

令和元年6月13日現在

機関番号：53401

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K00986

研究課題名(和文)工学機器を用いた「見える数学」「触れる数学」のための教材作成とその活用

研究課題名(英文) On the production of the teaching materials for "visible math" and "touchable math" by the engineering equipment and the uses of them

研究代表者

中谷 実伸 (Nakatani, Minobu)

福井工業高等専門学校・一般科目(自然系)・教授

研究者番号：00311051

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,800,000円

研究成果の概要(和文)：工学機器であるレーザーカッターを用いてアクリル板を加工して作成したオリジナルの数学教材を、授業や公開講座で活用した。

立体教材として、放物面や最速降下曲線、鞍点モデルや不連続曲面などを作成し、こちらは主に高専3年生の授業で活用した。授業後のアンケートにより、曲面や曲線の特性を学生がよりよく理解するために非常に有効であることがわかった。

また、平面教材として、タイル張り(平面充填)の教材を作成した。こちらは小中学生向けの公開講座や、高専1年生の特別授業に活用し、こちらも講座後や授業後のアンケートにより、作成した平面教材を使うことでより深い興味付けと考察の機会を与えることがわかった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

パソコンやタブレットなどにおける教育用ソフトウェアの発展は目を見張るものがあるが、実際に目で見たり手で触れたりすることができる立体教材の意義は小さくないと考えていた。本研究では、そのようなオリジナルの立体教材を工学機器を用いて作成し授業などで活用することで、その意義や効果を確認するものである。今回の成果から、対象とする生徒・学生の学年を問わず、立体教材が数学への興味付けや深い考察への導入に非常に良い効果があることがわかった。

研究成果の概要(英文)：We produced the original mathematics teaching materials by the laser cutting machine, and used them at the classes and the open lecture.

We first produced "the paraboloid", "the fastest descent curve", "the saddle point model" and "the discontinuous surface model". We used them at the class of the third grade of our institute. From the questionnaire, we found the effectiveness of these teaching materials for the understanding of the characters of the curves and curved surfaces. We next produced "tiling" materials. We used them at the open lecture for the primary and secondary students and at the class of the first grade of our institute. From the questionnaire, we found that these tiling materials gave the deep interests and considerations to the students.

研究分野：数学教育

キーワード：数学教育 立体教材 見える数学 触れる数学

様式 C-19、F-19-1、Z-19、CK-19（共通）

1. 研究開始当初の背景

パソコンやタブレットなどの数学教育用ソフトウェアの進歩は目覚ましいものがあるが、その一方で、実際に手で触れたり、様々な方向から観察したりすることができる立体教材の意義は大きいと考えられる。研究代表者は、立体教材を使った「見せる数学」「触れる数学」の重要性と有効性を感じていたが、市販の教材では教員の意図を反映しているとは限らず、授業などで活用しづらいという状況であった。

そのため、教員の要望に沿った数学教材を、できるだけ簡単で安価に作成できないかと考えていた。幸いにして、研究代表者が勤務する福井工業高等専門学校には、教材作成に適していると考えられる工学機器が設置されていた。

2. 研究の目的

本研究の目的は、工学機器を使用してオリジナルの数学教材を作成し、それを授業や公開講座などで活用することで、学生の数学への関心を高めると同時に、より深い理解を得られることを確認し、オリジナル立体教材の有効性と「見せる数学」「触れる数学」の意義や効果について検証することであった。また学生にも教材作成に携わってもらい、深い考察の機会を与えることも、目的の1つであった。

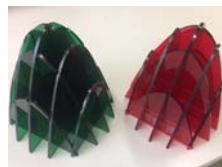
3. 研究の方法

まずオリジナル教材を企画し、画像加工ソフトウェアによりパソコンで設計を行う。教材の製作は主にレーザーカッターを使用し、できあがった教材を高専における授業や公開講座などで活用し、その有効性をアンケートにより検証する。当初の予定では、企画・設計の段階で学生に参加してもらおうつもりであったが、本学の数学同好会が解散したため、企画・設計は結果的に教員のみで行うこととなった。

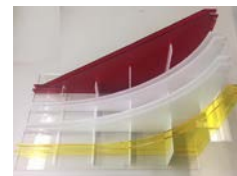
4. 研究成果

(1) 「放物面」と「最速降下曲線」

最初に制作したのは、「放物面」と「最速降下曲線」である。「放物面」は2変数関数の導入として扱う曲面であり、教材としては、実際に学生が組み上げ、その形と構成について学ぶためのものである。また「最速降下曲線」は、曲線の媒介変数表示の授業で扱うサイクロイド曲線に関する教材である。こちらは「直線」「サイクロイド曲線」「円弧」の3種類のルール上で実際にボールを転がして「見せる」ことで、サイクロイド曲線の「最速降下曲線」という特性を学べるようになっている。実際の授業では、学生にあらかじめ結果を予想させてから実験を行っている。



