

令和 元年 6 月 13 日現在

機関番号：11201

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2016～2018

課題番号：16K00946

研究課題名（和文）空間概念を育てる指導の在り方（パイプグラムを活用した指導）

研究課題名（英文）Instruction to develop students' spatial concept- utilized a pipegram-

研究代表者

立花 正男（Tachibana, Masao）

岩手大学・教育学研究科・教授

研究者番号：00390576

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 1,400,000円

研究成果の概要（和文）：実物の模型（パイプグラム）を活用して、空間概念を育てる指導の在り方を研究した。小学校第4学年と中学校第1学年での授業実践を行った。

授業後には空間図形についての調査を実施し、その結果を分析した。その分析結果から、パイプグラムを活用した授業を行うことが有効であることがわかった。

研究について、論文で発表を行った。さらに、多くの講演で研究の成果を広げた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

今回の研究から、実物教材が児童生徒の空間概念の育成に有効であることが明らかになった。これまでは、空間図形の学習が教科書を使った2次元の世界で進められていたことが空間概念を育成に大きな障害になっていた可能性を見いだせた。また、この研究で、教師と児童生徒の認識に齟齬がある可能性も見いだせた。それは、調査問題を解答する際に、空間図形の問題を答える問題に、平面図形の問題を答えている児童生徒がいることである。それは、児童生徒の問題に対する捉え方と、教師の捉え方が違っていたことが明らかになったことにより、今後の指導の在り方を示唆することができた。

研究成果の概要（英文）：I utilized the model (pipegram) and studied of the instruction which develop spatial concept. I performed the lesson in the 4th grade of an elementary school, and the 1st grade of a junior high school. After the lesson, I conducted investigation about a spatial concept, and analyzed the result. Things understood that it is effective to perform the lesson which utilized the pipegram from the analysis result. I announced in the paper about study. I performed many lectures and released the result of study.

研究分野：算数・数学教育

キーワード：パイプグラム 空間概念

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

文部科学省が実施している、全国学力・学習状況調査では、毎回、空間図形に関する問題を出題している。その正答率は毎回5割くらいであり、結果は思わしくない状況であった。空間図形の学習は小学校算数科から指導が始まり、中学校数学科では第1学年で指導が行われる。その指導の実態は、平面図形に書かれた見取図を使っての指導が多く、実物の立体等を児童生徒一人一人がもって学習することは少ないという実態があり、これについての指導を考案することが課題であった。

2. 研究の目的

この研究の目的は、武州工業株式会社で開発した「パイプグラム」を活用して授業を展開し、実物を児童生徒に持たせて指導することが空間概念を育てることに効果的であるかどうかを明らかにすることである。そこで、研究の主題を「空間概念を育てる指導の在り方(パイプグラムを活用した指導)」とした。

3. 研究の方法

この研究の仮説として、「空間図形を指導する際に、パイプグラムを児童生徒一人一人に持たせ、空間図形の構成要素やそれらの関係についてしっかり考察させることによって、平面図形で表された、見取図、展開図、投影図から空間図形をとらえる力を高めることができ、空間概念を育むことができる」を設定した。

この仮説を検証するために、次のような手順で研究を進めた。

(1) 勉強会の開催

空間図形における指導について検討するために、岩手県内6カ所で勉強会を開催した。その中で、実物模型であるパイプグラムの有効な使い方を検討した。

(2) 授業実践

小学校第4学年の「直方体と立方体」の指導と中学校第1学年の「空間図形」の指導において、パイプグラムを使って指導したクラスと、これまでと同様にパイプグラムを使わないで授業を行ったクラスと授業後に同一問題を調査することによってパイプグラム活用の有効性を検証した。

4. 研究成果

(1) 勉強会の実施について

勉強会は、県内6カ所のそれぞれで2ヶ月に1回の頻度で19時~21時に開催した。参加者は、毎回、小学校教諭、中学校教諭、指導主事を合わせて約10名~15名程度である。それぞれの場所での開催回数は表1の通りである。

表1 勉強会の開催回数

	盛岡	水沢	久慈	宮古	大船渡	北上	計
2016年度	4	4	5	5	5	0	23
2017年度	5	5	5	5	5	3	28
2018年度	5	6	5	5	5	3	29
計	14	15	15	15	15	6	80

