

令和 2 年 5 月 15 日現在

機関番号：12608

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2016～2019

課題番号：16K00044

研究課題名（和文）非凸損失による機械学習アルゴリズムの数理と実用化に関する研究

研究課題名（英文）Mathematics and Practical Algorithms for machine Learning methods with non-convex losses

研究代表者

金森 敬文（Kanamori, Takafumi）

東京工業大学・情報理工学院・教授

研究者番号：60334546

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,500,000円

研究成果の概要（和文）：本研究の目的は、ロバスト推定やスパース・モデリングなどの統計的学習の問題に対して、非凸損失関数の最適化という統一的観点から研究を推進することである。研究成果としては、実用的に優れた学習アルゴリズムの構成、さらにその数理的基盤の構築などがある。まず判別分析の代表的なアルゴリズムであるサポートベクトルマシンに対し、損失関数を非凸化した学習法の局所解の性質を数理的に解析し、局所最適解であっても外れ値に強く安定した予測精度を達成することが明らかになった。さらに、離散的なデータに対する統計的解析法を提案し、局所的な計算を用いることで、効率的に推定量を計算することができることを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

非凸損失を用いる統計的学習は一般に、統計的性質は優れているが、最適化のための計算が非常に困難であることが知られている。最適化の困難を解決することができれば、データに大きなノイズが含まれる場合でも、非常にロバストな統計的推論を高い計算効率で実行することが可能になる。本研究では、判別分析や離散確率分布の推定という重要な問題クラスに対して、非凸損失による効率的な学習アルゴリズムを提案し、その数理的性質を詳しく研究した。その結果、理論、実装の両面から提案法の有効性を確認することができた。

研究成果の概要（英文）：The purpose is to promote research from a unified viewpoint of optimization of non-convex loss functions for problems of statistical learning such as robust estimation and sparse modeling. We constructed a practically efficient learning algorithm and built the mathematical foundation of non-convex learning. In particular, for robust support vector machines with a non-convex loss function, we mathematically analyzed the properties of the local optimal solutions. Useful mathematical concepts such as breakdown point have been applied to analyze the properties of learning algorithms with non-convex functions for classification tasks. As a result, it was clarified that even a local optimal solution theoretically achieves high prediction accuracy even under strong contamination. Furthermore, we proposed a statistical analysis method for discrete data, and showed that the non-convex optimization can be efficiently calculated by replacing it with local calculation.

研究分野：機械学習

キーワード：機械学習 数理統計学 最適化

1. 研究開始当初の背景

データに基づいて将来の予測や意思決定を行う場面では、観測の状況や解析の目的に応じて統計的手法を適切に設計することが重要である。機械学習の分野では学習アルゴリズムの統計的性質に加えて計算効率が重視され、ビッグデータ時代の統計解析を主導する方法が数多く提案されている。優れた統計的性質と高い計算効率を両立するため、2000年代の機械学習の研究では「凸性」を最重要キーワードとして、さまざまな学習アルゴリズムが提案されてきた。凸性の著しい性質として、大域的最適解の計算が比較的容易であり、数理計画法の分野で発展している高速な計算アルゴリズムやソルバーが利用可能である点が挙げられる。また数理統計の観点から、損失関数の大域的最適解に対して、統計的一致性などの優れた数理統計的性質が成り立つことが示されている。2値判別に対するサポートベクターマシンに代表されるような凸損失に基づく機械学習アルゴリズムは、現実のデータ解析に役立つ統計的方法として、現在に至るまで研究が進展している。一方で、以下に示すように凸性を満たさない「非凸」な損失関数を用いることで、凸損失に基づく学習アルゴリズムより信頼性の高い統計的推論を行うことができる場合があることが指摘されている。

