

令和 2 年 5 月 17 日現在

機関番号：33919

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2019

課題番号：16K03566

研究課題名(和文)異なる情報を持つ(非対称情報)プレイヤーによるゲームの協力解(コア解)について

研究課題名(英文)Cooperative solutions (cores) of games with differential information

研究代表者

野口 光宣(Noguchi, Mitsunori)

名城大学・経済学部・教授

研究者番号：00208331

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,800,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、ランダムな状態について私的な情報を持つ有限人のプレイヤーからなるゲームと、そのコアと呼ばれる安定な協力解集合に関するものである。前半では、各プレイヤーの行動空間がコンパクト距離空間、私的情報が独立な加法族、利得が状態と全プレイヤーの行動選択の関数であり、私的情報と整合する私的戦略の事前期待利得を厚生水準とするとの仮定の下で、全員が同意可能な戦略組(コアの元)の存在を証明した。研究の後半では、私的情報のタイプモデルを用い、情報構造(事前確率)と利得関数をパラメーターとして同時に摂動した場合、ほとんどすべてのパラメーターについてコアが安定であることを証明した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

ランダムな状態について私的情報を持つ有限プレイヤーのゲームは、オークション、寡占市場、契約、環境や通商に関する多国間合意等、種々の現実的状況の数学的モデルとなる。コア内の戦略組は、各プレイヤーが他のプレイヤーのどのような戦略転換に対しても自らの選択を変更するインセンティブを持たないというもので、極度に注意深い参加者からなる合意問題の解となるものである。したがって、そのような解の存在は、私的情報を持つ複数参加者間の一般的合意可能性の根拠として意味を持ち、また、そのような解の安定性はゲームモデルによる合意予測の信頼性に根拠を与える。

研究成果の概要(英文)：This study is about a n-player normal-form game, in which each player possesses private information about the state of the world, and the alpha-core, that is, a set of stable cooperative solutions. In the first phase, we proved the non-emptiness of alpha-cores under the assumptions that each player is endowed with a compact metrizable action space, independent sigma-algebras of private information are non-atomic and independent, payoffs are functions of both states and the joint actions of all players, and players act according to the ex-ante payoffs from private-information consistent strategies. In the second phase, with the type model of private information, we proved the essential stability of alpha-cores under the simultaneous perturbations of information structures and payoff functions.

研究分野：数理経済学

キーワード：ゲーム理論 協力ゲーム コア 非対称情報

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

私的情報を持つ有限人のプレーヤーが私的情報統合的に行動するようなゲームの分析は、主にマーケット・ゲームの枠組みで過去発展してきた。その流れの端緒的な研究としては、ラドナー(1968)、ウイルソン(1978)、アレンとヤンネリス(2001)などが知られている。しかし、マーケット・ゲームは交換経済から誘導されたゲームであるため、行動空間としては財空間、戦略としてはランダム消費、利得としては状態と個人消費にのみ依存する効用、そして、戦略組としては結託の内部で移転可能なものを用いるという、きわめて限定的なものであった。また、利得関数に戦略的外部性がないため、通常のコア概念が適用可能であり、研究テーマはもっぱら加法族として定義された私的情報の、結託内部での共有状況とコアの非空性に集中した。

一般的な有限人正規型非対称情報ゲームの場合、戦略の私的情報整合性に加えて、各プレーヤーの利得が全プレーヤーの戦略選択に依存するという、利得関数の戦略的外部性が顕著になるので、マーケット・ゲームの分析手法の適用外になる。利得関数に戦略的外部性を許すと、結託によるブロッキングが、反結託の戦略転換にも依存するようになるので、通常のコア概念が一般には成立しなくなる。本研究ではコアと呼ばれる、オーマン(1961)、梶井(1992)らによって研究されたコア概念を用いた。このコア概念は、結託によるブロッキングが、反結託がどのように戦略転換しても、結託内のメンバー全員が現状より真に改善することとされており、いわば慎重なプレーヤー達による協力解を表すものとなっている。

私的情報のモデル化の方法としては、ハルサニー(1967)のタイプ空間が早くから知られ、ベイズ型ゲームの標準モデルとして使われてきた。私的情報のタイプモデルを用いた有限人正規型非対称情報ゲームのコアの非空性については、アスコラ(2013)と野口(2014)の結果がある。前者は戦略として、私的タイプに依存する混合行動を用いるのに対して、後者は私的タイプに依存する純粋行動を用いる。モデルの設定上、両者とも私的情報はほぼ独立(絶対連続)で、それぞれアトム不在である。さて、コア内の戦略組は、いわば事前に事後的な実行が約束された各プレーヤーの戦略からなるが、状態を含む事象が私的に観察された時点で実行可能かどうかという問題が生じる。この問題を扱うには、私的情報を状態空間の分割または加法族としてモデル化する必要が生じる。本研究の開始時点では、加法族を私的情報とする有限人正規型非対称情報ゲームのコアの非空性の証明は見当たらなかった。

