

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和元年6月10日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K03589

研究課題名(和文) ベイズ法を用いた経済格差の計測 - 富裕度と貧困度を中心として

研究課題名(英文) Measurement of economic disparity using the Bayesian method

## 研究代表者

長谷川 光 (Hasegawa, Hikaru)

北海道大学・経済学研究院・教授

研究者番号：30189534

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は、シミュレーションに基づくベイズ法による富裕度と貧困度の計測手法の開発とその経済データへの適用である。富裕度と貧困度を計測することで、所得分布の両裾の特徴を捉えることになり、経済格差の研究に新たな貢献ができると考えた。貧困度に比べて、富裕度の推定は近年になって研究が行われ始めた新しい分野であり、ベイズ法によって富裕度の推定を行った文献も殆どないため、本研究は新たなベイズ法による分析手法を提供することとなった。また、本研究では、わが国ではまだ馴染みの薄いZenga指標を紹介するとともに、Zenga曲線を用いた新たな富裕度指標及び貧困度指標を開発した。

## 研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究では、富裕度と貧困度のベイズ法による推定方法を開発した。富裕度の推定は、近年になって研究が行われ始めた新しい分野であり、ベイズ法によって富裕度の推定を行った文献は殆どなく、本研究の1つの貢献であり独創的な点である。また、本研究では、わが国で馴染みの薄いZenga指標を単に紹介するだけでなく、Zenga曲線を用いた新たな富裕度指標及び貧困度指標を提案した。貧困度と併せて富裕度を推定することは、所得分布の両裾の特徴を捉えることになり、経済格差の研究への新たな分析道具を提供することとなる。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this research was to develop measurement methods of affluence and poverty indices by the Bayesian method based on simulation, and I applied them to economic data. By measuring affluence and poverty, it is possible to capture the characteristics of both tails of the income distribution. This makes a new contribution to the study of economic disparities. This study is based on the new Bayesian method, because estimation of the affluence is a new field that has begun to be studied in recent years compared to the poverty indices. Furthermore, there are few studies that estimate the affluence using Bayesian methods. In this research, while introducing the Zenga index which is still not familiar in Japan, a new affluence and poverty indices were developed using the Zenga curve.

研究分野：計量経済学

キーワード：ベイズ統計学 不平等度 所得分布 MCMC

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

本研究の目的は、シミュレーションに基づくベイズ法による富裕度と貧困度の計測手法の開発とその経済データへの適用である。貧困度と併せて富裕度を計測することは、所得や富の分布の両裾の特徴を考察することになり、今日の日本が直面している経済格差の一つの側面を捉えることができると考えた。貧困度に関しては、Sen (1976) の先駆的業績以降今日に至るまで、Foster et al. (1984) をはじめとして多くの文献が刊行されている。しかし、富裕度については、近年になって文献の蓄積が進み始めた新しい分野と言え、富裕度の推定法の開発とその経済データへの応用は、所得分布や経済格差の研究への重要な貢献となると考えた。

富裕度を測る指標の1つとして、所得や富の分布の上位数パーセント (例えば、1%) の人々が所有する所得 (富) の割合である上位所得シェア (top income share) が用いられている。上位所得シェアを用いると、富裕度に関する一国の経時的変化や各国の比較を集計データに基づいて行うことが容易にでき、多くの文献で採用されている (Atkinson et al. (2011) 及びそこに掲載されている参考文献を参照)。また、最近では、公理に基づいた富裕度指標も提案されている (Peichl et al. (2010), Bose et al. (2014) 等)。公理に基づく富裕度指標は、富裕線 (affluence line あるいは richness line) 以上の所得を得ている個人を対象にしており、貧困線以下の個人を対象とする貧困度のアナロジーと見ることでもできる。以上のような富裕度は集計データのみならず個票データを用いても計測可能である。本研究では、富裕度と貧困度について開発したベイズ法による計測手法を個票データに適用した。

連続型所得分布で表示された貧困度指標は所得分布に関する積分で定義されている (Jäntti and Danziger (2000) を参照)。シミュレーションに基づくベイズ法の利点の1つは、事後分布を用いた予測分布からのサンプリングが容易であり、得られたサンプルから複雑な積分の計算を行うことができる点にある。本研究では、このようなベイズ法の利点を活用した富裕度と貧困度の計測手法の開発を試みた。更に、本研究では、Zenga (2007) によって提案された Zenga 曲線を用いた新たな富裕度指標及び貧困度指標も提案する。Zenga 指標に関する研究は、Zenga (2007) で提示されて以降、海外では多くの文献が発表されるようになってきた (最近の論文としては、例えば、Greselin and Pasquazzi (2015) 等を参照)。しかし、研究代表者の知る限り、わが国で Zenga 指標を取り扱った研究は皆無と思われる。