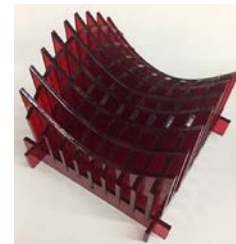
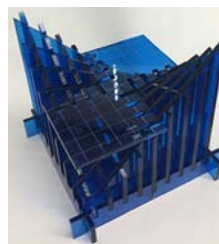
放物面



最速降下曲線

(2) 「鞍点モデル」と「不連続曲面モデル」

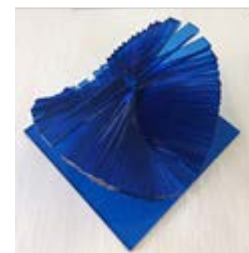
次に制作したのは「鞍点モデル」である。2変数関数で表される曲面の中で、偏微分係数が0になりながらも極値を持たない例としてよく挙げられるものである。こちらは2種類の関数に合わせてそれぞれ制作し、実際に学生が組み立てることで、曲面の構成を学ぶだけでなく、まったく異なる関数で表された曲面が、実は同じものになることも学べるようにしていた。授業では、クラスをグループ分けし、各グループに2種類を組み立てさせた。



鞍点モデル

次に「不連続曲面モデル」を制作した。これも2変数関数で表される曲面で、原点における

極限值が存在しないために連続ではない、というものである。こちらも実際に学生が組み立てることで、極限值が存在しないという状況を理解しやすいように作成したモデルであり、授業も同じくグループ分けをして、グループごとに組み立てさせた。



不連続曲面モデル

以上の教材については、本学の高専3年生を対象としてものものであり、年度末にアンケートを実施し、その教育効果を見た。

アンケート結果は以下のようなものである。

(3) アンケート結果その1

<最速降下曲線について>

設問1：最速降下曲線について面白かったか。

面白かった	1	2	3	4	面白くなかった
	55.2%	34.5%	3.4%	6.9%	

設問2：どれが早いかという予想は当たったか。

当たった	当たらなかった
24.1%	75.9%

設問3：この教材の感想。

- ・実際に模型を使うことで、より理解できた。
- ・実際に速さの差が目で見えてわかることができた。

など

<鞍点モデルについて>

設問4：鞍点モデルについて面白かったか。

面白かった	1	2	3	4	面白くなかった
	62.1%	24.1%	6.9%	6.9%	

設問5：今回の製作は曲面の形状把握に役立ったか。

役立った	1	2	3	4	役立たなかった
	58.6%	27.6%	6.9%	6.9%	

設問6：この教材の感想

- ・組み立てるのが楽しかった。
- ・グラフ電卓ではわかりにくかった構造を実際に組み立てているんな角度からみることでより理解を深めることができた。
- ・パーツからは完成形が想像できないのが楽しかった。

など

<不連続曲面について>

設問7：不連続曲面モデルについて面白かったか。

面白かった	1	2	3	4	面白くなかった
	58.6%	27.6%	6.9%	6.9%	

設問8：今回の製作は曲面の形状把握に役立ったか。

役立った	1	2	3	4	役立たなかった
	62.1%	24.1%	6.9%	6.9%	

設問9：このモデルで、近づく方向で極限が異なることがわかりやすくなったか。

わかりやすくなった	1	2	3	4	よくわからなかった
	58.6%	31.1%	3.4%	6.9%	

設問10：この教材の感想

- ・画面で見るとより現実で触れたり、見ることでわかりやすいと思った。
- ・模型を見ることでより早く理解できた。
- ・原点で極限値を持たないということがよくわかった。
- ・二次元で説明されてもわからなかったことが分かりやすく学べました。

など

以上のアンケートの結果から、以下のようなことがわかる。

- ① 立体モデルを手にする事で、数学的対象への学生の興味付けに効果がある。
- ② 手に触れること、目で見ること、曲線の特性理解や立体の形状把握に効果がある。
- ③ モデルを組み立てることで、立体の特徴の理解により高い効果が見られる。

(4) タイル張り教材

次に、レーザーカッターを用いて、「タイル張り（平面充填）」教材を作成した。タイル張りは古代ギリシャ時代からの研究対象であり、非常に高度な数学に繋がるものであるが、その導入は小中学生でも可能である。また、ボール紙などを利用して制作したタイルに比べ、アクリル板を加工して制作するタイルは丈夫で変形しにくく、精度も非常に高いため、タイル教材としては最適であると考えられた。