- ロバスト統計と非凸損失：乱雑なデータを扱うときに凸性をもつ損失関数を用いると、少数の外れ値などが推定結果に大きく影響し、信頼性の高い統計的推論を行うことは難しい。実際のデータ解析では外れ値の影響を抑えるために、極端に大きな誤差は自動的に無視する機構を導入するなどの工夫が有用である。そのために、誤差が大きいほど単調に増える凸な損失ではなく、大きすぎる誤差が生じたとき、対応する損失を自動的に軽減するような非凸な損失を導入する。これにより、外れ値が存在する場合であっても、安定した統計的推論が可能になることが指摘されている。
- スパース・モデリングと非凸正則化：近年、高次元データ解析において自動的にモデル選択を行うための方法論として、スパース(疎性をもつ)・モデリングが大いに注目されている。これは、統計モデルに対してスパース性を誘導する特殊な構造的な正則化を導入して推論を行う方法である。近年ではブラックホールの映像化技術にも応用されている。通常は、凸性をもつ正則化項が用いられるが、推定バイアスを軽減するために非凸な正則化項を用いる方法が提案され、成果を収めている。

上記のように、非凸損失を用いることで大域的最適解が統計的に優れた性質をもつことがある。しかし非凸な関数には一般に大域的最適解とは限らない局所解が存在するため、実際に大域解を求めることは非常に困難である場合が多い。このように非凸損失を用いる統計的学習では、理論と実際との間にギャップが存在している。ロバスト推定やスパース・モデリングなどにおいて非凸損失の有用性が指摘されながらも、数理的な困難さから、大域解とは限らない局所解に対する統計的性質を解明する研究はあまり進んでいない。

我々は予備的な研究において、局所解に対して良い性質が保証された学習アルゴリズムを構築することが可能であることを示した。他の研究グループからも、異なる問題設定で非凸損失による統計手法の性質を解明するための理論的枠組が提案されている。いままで解析が困難であった非凸損失を用いる学習アルゴリズムに対して、いくつかの数理的アプローチが提案され、理論的体系を構築する気運が高まりつつある。

2. 研究の目的

本研究では、非凸損失を用いる学習アルゴリズムの理論的深化と展開、さらに実用化を目指し、具体的に以下の研究目標を掲げ、その達成に力を注ぐ。

- 問題設定に合わせて適切に非凸損失を設計するための方法論を提案：さまざまな統計的手法について、ロバスト化やバイアスの軽減を行うために、適切な非凸損失や非凸正則化項を設計するための方法論を体系化し、優れた学習アルゴリズムを構築するための理論基盤を建設する。いわゆるビッグデータでは、観測されたデータの性質は非常に乱雑であり、従来の医療データのようにある程度制御された環境下で得られるデータとは質的に異なっていると考えられる。このため、高次元大規模データに対してスパース・モデリングを適用するとき、同時に外れ値に対するロバスト化を行うことが、高い信頼性を達成するために重要となる。このような状況では、優れた統計的信頼性を保証するために、データに対する損失とモデルに対する正則化を同時に非凸化する必要があると考えられる。益々複雑になるデータ構造に対処するために、凸損失を主軸にする近年のアプローチを越えて、非凸損失を積極的に導入する。局所解であっても優れた統計的性質が保証された学習アルゴリズムを構成するために、アルゴリズム設計の方法論を体系化する。
- 非凸化された学習アルゴリズムに対する効率的な計算手法を確立：我々の研究グループにおける予備的な研究では、まず2値判別など標準的な問題設定を考察した。このとき、任意の局所解に対してロバスト性が成り立つような、非凸損失に基づく学習アルゴリズムを構成することができる。しかし、どの局所解も統計的な性質が全く同じという訳ではない。例えばロバスト性の保証の下で、最適解に近い局所解のほうがより高い予測精度を達成するなど、定性的な傾向が明らかにならつつある。データ解析の目的に合わせて計算アルゴリズムを設計することは、計算コストの削減の観点から重要な課題である。以上を踏まえて、一般の統計的課題に対して非凸損失を用いた統計手法のための計算アルゴリズムの開発を