研究代表者は、2000 年以降、ベイズ法を用いて、所得不平等を含む広い意味での経済不平等の分析を行ってきた。特に、Hasegawa and Ueda (2007) では、Foster et al. (1984) の指標を用いて慢性的貧困度と一時的貧困度のベイズ推定を行った。Zenga (2007) の不平等指標のベイズ法による推定は、研究代表者が *Metrika* 誌に掲載された Langel and Tillé (2012) の論文を読んで以来、構想を練っていた課題である。当初、Zenga 指標をどのように応用すべきかを決めかねていたが、富裕度と貧困度の計測に関して Zenga 曲線を用いることを着想したことで、本研究課題の提案に至った。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、シミュレーションに基づくベイズ法による富裕度と貧困度の計測手法の開発とその経済データへの適用である。本研究では、富裕度と貧困度のベイズ法による推定方法を開発した。富裕度の推定は、近年になって研究が行われ始めた新しい分野であり、ベイズ法によって富裕度の推定を行った文献は殆どなく、本研究の1つの貢献であり独創的な点である。また、本研究では、わが国で馴染みの薄い Zenga 指標を単に紹介するだけでなく、Zenga 曲線を用いた新たな富裕度指標及び貧困度指標を考察した。更に、貧困度と併せて富裕度を推定することは、所得分布の両裾の特徴を捉えることになり、経済格差の研究への新たな分析道具を提供することとなる。

### 3. 研究の方法

(1) 研究の進め方としては、所得分布や不平等度に関する既存の文献を収集及び検討し、問題点を整理することから始まり、ベイズ推定の手法を考察し、実際の社会科学のデータへ適用する。また、実証分析を進める中で、用いた手法の問題点を認識し、手法の再検討を行う。

(2) 本研究では、所得分布の推定に 1990 年代以降発展が著しいシミュレーションに基づくベイズ法 (マルコフ連鎖モンテカルロ法: MCMC 法) を用いる。MCMC 法を利用することで、今までは解析的に解くことが困難であった多くのモデルのベイズ推測が可能となった。このことは、富裕度と貧困度の実証分析を行う多くの研究者が本研究で開発した推定方法を用いることを可能にすると考える。また、現在では、R のパッケージや WinBUGS などを用いてベイズ分析を行うことも可能であるが、新たに開発された手法に対しては当然ながら、パッケージ・ソフトは存在しない。そこで、本研究では、R、Ox 等のプログラミング言語を用いて必要な計算プログラムを作成する。

### 4. 研究成果

(1) Zenga 指標のベイズ推定

所得分布として、二重パレート対数正規分布 (double Pareto lognormal distribution) 及び一般化ベータ分布 (generalized beta distribution) を採用し、Zenga 指標をパラメトリックにベイズ推定する方法を考えた。二重パレート対数正規分布のベイズ推定には Ramirez-Cobo et al. (2010) のアルゴリズムを、一般化ベータ分布のベイズ推定には Peters and Sisson (2006) のアルゴリズムを参考にした。得られた方法を Panel Study of Income Dynamics (PSID) のデータに適用して、マルコフ連鎖モンテカルロ法でベイズ推定を行った。この研究成果は本研究の基礎となるものであり、本研究プロジェクトにとって重要な位置付けとなっている。得られた結果の一部は、「所得分布と Zenga 指標」というタイトルで同志社大学経済学会研究会で発表した。また、下記のタイトルで北海道大学大学院経済学研究院のディスカッション・ペーパーとして発表した。

長谷川光, 「Zenga 指標についての覚書」, Discussion Paper Series B, No.2018-157.

(2) フレキシブルな所得分布のもとでの Zenga 曲線の推定

所得分布として Zenga 分布 (Zenga distribution) 及び  $\kappa$ -一般化分布 ( $\kappa$ -generalized distribution) を用いた場合の Zenga 曲線及び Zenga 指標のベイズ推定を考察した。Zenga 分布は Zenga (2010) で提案されたものであり、 $\kappa$ -一般化分布については、Clementi, F. and Gallegati (2016) が詳細な検討を行っている。この研究課題については、研究成果をまとめている最中である。

(3) 富裕度と所得格差の研究及びその Zenga 曲線及び Zenga 指標との関連性

富裕度に関する文献を精読し、問題点を整理した。その上で、貧困度と富裕度という所得分布の両裾を対象とする指標と Zenga 曲線及び Zenga 指標との関連性を考察した。この研究課題については、現在、研究成果をまとめている。

(4) Gini 曲線及び Zenga 曲線と中央値に基づく不平等度との関連性

Aaberge and Atkinson (2014) は中央値に基づく不平等度を考察している。本研究では、彼らの不平等度と Gini 曲線及び Zenga 曲線との関係を考察した。所得分布に二重パレート対数正規分布を仮定し、Japanese Panel Survey of Consumers (JPSC) のデータを用いて、ベイズ推定を行った。得られた結果は、下記のタイトルで北海道大学大学院経済学研究院のディスカッション・ペーパーとして発表した。

Hikaru Hasegawa, “Simple Interpretation of Gini and Zenga Curves,” Discussion Paper Series A, No.2018-332

なお、この論文は、現在、海外の査読付専門誌に投稿中である。

(5) 研究期間中に北海道大学大学院経済学研究院のディスカッション・ペーパーとして発表されたその他の研究成果。

長谷川光, 上田和宏, 「働く有配偶女性の生活時間の分析: 部分効果の計測」, Discussion Paper Series B, No.2016-142.