勉強会では、小学校教諭と中学校教諭が空間図形の指導の在り方にとどまらず、算数・数学の指導の在り方についても議論した。このことも、この研究を実施した大きな成果である。今後もこの勉強会は継続していくことになっている。

(2) 授業実践，研究発表等について

授業実践と研究発表は研究協力者によるものと、研究代表者によるものがある。表2が授業や発表等の回数の記録である。

表2 授業および発表の記録

	附属小		附属中		その他	研究代表者			
	授業	発表	授業	発表		授業	発表	論文	講演
2016年度	1	1	1	1	1	3	1		20
2017年度	1		1	1	4	2	1	2	16
2018年度				1		1		1	16

附属小，附属中の発表は、日本数学教育学会の「全国算数・数学教育研究大会」において行ったものである。また、研究代表者の発表は、日本数学教育学会秋期研究大会の口頭発表である。また、研究代表者は、各種の研究会等で講演を行い、それまでの研究の成果について説明し、先生方に指導の改善を促した。

(3) 研究結果の概要

パイプグラムの使用について

附属小学校4年生に、立体図形の見取図の指導を行った。1つのクラスは、パイプグラムを使用して指導し、もう一つのクラスは、パイプグラムを使用しないでこれまで通りの指導を行った。また、この授業の成果を確認するために、事前調査と事後調査を両方のクラスに実施した。この授業では、直方体のパイプグラムを児童一人一人が持ち、直方体の見取図をかく方法について考える学習であった。児童は、パイプグラムの可動性を生かし、パイプグラムを押しつぶして平面にして、立体では長方形であるが、見取図になると平行四辺形になることを見いだしていた。

また、附属中学校1年生に空間図形の指導を行った。中学校1年生4クラスのうち、2つのクラスは、これまでの指導と同じでパイプグラムを使用しないで指導を行い、2つのクラスはパイプグラムを使用して指導した。パイプグラムを使用した授業実践では、空間図形の位置関係について把握する授業を行った。授業では、パイプグラムを使って作成した五角柱を生徒一人ひとりがもち、その辺や面の位置関係について、定義に基づいて考える学習をした。

授業の成果を確認するために、事前調査と事後調査を実施することとした。調査問題は、パイプグラムを使って指導したクラスと使用しないでこれまで通りの指導をしたクラスの両方に実施することとした。調査問題は小学校と中学校に類似の問題で作成した。調査問題は、次のような構成になっている。

辺と辺の関係 1(1) 平行, 1(2) 垂直
辺と面の関係 1(3) 平行, 1(4) 垂直 1(5) 垂直の調べ方
立方体の関係 2(1), 2(2), 2(3), 2(4)
見取図の見方 2(5) 見取図の形の保存

今回の研究では、小学校第4学年、中学校第1学年の空間図形についてパイプグラム(実物のモデル)を使用して指導することが、空間観念の獲得に効果があるかどうかについて検討した。その結果、小学校では、使用についての効果について見いだすことはできなかったが、中学校の分析の結果から空間図形の指導にパイプグラム(実物モデル)を使うことは効果があるのではないかという可能性を見いだすことができた。小学校において有効性を見いだせなかったことは、小学校の児童には実物のモデルを持たせて思考することが、正の方向ではなく負の方向に働いた可能性もある。実物が年齢によって思考に付加がかり、負の影響を与えるという可能性について、今後さらに検討をすることが必要である。

解答の方法の補助説明の有無について

の研究から、空間図形と見取図の関係を実際は理解しているが、テストに問われたときに、迷ってしまい解答のときには、平面図形の情報を答えている子供がいるのではないかということが勉強会で指摘された。そこで、試験のときに、試験への解答の仕方の補助説明の有無が結果に影響するかどうかを確かめることとした。全国調査の問題を参考に作成した空間図形の問題9題を試験する。問題は2種類あり、ある中学校の生徒を2グループにわけ、それぞれのグループに1種類の問題を試験し、2つのグループの結果を比較する。