推進する。さらに、統計的な信頼性と数値計算の誤差とのバランスを考慮して最適化アルゴリズムの適切な停止条件を与えるなど、さまざまな工夫を考案する。以上のように提案した学習法の実用化に向けて、計算効率を大きく向上させるための研究を推進する。

3. 研究の方法

非凸損失を用いる学習アルゴリズムの統計的性質を理論的に評価するためには、適切に損失関数を設計することが重要である。まず凸損失に基づく標準的な統計的手法を出発点にして、目的に応じて学習アルゴリズムを「非凸化」するための方法論を体系化する。ここでは、2値判別問題において提案した、双対問題を利用する理論的枠組が有用であると考えられる。我々の研究グループが示したように、双対問題の観点から考察することで、個々のデータが推定結果に与える影響を定量的に評価することができ、局所解の統計的性質を詳細に調べることが可能になる。これに続いて、統計的に良い性質をもつことが保証された局所解を求めるための実用的な最適化アルゴリズムを構築し、広汎な応用の可能性を探る。

本研究を開始する時点で、我々の研究によって得られていた知見は以下のとおりである。

- 損失関数と不確実性集合：2値判別問題を考える。これは2値ラベル付きデータが与えられたとき、適切な判別ルールを学習する問題であり、統計学におけるロジスティック回帰や、機械学習におけるサポートベクトルマシン(SVM)など、多数の手法が提案されている。SVMでは、損失関数として凸関数であるヒンジ損失を用いる。SVMを最適化問題の主問題とすると、その双対問題から学習アルゴリズムに対する明解な幾何学的解釈が得られる。具体的には、2値のいずれかのラベルが付与されたデータに対して、それらの分布の状況を表す不確実性集合がそれぞれ対応し、その不確実性集合をできるだけ分離する(距離を最大化する)判別境界を求めていると解釈できる。この知見は、我々の研究によって大きく拡張された。その結果、多くの学習アルゴリズムは、双対性を介して、さまざまな形状の不確実性集合に対する距離最大化問題として定式化できることが明らかになった。この研究で指摘された直感的描像を用いることで、学習アルゴリズムの統計的性質を詳細に調べることが可能になった。
- 外れ値の学習アルゴリズムへの影響とその評価：双対問題では、1つのデータが1つの双対パラメータに対応するため、データが学習結果に与える影響を詳細に調べることが可能になる。双対問題は一般に凸損失に対して意味を持つが、数学的に適切に扱うことで、非凸損失の双対問題(正確には部分双対問題)を定義し、局所解の情報を引き出すことができる。この理論的枠組を適用し、外れ値の影響を除くために「外れ値検出パラメータ」を導入した非凸損失に基づく学習アルゴリズムに対して、統計的性質を双対の観点から理論的に評価する方法を考案した。研究を推進する際、上述の不確実性集合による直感的幾何描像を用いることで、重要な進展が得られた。

これらの成果を踏まえ、以下に掲げる計画に沿って研究を推進した。

まず以下の項目1の研究を着実に進める。その結果に基づいて項目2へと研究を進める。項目1については、すでに2値判別の場合の成果がすでにあっただけでなく、よって、一般的な理論構築に困難がある場合でも、多値判別など類似の統計的問題に対して着実に研究を進めることは可能であると考えられる。広いクラスの統計的問題に対する一般的な理論の構築は、本研究の全期間に渡る重要テーマと位置付けられる。

