら2つの問題が多項式時間で解けることを示した。また、希望リストに同順位を許した場合には3つの安定性があるが、この3つの安定性に対する2つの問題（すなわち6つの問題）のうち1つを除く5つに対して、同順位を許さない場合のアルゴリズムがほぼ変更なしで適用可能であることを示した。更に、前述した1つの例外ケースはNP完全であることを示した。本結果は国際会議 IWOCA 2020 にて発表した。
- (5) **最大サイズ安定結婚問題に対する例題生成の計算複雑さ解析**：(3)で述べたように、安定結婚問題の希望リストで不完全性と同順位を許す場合、最大サイズの安定マッチングを求める問題はNP困難である。この問題に対しては理論的性能保証を持つ近似アルゴリズムやヒューリスティクスが数多く提案されている。これらのアルゴリズムを実装し計算機実験によってその性能を評価する研究が行なわれているが、その多くはランダムに生成された例題が使われている。しかし、アルゴリズムの解が最適にどの程度近いかを評価しようとすると、その最適解を求めるために指数時間を要するため、小さなサイズの例題でしか実験が出来ないという難点がある。  
本研究ではこの問題を解決するために、最適解を予め指定できる例題生成法の開発を目指した。研究の結果、既存の例題生成手法に準じた方法では、妥当な計算量的仮定の下で効率の良い例題生成が不可能であることを証明した。これらの結果は情報処理学会の論文誌に掲載された。
- (6) **その他の活動**：本研究で得られた成果を国民に公表すること、また安定マッチングを広く社会に紹介することを目的として、以下の活動を行った。  
2019年8月に行われた日本OR学会中部支部 若手研究者のためのチュートリアルシンポジウムにおいて、安定マッチングに関する研究紹介を行った。  
2016年8月と2017年8月に、高校生を対象とした京都大学サマースクールで安定マッチングを紹介した。

産学連携を目的とした成果発表会である京都大学ICTイノベーションにおいて、毎年展示発表を行った。

安定マッチングのアルゴリズム的側面を紹介する著書「安定マッチングの数理とアルゴリズム ~トラブルのない配属を求めて~」を2018年に現代数学社より出版した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件／うち国際共著 0件／うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Yuki Matsuyama, Shuichi Miyazaki	4. 巻 29
2. 論文標題 Hardness of Instance Generation with Optimal Solutions for the Stable Marriage Problem	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Information Processing	6. 最初と最後の頁 166 ~ 173
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2197/ipsjip.29.166	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Shuichi Miyazaki, Kazuya Okamoto	4. 巻 38
2. 論文標題 Jointly stable matchings	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Combinatorial Optimization	6. 最初と最後の頁 pp. 646-665
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s10878-019-00402-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nacher Jose C., Ishitsuka Masayuki, Miyazaki Shuichi, Akutsu Tatsuya	4. 巻 9
2. 論文標題 Finding and analysing the minimum set of driver nodes required to control multilayer networks	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Scientific Reports	6. 最初と最後の頁 1-12
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1038/s41598-018-37046-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計11件（うち招待講演 1件／うち国際学会 5件）

1. 発表者名 Koki Hamada, Shuichi Miyazaki, Kazuya Okamoto,
2. 発表標題 Strongly Stable and Maximum Weakly Stable Noncrossing Matchings
3. 学会等名 31st International Workshop on Combinatorial Algorithms (IWCA 2020) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Toshiya Itoh, Shuichi Miyazaki, Makoto Satake
2. 発表標題 Competitive Analysis for Two Variants of Online Metric Matching Problem
3. 学会等名 14th Annual International Conference on Combinatorial Optimization and Applications (COCO A 2020) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 伊藤 雅士, 宮崎 修一, 中嶋 晋作, 小野 廣隆, 大館 陽太
2. 発表標題 重み付き木に対する例外付き準平等分割の計算量
3. 学会等名 冬のLAシンポジウム
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 宮崎修一
2. 発表標題 安定マッチング問題に対するアルゴリズム研究
3. 学会等名 日本OR学会中部支部 若手研究者のためのチュートリアルシンポジウム (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 松山祐貴, 宮崎修一
2. 発表標題 安定結婚問題に対する最適解付き例題生成の困難性
3. 学会等名 2019年度情報処理学会関西支部支部大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Koki Hamada, Shuichi Miyazaki, Hiroki Yanagisawa
2. 発表標題 Strategy-Proof Approximation Algorithms for the Stable Marriage Problem with Ties and Incomplete Lists
3. 学会等名 30th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 岡本和也, 宮崎修一
2. 発表標題 複数希望リスト安定結婚問題に対するNP完全性の改良
3. 学会等名 2018年度情報処理学会関西支部支部大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 岡本和也, 宮崎修一
2. 発表標題 希望リストを複数持つ安定マッチング問題
3. 学会等名 情報処理学会アルゴリズム研究会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shuichi Miyazaki, Kazuya Okamoto
2. 発表標題 Jointly Stable Matchings
3. 学会等名 28th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2017) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 岡本和也, 宮崎修一
2. 発表標題 複数の希望リストを持つ安定結婚問題
3. 学会等名 冬のLAシンポジウム
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Sushmita Gupta, Kazuo Iwama, Shuichi Miyazaki
2. 発表標題 Total Stability in Stable Matching Games
3. 学会等名 15th Scandinavian Symposium and Workshops on Algorithm Theory (SWAT 2016) (国際学会)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計2件

1. 著者名 宮崎修一	4. 発行年 2018年
2. 出版社 現代数学社	5. 総ページ数 176
3. 書名 安定マッチングの数理とアルゴリズム ~トラブルのない配属を求めて~	

1. 著者名 Kazuo Iwama, Shuichi Miyazaki	4. 発行年 2016年
2. 出版社 Springer	5. 総ページ数 5 (全体は2,389ページ)
3. 書名 Encyclopedia of Algorithms (2nd Edition) (「Stable Marriage with Ties and Incomplete Lists」の節を分担執筆)	

〔産業財産権〕



〔その他〕

宮崎修一，安定マッチング問題を利用した配属アルゴリズムの研究，京都大学第11回ICTイノベーション，2017年2月．

宮崎修一，安定マッチング問題に対するアルゴリズム研究，京都大学第12回ICTイノベーション，2018年2月．

宮崎修一，安定マッチング問題に対するアルゴリズム研究，京都大学第13回ICTイノベーション，2019年2月．

宮崎修一，安定マッチング問題に対するアルゴリズム研究，京都大学第14回ICTイノベーション，2020年2月．

宮崎修一，安定マッチング問題に対するアルゴリズム設計と計算複雑性の研究，京都大学第15回ICTイノベーション，2021年2月．

宮崎修一，コンピュータサイエンスの数学 ～アルゴリズム理論、安定結婚問題、P NP予想～，京都大学サマースクール2016，2016年8月19日．

宮崎修一，コンピュータサイエンスの数学 ～アルゴリズム理論、安定結婚問題、P NP予想～，京都大学サマースクール2017，2017年8月11日．

研究業績リストをまとめたホームページ：  
<https://www.net.ist.i.kyoto-u.ac.jp/members/shuichi/paper.html>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------