調査問題として、問題の最初に「見取図(平面図形)は、立体(空間図形)の関係を考えるためのものです。見取図を見て、実際の立体図形の関係を答えることが必要です。」という文をいれた調査問題と、これまでのような説明がない調査問題の2種類を作成した。これらの調査問題は、空間図形について問う問題である。9問を内容で分類すると表3のようになる。

辺と辺の関係	1(1) 平行, 1(2) 垂直 1(7) ねじれの位置
辺と面の関係	1(3) 平行, 1(4) 垂直 1(5) 垂直の調べ方
見取図の見方	1(6) 空間の角度の読み取り 2(1) 見取図の長さの保存 2(2) 見取図の形の保存

今回の結果を見ると、補助説明の有無が少なからず結果に影響しているという結果がでた。したがって、今後は、この補助説明にあたる部分を授業においてどのように指導するかを検討することが必要である。これまでは、解答の仕方が暗黙の了解事項とされ、指導されることが少なかったと思われる。つまり「見取図は平面図形であり、空間図形の情報をすべて正しく表わすことができない。しかし、答えるときは、自分で方法を補正し、平面図形の関係を答えるのではなく、実際の空間図形の関係を答える必要がある。」ということを見習って児童生徒へきちんと指導することが大切であると思われる。

見取図の見方についての指導について

の研究での実物模型（パイプグラム）を空間図形の指導に生かすことが有効であることと、の研究での、調査問題に答え方を記述しておくこと、調査結果がよくなることを踏まえて、授業において、見取図の見方とそれについての答え方の授業を行った。

見取図の見方について指導を行い、空間図形の成績は芳しくないのは、空間観念の育成が不十分であるだけでなく、見取図そのものの見方の指導が不足していることが影響しているかどうかを検証する。そこで、見取図の見方についての授業を1時間実施し、全国調査の問題を参考に作成した空間図形の問題を小学校で8問、中学校で9問を調査する。授業前の事前調査と、授業後の事後調査の結果を比較することとした。

小学校と中学校において、パイプグラムを使用し、見取図の見方について実践を行った。2つの実践とも、「見取図をみて答えるときには、実物の関係を（定義に基づいて）答えることが必要である。」ということについて、児童生徒に指導することを目的とした。その指導では、「見取図は、実際の立方体のことを考えるためのもの。思考と実物をつなぐ仲介の役割。」であること。見取図のよさは「実物がなくても、そのものをイメージすることができる。紙と鉛筆があれば、図をかくことができる。手軽だからといって、気軽に使ってはいけない。欠点を踏まえてそれを補いながら使うことが必要。」であること。そして、最後に、見取図をみて答えるときには、見取図の欠点（正確に表せないところ）は自分の論理で補って考えることが必要である。」ことについて確認を行った。

しかし、事前・事後調査の結果をみると、小学校第5学年においては、差が見られず、中学校第1学年では見取図の見方について有意差がみられた。これは、空間図形における、見取図の見方の指導が小学校の発達段階には、適当ではないということを示している可能性もある。このことについては、さらに検証をすることが必要であると考えられる。

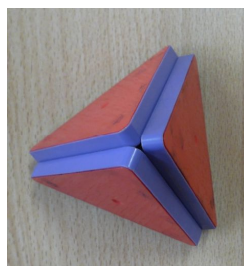
しかし、中学校においては有意差が見られたことから、我々教師が暗黙の約束事項と考えていることを授業において顕在化し、それに基づいて答えることを生徒に体験させることが必要であることが今回の調査から見えてくることである。

多面体の指導について

附属中学校で、パイプグラムを活用して多面体の指導が終了してから、期末テストに「（デルタ十面体を図示し）この図形が正多面体といえないわけを答えなさい。」という問題を出題した。この問題に生徒は、『1つの頂点に集まる【辺】の数が異なるから』という解答が、指導をした附属中学校教諭が過去に指導した学年に比べて圧倒的に多かった。これは、パイプグラムを使って正多面体を作った経験から「頂点に集まるのは（面ではなくて）辺」というイメージが定着してしまったのではないかと思われる。これは、パイプグラムでの指導が辺と頂点に注目が集まり、面として捉えにくいということもあると考えられる。指導においては、このことも念頭におく必要がある。