1. 損失の非凸化とロバスト性：本項目では、2値判別において成果を挙げている非凸化のアプローチを、回帰分析、1クラス分類、ランキングなどさまざまな統計的諸問題に拡張する。とくに、外れ値に対してロバストな学習アルゴリズムを構築することを念頭に置いて研究を進める。各データに対して、外れ値を検出するためのパラメータ(検出パラメータ)を導入することで、ロバスト性が期待される学習アルゴリズムを提案することは可能である。しかし、実際に所望の統計的性質が達成されているかを確認するためには、理論的に詳細に調べる必要がある。2値判別では、アルゴリズムを実行する際に定める必要のある正則化パラメータの値によっては、所望のロバスト性が得られないことが、申請者らのこれまでの研究によって明らかにされている。以上を踏まえ、単にロバスト性が期待される定式化を提案するだけでなく、所望の統計的性質が達成されることを保証するための理論的基盤を構築する。2値判別による研究と同様、最適化における双対構造を導入して幾何学的直観を利用することが、学習アルゴリズムの統計的性質を解明する際に有用であると考えられる。また、統計学や機械学習のみならず、数理ファイナンスや意思決定理論など、損失関数が重要な役割を果たす幅広い分野の知識を動員することで、広く応用可能な理論体系の構築を目指す。最適化や数理ファイナンスにおけるリスク尺度と非凸損失との関連については、連携研究者と共同研究を進める。
2. 効率的な計算・学習アルゴリズムの構築：非凸関数の最適化手法として、凸関数の差(difference of convex)で表わされる関数の停留解を効率的に探索する方法(difference of convex functions algorithm; DCA)が、最適化の分野で提案されている。2値判別では、DCAを適切に修正し、統計的に優れた性質をもつ局所解を与える学習アルゴリズムを与えた。同様のアプローチにより、一般の統計的課題に対しても効率的な計算法を提案する。プログラムのパッケージ化まで含めて、周辺分野を巻き込んで研究を推進するための環境作

りを推進する。

以上の成果を、さらに「局所解のさまざまな統計的性質と計算コストとの関連」や「汎用的な統計的データ解析ツールの開発」へと展開していく。

4. 研究成果

2017 年度：実用的に優れた学習アルゴリズムの構成、さらにその数理的基盤の構築などを目指して研究を推進した。まず判別分析の代表的なアルゴリズムであるサポートベクトルマシンに対し、損失関数を非凸化した学習法の局所解の性質を数理的に解析した。その結果、局所最適解であっても外れ値に強く安定した予測精度を達成することが明らかになった。さらに、離散的なデータに対する統計的解析法を提案し、局所的な計算を用いることで、効率的に推定量を計算することができることを示した。非凸損失を用いる統計的学習は一般に、統計的性質は優れているが、最適化のための計算が非常に困難であることが知られている。最適化の困難を解決することができれば、データに大きなノイズが含まれる場合でも、非常にロバストな統計的推論を高い計算効率で実行することが可能になる。そこで判別分析や離散確率分布の推定という重要な問題クラスに対して、非凸損失による効率的な学習アルゴリズムを提案し、その数理的性質を詳しく研究した。その結果、理論、実装の両面から提案法の有効性を確認することができた。

2018 年度以降：データ解析において適切な非凸損失を設計するための方法論を体系化し、局所解であっても優れた統計的性質を持つ学習アルゴリズムを開発することを目指して研究を推進した。そのような観点から、高次元データから複雑な低次元特徴量を抽出するための統計的方法について研究を進めた。複雑な低次元特徴量を捉えるためには、対数微分という確率密度に関連した量を推定する必要がある。しかしこの推定は一般に困難であり、理論と実用の両面から、精度改善やアルゴリズム開発が必要とされていた。この問題に対して、我々の研究ではカーネル法によるモデリングを提案した。これにより、従来法と比較して計算量面での高速化を達成した。さらに精度保証についても、提案アルゴリズムに対する統計的一致性を数理的に厳密に証明した。これにより、精度保証付きで複雑な低次元特徴量を抽出することが可能になった。提案法では非凸最適化問題を解く必要がある。そこで不動点法に基づく手法を提案し、さまざまな空間データに対して効率適に動作することを確認した。また非凸学習に関連するテーマとして、さらに非線形下回帰分析、密度比推定、密度稜線推定、クラスタリングなどさまざまな問題に対して、統一的な観点に基づく統計的変数選択法を提案し、理論的な有効性を証明した。重要な応用例として、医療データにおける共変量シフト下での判別分析を行った。密度比推定を用いて複数の病院での医学データ統合するとき、提案した変数選択法が有用であることを実証した。