### 2. 研究の目的

本研究の前半での目的は、加法族を私的情報とする有限人正規型非対称情報ゲームのコアの非空性を証明することであった。正確には、各プレーヤーの私的情報は、基礎確率空間の加法族の部分加法族となる。また、プレーヤーの行動空間は線形空間の凸集合かつコンパクトな距離空間という一般性を持つものである。また、各プレーヤーは私的情報統合的な純粋戦略を選び、状態を支配する共通の事前確率(情報構造と呼ぶ)による事前期待利潤を厚生水準として行動する。

本研究の後半での目的は、タイプを私的情報とする有限人正規型非対称情報ゲームのコアの安定性についての解明であった。安定性概念としては、フォート(1950)が関数の不動点の安定性概念(エッセンシャル安定性)として導入し、ウーとジアン(1962)が有限人正規型ゲームのナッシュ均衡の安定性に適用したものを、さらに協力解にも応用可能なように調整したものを、フォートの場合は不動点特性を持つ関数自身を完備距離空間(ベア空間)上のパラメーター、そして、ウーとジアンの場合はゲームの利得関数ベクトルをベア空間上のパラメーターとして用い、トポロジ的に無視できる残余集合を除くすべてのパラメーターに対応する関数の不動点やゲームの解が、パラメーターの摂動に対して連続性を持つことを示した。ゲームモデルの解を、ゲームモデルによる現実の予測と考えると、解のパラメーターへの連続的な依存性は、測定誤差等に対する、予測の信頼性となるので、ゲーム理論において重要と考えられる。本研究では、ウーとジアン(1962)の非協力ゲームについての結果と平行する結果を、非対称情報下での協力ゲームについて導くことであった。

### 3. 研究の方法

(1) 加法族を私的情報とする有限人正規型非対称情報ゲームのコアの非空性の証明  
証明の流れとしては、有限人正規型非対称情報ゲームから出発し、それをオーマン(1961)の方式で特性関数型ゲームに変換し、コアの非空定理の証明によく使われるスカーフ(1971)のバランズドネズ議論を適用するというものであった。プレーヤーの純粋戦略は状態空間(基礎確率空間)からそれぞれの行動空間となるコンパクト距離空間への関数となるが、事前期待利得関数が連続性を持つには、通常より弱いトポロジーが必要になる。そのために、状態空間から行動空間上の確率分布の集合への写像である、ヤング測度戦略を考える。いずれも、私的情報である部分加法族に関して可測であることを求める(各プレーヤーは私的情報統合的な戦略のみ選ぶ)。ヤング測度戦略全体の空間には弱位相と呼ばれる自然なコンパクト位相が入る。純粋戦略の全体は、個々の純粋戦略をデルタ関数値関数とみなすことで、ヤング測度戦略の全体からなるコンパクト空間に埋め込むことができ、さらに、私的情報である部分加法族がアトム不在である時、稠密な部分空間として埋め込むことが可能になる。元の正規型ゲームを特性関数型に変換するとき、純粋戦略を緩めたヤング測度戦略のコンパクト性を使い、ヤング測度戦略の純粋化定理と、上記の稠密性を用いて、純粋戦略のみのアプローチではつまずいた点をクリアしていく。テクニカルには、以下の二つの補題の証明が必要になる。

私的情報を保存する、ヤング測度の純粋化定理のバージョン

純粋戦略組の事前期待利得関数をヤングメジャー戦略組に拡大したものの、弱位相についての連続性

なお、コア戦略の実行可能性については、伊藤(1984)の条件付確率分布の存在定理と、ベイジ意思決定理論を用いて証明する。

(2)タイプを私的情報とする有限人正規型非対称情報ゲームのコアのエッセンシャルな安定性

まず、上記の型のゲームを適当な範囲の利得関数と情報構造の二つでパラメーター化する。したがって、ゲームのパラメーター空間は積空間となる。そして、それぞれのパラメーターに対応する有限人正規型非対称情報ゲームのコア戦略組のパラメーター依存性を分析する。本研究では、戦略として、確率論的にはヤング測度戦略と同等な、確率分布的戦略を用いる。後者の戦略は、ヤング測度戦略が私的タイプ空間から行動空間上の確率分布の全体への私的情報について可測な関数であるのに対して、私的タイプ空間と行動空間上の直積空間上の確率分布となる。これらの戦略も、私的情報がアトム不在であるとき、事前期待利得を不変に保ったまま純粋化可能となる。一組の利得関数と情報構造を、それらに対応するゲームのコアに写す集合値写像のことをコア対応と呼ぶ。求める結果を得るには以下の補題を証明する必要がある。

パラメーター空間が完備距離空間となるように位相を付ける

コア対応が非空集合値になるようにパラメーター空間を調整する

コア対応の値域がコンパクト距離空間になるように、確率分布的戦略全体の空間を位相化する

これらが成り立つと、まず、コア対応が上半連続であることが示され、さらにフォートの定理(1950)の適用により、トポロジ的に無視可能な除外集合の外で、下半連続になることが示される。