Hikaru Hasegawa and Kazuhiro Ueda, “Time use of married couples: Bayesian approach,” Discussion Paper Series A No.2017-309.

Lei Shi and Hikaru Hasegawa, “Bayesian analysis of happiness with individual heterogeneity,” Discussion Paper Series A, No.2017-310.

Ping Gao and Hikaru Hasegawa, “Bayesian spatial analysis of chronic diseases in Chinese elderly people using a STAR model,” Discussion Paper Series A, No.2017-317.

〔引用文献〕

Aaberge, R. and Atkinson, A.B. (2013). “The median as watershed,” Statistics Norway, Research Department, Discussion Papers No.749, pp. 1-44.

Atkinson, A.B., Piketty, T. and Saez, E. (2011). “Top incomes in the long run of history,” *Journal of Economic Literature* **49**(1), pp.3-71.

Bose, A., Chakravarty, S.R. and D'Ambrosio, C. (2014). “Richness orderings,” *Journal of Economic Inequality* **12**(1), pp.5-22.

Clementi, F. and Gallegati, M. (2016). *The Distribution of Income and Wealth: Parametric Modeling with the  $\kappa$ -Generalized Family*, Springer.

Foster, J.E., Greer, J. and Thorbecke, E. (1984). “A class of decomposable poverty measures,” *Econometrica* **52**(3), pp.761-766.

Greselin, F. and Pasquazzi, L. (2015). “Parametric versus nonparametric inference on Zenga index of inequality: Issues and evidence from survey data,” *Communications in Statistics - Simulation and Computation* **44**(7), pp.1702-1719.

Hasegawa, H. and Ueda, K. (2007). “Measuring chronic and transient components of poverty: A Bayesian approach,” *Empirical Economics* **33**(3), pp.469-490.

Jäntti, M. and Danziger, S. (2000). “Income poverty in advanced countries.” In Atkinson, A.B. and Bourguignon, F. Eds., *Handbook of Income Distribution* Vol.1, Amsterdam: North-Holland, pp.309-378.

- Langel, M. and Tillé, Y. (2012). "Inference by linearization for Zenga's new inequality index: A comparison with the Gini index," *Metrika* **75**(8), pp.1093-1110.
- Peichl, A., Schaefer, T. and Scheicher, C. (2010). "Measuring richness and poverty: A micro data application to Europe and Germany," *Review of Income and Wealth* **56**(3), pp.597-619.
- Peters, G.W. and Sisson, S.A. (2006). "Bayesian inference, Monte Carlo sampling and operational risk," *Journal of Operational Risk* **1**(3), pp.27-50.
- Ramírez-Cobo, P., Lillo, R.E., Wilson, S. and Wiper, M.P. (2010). "Bayesian inference for double Pareto lognormal queues," *Annals of Applied Statistics* **4**(3), pp.1533-1557.
- Sen, A. (1976). "Poverty: An ordinal approach to measurement," *Econometrica* **44**(2), pp.219-231.
- Zenga, M. (2007). "Inequality curve and inequality index based on the ratios between lower and upper arithmetic means," *Statistica & Applicazioni* **5**(1), pp.3-27.
- Zenga, M. (2010). "Mixture of Poliscichio's truncated Pareto distributions with beta weights," *Statistica & Applicazioni* **8**(1) pp.3-25.

## 5 . 主な発表論文等

### 〔雑誌論文〕(計3件)

- Hikaru Hasegawa and Kazuhiro Ueda, "Time use of married couples: Bayesian approach," *Journal of Applied Statistics*, forthcoming. 査読有 .  
doi:10.1080/02664763.2019.1607833
- Lei Shi and Hikaru Hasegawa, "Bayesian analysis of happiness with individual heterogeneity," *Behaviormetrika* **46**(1), pp.23-48, 2019. 査読有 .  
doi:10.1007/s41237-018-0059-7
- Ping Gao and Hikaru Hasegawa, "Bayesian spatial analysis of chronic diseases in Chinese elderly people using a STAR model," *Statistics in Transition-New Series* **19**(4), pp.645-669, 2018. 査読有 .  
doi:10.21307/stattrans-2018-034

### 〔学会発表〕(計1件)

- 長谷川 光, 「所得分布と Zenga 指標」, 同志社大学経済学会研究会, 2017 年 6 月.

### 〔図書〕(計0件)

### 〔産業財産権〕

#### 出願状況(計0件)

名称：  
 発明者：  
 権利者：  
 種類：  
 番号：  
 出願年：  
 国内外の別：

#### 取得状況(計0件)

名称：  
 発明者：  
 権利者：  
 種類：  
 番号：  
 取得年：  
 国内外の別：

### 〔その他〕

ホームページ等

<http://www.econ.hokudai.ac.jp/~hasegawa/>

## 6 . 研究組織

### (1)研究分担者

研究分担者氏名：

ローマ字氏名：

所属研究機関名：

部局名：

職名：

研究者番号（8桁）：

(2)研究協力者

研究協力者氏名：

ローマ字氏名：

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。