機械学習の様々な手法では、適切な非凸損失を用いることで、優れた予測精度を達成することができるが確認されている。しかし実際に大域解を求めることは困難であり、理論と現実の間にギャップが存在する。本研究では、データ解析において適切な非凸損失を設計するための方法論を体系化し、局所解であっても優れた統計的性質を持つ学習アルゴリズムを開発する。とくに今年度は、2 値判別によく用いられているサポートベクトルマシンの学習アルゴリズムを拡張し、予測性能を保持したまま、外れ値に対してロバストな性質を持つような方法を提案した。本研究では、学習アルゴリズムとして DCA (Difference of Convex functions Algorithm) とよばれる方法を用いた。これにより、ロバスト性を保証するための非凸損失関数の局所解を効率的に探索することが可能になる。新しく導入した不確実性集合によるロバスト判別法の定式化により、既存のロバストサポートベクトルマシンと比較して、汎化性能が向上することが確認された。さらにこの研究成果を、同様の非凸損失関数を持つさまざまな学習アルゴリズムの解析に応用した。これに伴い、学習アルゴリズムのロバスト性を測る尺度のひとつであるブレイクダウン・ポイントの精密な値を計算するための理論的な方法を新しく提案した。非凸損失に基づく学習アルゴリズムに対して、学習の結果得られる局所解の統計的性質を保証するための理論的な枠組を与えた。これに加えて、離散的なデータに対する統計的解析法を提案した。これは、データのグラフ構造を考慮して統計的推論を行う方法であり、非凸最適化を局所的な計算に置き換えることで効率的に推定量を計算することができることを示した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計8件（うち査読付論文 8件 / うち国際共著 1件 / うちオープンアクセス 5件）

1. 著者名 H. Sasaki, T. Kanamori, A. Hyvarinen, and Masashi Sugiyama,	4. 巻 18
2. 論文標題 Mode-Seeking Clustering and Density Ridge Estimation via Direct Estimation of Density-Derivative-Ratios	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Machine Learning Research	6. 最初と最後の頁 1--47
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する
1. 著者名 T. Kanamori, T. Takenouchi	4. 巻 95
2. 論文標題 Graph-based Composite Local Bregman Divergences on Discrete Sample Spaces	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Neural Networks	6. 最初と最後の頁 44-56
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.neunet.2017.06.005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 T. Kanamori, S. Fujiwara, A. Takeda	4. 巻 94
2. 論文標題 Robustness of Learning Algorithms using Hinge Loss with Outlier Indicators	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Neural Networks	6. 最初と最後の頁 173-191
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.neunet.2017.07.005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 K. Matsui, W. Kumagai, T. Kanamori	4. 巻 69
2. 論文標題 Parallel Distributed Block Coordinate Descent Methods based on Pairwise Comparison Oracle	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Global Optimization	6. 最初と最後の頁 1-21
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s10898-016-0465-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 T. Takenouchi, T. Kanamori	4. 巻 18
2. 論文標題 Statistical Inference with Unnormalized Discrete Models and Localized Homogeneous Divergences	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Machine Learning Research	6. 最初と最後の頁 1-26
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 S. Fujiwara, A. Takeda, T. Kanamori	4. 巻 29
2. 論文標題 DC Algorithm for Extended Robust Support Vector Machine	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Neural Computation	6. 最初と最後の頁 1406--1438
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1162/NECO_a_00958	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takafumi Kanamori	4. 巻 18
2. 論文標題 Efficiency Bound of Local Z-Estimators on Discrete Sample Spaces	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Entropy	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/e18070273	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Takafumi Kanamori, Shuhei Fujiwara, Akiko Takeda	4. 巻 19
2. 論文標題 Breakdown Point of Robust Support Vector Machines	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Entropy	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/e19020083	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計14件（うち招待講演 7件 / うち国際学会 4件）