#### 4. 研究成果

(1) 加法族を私的情報とする有限人正規型非対称情報ゲームのコアの非空性

各プレイヤーの私的情報がアトム不在で情報構造に関して互いに独立、行動空間が、ある線形空間の凸集合で、かつ、コンパクト距離空間、利得が状態と行動組の可測関数で、行動組に関して連続かつ凹であるという条件の下で、純粋戦略コアが非空であることを証明した。証明のプロセスで、ヤング測度戦略の純粋化が必要になる。私的情報の保存性を無視するならば、これについて、バルダー(2000)の結果がリアプノフ定理のバージョンとして知られている。これを直接適用すると、純粋化された個々の戦略が、基礎確率空間の加法族に関して可測にはなるものの、元のヤング測度戦略の私的情報での可測性を持つとは限らない。このため、バルダーの定理の多重積分バージョンを証明し、私的情報が純粋化前後で保存されるようにした。また、ヤング測度戦略組の事前期待利得関数の弱位相に関する連続性については、はじめに、 $W$ 収束位相と呼ばれる異なった位相による連続性を証明し、後に上記二つの位相が、与えられた条件の下で一致することを示すことで証明した。

続いて、ヤング測度戦略によるコアと純粋戦略によるコアの同等性について証明し、前の定理から、ヤング測度戦略によるコアも非空であることを証明した。これはアスコラ(2013)の結果に他ならない。

最後に、情報、知識、信念についての既知の理論を、アトム不在の状態空間へ拡張し、プレイヤーが私的情報に基づいて事象を観察した時点での、純粋戦略の実行可能性について証明した。

(2)タイプを私的情報とする有限人正規型非対称情報ゲームのコアのエッセンシャルな安定性

各プレイヤーの私的タイプ空間が可分な可測空間、行動空間が、ある線形空間の凸集合で、かつ、コンパクト距離空間、私的タイプの出現がアトム不在の私的確率分布に従い、私的確率分布の積の全体がコンパクト集合をなし、利得がタイプ組と行動組の有界可測関数で、行動組に関して連続かつ凹であるという条件の下で、コア対応が、ある残余集合外で下半連続となることを証明した。本研究で用いられた有限人正規型非対称情報ゲームは、ミルグロムとウエッバー(1985)により導入されたものと本質的に同じである。完全情報協力ゲームのコアのエッセンシャルな安定性については、ヤン(2017)による先行研究がある。非対称情報下では、利得関数と情報構造を同時に、かつ、コアが存在する範囲に限定して摂動する必要がある。このような摂動を定義するのに、タイプを私的情報とする有限人正規型非対称情報ゲームのコアの非空性に関する、野口(2014)の結果が役立った。ゲームがエッセンシャルに安定であるとは、そのゲームのコア戦略のどの近傍にも、当該ゲームに十分近いすべてのゲームがコア戦略を持つことを言う。本研究の結論は、一言でまとめると、利得関数がある有界で情報構造が絶対連続ならば、位相的に、ほとんどすべてのミルグロムとウエッバー型ゲームはエッセンシャルに安定である、となる。ゲームモデルの有用性は、導かれる解を用いて、現実のゲーム理論的状況で起こる結果を予測できることにある。ここで重要なのは、モデルの解のパラメーター依存性が連続かどうかである。なぜなら、モデルにインプットする利得関数等は推定値なので誤差を含む。もし、パラメーターが多少変動しただけで、解の様子が大きく変わるようならば、モデル化による予測は信頼できないことになる。上記の結論は、モデル化による予測の信頼性について、一つの見方を提供

するものである。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Mitsunori Noguchi	4. 巻 75
2. 論文標題 Alpha cores of games with nonatomic asymmetric information	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Economics	6. 最初と最後の頁 1-12
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.jmateco.2017.12.005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Mitsunori Noguchi	4. 巻 8
2. 論文標題 N-variable Fubini's Theorem for Young Measures and Iterated Lyapunov's Theorem	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 名城論叢	6. 最初と最後の頁 21-35
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計6件（うち招待講演 4件/うち国際学会 3件）

1. 発表者名 MITSUNORI NOGUCHI
2. 発表標題 Stability of Purifiable Alpha Cores of Games with Incomplete Information
3. 学会等名 2019 Econometric Society Australasian Meeting (ESAM2019) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 野口光宣
2. 発表標題 非完備情報ゲームの純粋化可能なアルファコア戦略の安定性について
3. 学会等名 2019年度数理経済学研究集会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 野口光宣
2. 発表標題 Essential stability of purifiable alpha-core strategies of games with incomplete information
3. 学会等名 The 6th Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Mitsunori Noguchi
2. 発表標題 Alpha Cores of Games with Nonatomic Asymmetric Information
3. 学会等名 2017 Asian Meeting of the Econometric Society (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 野口光宣
2. 発表標題 ノンアトミックな非対称情報ゲームの コア
3. 学会等名 数理経済学会2017年度研究集会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 野口光宣
2. 発表標題 Two-player Bayesian Games with Coherent Belief Hierarchies
3. 学会等名 数理経済学会 東京地区セミナー (招待講演)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----