パイプグラムは面として捉えにくいということも明らかになったので、多様な実物モデルを使って指導することも必要である。例えば、下記のように辺や頂点が捉えやすい実物モデル（パイプグラム等）や面が捉えやすい実物モデルを併用して、それぞれのよさを生かして指導することが必要である。

これらの模型を併用し両方を観察することなどから、多面体の辺や頂点の数を求めることを論理的に考えることなどの数学的活動を行うことが大切である。



(4) 研究成果の普及

最終年度には、研究成果の普及のために、研究報告書の作成をした。研究報告書では、この3年間に研究協力者がおこなった授業実践、事例および研究で行った調査結果をまとめた。第1章が研究の目的、第2章が附属小学校の実践、第3章が附属中学校の実践、第4章～第8章までが、研究代表者がおこなった論文発表やそれに関わる授業実践の記録、第9章が研究協力者5名の授業実践の記録である。この報告書は、今後の指導の参考になるように、現場の先生方に配布した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 3 件)

立花 正男(2019)算数・数学の授業改善～発展的な学習の視点から～ 岩手大学大学院教育学研究科年報 第3巻(2019.3)91-109頁

<https://www.edu.iwate-u.ac.jp/master/shoukai-2/seika>

立花 正男(2018)空間概念を育成する指導()岩手大学大学院教育学研究科年報 第2巻(2018.3)135-144

<https://www.edu.iwate-u.ac.jp/master/shoukai-2/seika>

立花 正男(2018)多面体の指導における数学的活動()～パイプグラムの有効性～ 岩手大学大学院教育学研究科年報 第2巻(2018.3)145-154

<https://www.edu.iwate-u.ac.jp/master/shoukai-2/seika>

〔学会発表〕(計 6 件)

藤井 雅文, 佐々木 亘(2018)根拠に基づき数学的に判断する力を高める指導～「パイプグラム」を通じた空間図形の指導を通して～ 日本数学教育学会 第100回全国算数・数学教育研究(東京)大会

立花 正男(2017)見取図の読み取りの児童の実態と指導の改善～パイプグラムの有効性～ 日本数学教育学会 第50回秋期研究大会発表集録 265-268頁

藤井 雅文(2017) 根拠に基づき数学的に判断する力を高める指導～「パイプグラム」を通じた空間図形の指導を通して～ 日本数学教育学会 第99回全国算数・数学教育研究(和歌山)大会

立花 正男(2016) 児童生徒の空間概念の把握についての一考察 日本数学教育学会 第49回秋期研究大会発表集録 245-248頁

菊池 信夫(2016) 第4学年における空間概念を育てる指導の工夫～パイプグラムを用いた指導を通して～ 日本数学教育学会 第98回全国算数・数学教育研究(岐阜)大会

藤井 雅文(2016) 数学的根拠に基づき判断する力を高める指導の工夫～「パイプグラム」を用いた空間図形の指導を通して～ 日本数学教育学会 第98回全国算数・数学教育研究(岐阜)大会

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年:

国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

取得年:

国内外の別:

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1)研究分担者 なし

研究分担者氏名：

ローマ字氏名：

所属研究機関名：

部局名：

職名：

研究者番号(8桁)：

(2)研究協力者

研究協力者氏名：山本 一美

ローマ字氏名：Ichimi YAMAMOTO

研究協力者氏名：佐藤 真

ローマ字氏名：Makoto SATO

研究協力者氏名：菊池 信夫

ローマ字氏名：Shinobu KIKUCHI

研究協力者氏名：藤井 雅文

ローマ字氏名：Masafumi FUJII

研究協力者氏名：佐々木 亘

ローマ字氏名：Wataru SASAKI

研究協力者氏名：千葉 しのぶ

ローマ字氏名：Shinobu CHIBA

研究協力者氏名：宮田 直弥

ローマ字氏名：Naoya MIYATA

研究協力者氏名：田村 敬済

ローマ字氏名：Takazumi TAMURA

研究協力者氏名：佐藤 宏之

ローマ字氏名：Hiroyuki SATO

研究協力者氏名：藤原 英文

ローマ字氏名：Hidefumi FUJIWARA

研究協力者氏名：榎木 航平

ローマ字氏名：Kohei NARAKI

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。