1. 発表者名 Takafumi Kanamori
2. 発表標題 Statistical inference with unnormalized models
3. 学会等名 International Symposium on Statistical Theory and Methodology for Large Complex Data (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松井 孝太, 熊谷 亘, 金森 研太, 錦見 満暁, 金森 敬文
2. 発表標題 変数選択付きカーネル密度比推定に基づく多施設の予後予測解析
3. 学会等名 統計関連学会連合学会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takafumi Kanamori, Kota Matsui, Wataru Kumagai, Kenta Kanamori
2. 発表標題 Variable Selection Consistency in Kernel Methods using shrinkage parameters
3. 学会等名 統計関連学会連合学会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 金森敬文
2. 発表標題 カーネル法における変数選択
3. 学会等名 大規模統計モデリングと計算統計V (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 金森敬文
2. 発表標題 カーネル法における変数選択の一致性
3. 学会等名 研究集会「実験計画法ならびに情報数理と関連する組合せ構造 2018」(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 K. Matsui, W. Kumagai, T. Kanamori
2. 発表標題 Parallel Distributed Block Coordinate Descent Methods Based on Pairwise Comparison Oracle
3. 学会等名 the 2017 INFORMS ANNUAL MEETING (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroaki Sasaki, Takafumi Kanamori and Masashi Sugiyama,
2. 発表標題 Estimating Density Ridges by Direct Estimation of Density-Derivative-Ratios
3. 学会等名 the 20th International Conference on Artificial Intelligence and Statistics (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 熊谷 亘, 金森 敬文
2. 発表標題 パラメータ転移学習におけるリスク上界
3. 学会等名 統計関連学会連合大会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 金森 敬文
2. 発表標題 局所情報による統計的推論
3. 学会等名 統計関連学会連合大会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 金森敬文, 竹之内高志
2. 発表標題 離散空間上のグラフ構造に基づく 局所プレグマンダイバージェンス
3. 学会等名 統計関連学会連合大会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 金森敬文, 藤澤洋徳
2. 発表標題 ダイバージェンスによる統計的推論
3. 学会等名 統計関連学会連合大会 (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 金森敬文, 竹之内高志
2. 発表標題 グラフ上の局所プレグマンダイバージェンスによる統計的推定
3. 学会等名 情報論的学習理論研究会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Takafumi Kanamori
2. 発表標題 Statistical Inference using Graph-based Divergences on Discrete Sample Spaces
3. 学会等名 International Symposium on Statistical Analysis for Large Complex Data (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 金森敬文
2. 発表標題 Bregman divergence and its Applications
3. 学会等名 情報理論とその応用シンポジウム (招待講演)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計4件

1. 著者名 金森敬文	4. 発行年 2018年
2. 出版社 オーム社	5. 総ページ数 252
3. 書名 Pythonで学ぶ統計的機械学習	

1. 著者名 金森 敬文	4. 発行年 2017年
2. 出版社 オーム社	5. 総ページ数 260
3. 書名 Rによる機械学習入門	

1. 著者名 金森 敬文, 鈴木 大慈, 竹内 一郎, 佐藤 一誠	4. 発行年 2016年
2. 出版社 講談社	5. 総ページ数 213
3. 書名 機械学習のための連続最適化	

1. 著者名 室田一雄, 池上敦子, 土谷隆, 山下浩, 蒲地 政文, 畔上秀幸, 斉藤努, 枇々木規雄, 滝根哲哉, 金森敬文	4. 発行年 2016年
2. 出版社 近代科学社	5. 総ページ数 35
3. 書名 モデリングの諸相	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
連携研究者	武田 朗子 (Takeda Akiko) (80361799)	東京大学・大学院情報理工学系研究科・教授 (12601)	