タイル張り教材

そこでレーザーカッターでアクリル板を加工して、オリジナルのタイル張り教材を数種類制作し、小中学生向けに開講した公開講座で活用した。

公開講座では受講生1人1人に教材を配布し、実際にそれを組み合わせながらタイル張りの面白さと不思議さを体験してもらった。

さらに高専1年生のクラスでタイル張りに関する特別授業を実施した。こちらはクラスをグループに分け、各グループにタイル張り教材を配布し、実際に組み合わせながら考察も行ってもらった。

公開講座と特別授業の後にそれぞれアンケートを実施した。結果は以下の通りである。

(5) アンケート結果その2

<公開講座>

設問1：公開講座に満足したか。

満足	1	2	3	4	5	不満足
	75%	12.5%	12.5%	0%	0%	

設問2：講座の内容は面白かったか。

面白かった	1	2	3	4	5	面白くなかった
	75%	25%	0%	0%	0%	

<特別授業>

設問1：特別授業の感想

面白かった	1	2	3	4	面白くなかった
	64.1%	30.8%	5.1%	0%	

設問2：アクリル板のタイルは授業理解に役立ったか。

役立った	1	2	3	4	役立たなかった
	71.8%	23.1%	5.1%	0%	

設問3：タイル教材の感想

- ・イメージしやすかった。
- ・とても楽しかった。
- ・手で直感的にうごかせてよかった。
- ・ぴったり合うとすっきりした。

など

以上のアンケートの結果から、以下のようなことがわかる。

- ① 手に触れられる教材による数学への興味付けの効果は、学年を問わずに認められる。
- ② 実際に手を動かすことで、より深い理解へと導くことが出来る。

(6) 結論と今後の展望

以上の結果から、工学機器を用いて作成した「見せる数学」「触れる数学」のための教材は、興味付けや理解などの面で、非常に高い教育効果があることが認められたと考える。

今後の展望として、より多岐の分野にわたって数学教材を作成し、授業などで活用して、その教育効果を確認していきたい。また、今回は断念したが、学生に企画段階から参加してもらい、より深い教育効果を生み出すことができるかどうか検証したい。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 0 件)

[学会発表] (計 5 件)

- ① 中谷実伸 他, 「工学機器を用いた「見せる数学」「触れる数学」のための教材作成とその活用」, 第99回全国算数・数学教育研究(和歌山)大会, 2017
- ② 中谷実伸 他, 「工学機器を用いた「見せる数学」「触れる数学」のための教材作成とその活用」, 「数学理解を育む可視化や表現変換のプロセスを味わうための高大連携教材の開発的研究」第2回全体会合, 2017
- ③ 中谷実伸 他, 「工学機器を用いた教材作成とその活用について2」, 第100回全国算数・数学教育研究(東京)大会, 2018
- ④ 中谷実伸 他, 「工学機器を用いた教材作成とその活用について2」, 第67回北陸四県数学教育研究(小松)大会高等専門学校部会, 2018
- ⑤ 中谷実伸 他, 「工学機器を用いた教材作成とその活用3」, 第101回全国算数・数学教育研究(沖縄)大会, 2019(予定)

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称：
 発明者：
 権利者：
 種類：
 番号：
 出願年：
 国内外の別：

○取得状況 (計 0 件)

名称：
 発明者：

権利者：
種類：
番号：
取得年：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究分担者

研究分担者氏名：
ローマ字氏名：
所属研究機関名：
部局名：
職名：
研究者番号（8桁）：

(2) 研究協力者

研究協力者氏名：坪川武弘（連携協力者として）
ローマ字氏名：(TSUBOKAWA, takehiro)
研究協力者氏名：長水壽寛（連携協力者として）
ローマ字氏名：(NAGAMIZU, toshihiro)
研究協力者氏名：柳原祐治（連携協力者として）
ローマ字氏名：(YANAGIHARA, yuji)
研究協力者氏名：井之上和代（連携協力者として）
ローマ字氏名：(INOUE, kazuyo)
研究協力者氏名：山田哲也（連携協力者として）
ローマ字氏名：(YAMADA, tetsuya)
研究協力者氏名：相場大佑（連携協力者として）
ローマ字氏名：(AIBA, daisuke)
研究協力者氏名：西仁司（連携協力者として）
ローマ字氏名：(NISHI, hitoshi)

※科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。