

令和元年5月20日現在

機関番号：17701

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K04703

研究課題名(和文)「相互発達モデル」に基づく算数・数学科の授業改善に関する認識論的・記号論的研究

研究課題名(英文) Epistemological and semiotic research on the design of mathematical lessons based on Mutual Development Model

研究代表者

山口 武志 (YAMAGUCHI, TAKESHI)

鹿児島大学・法文教育学域教育学系・教授

研究者番号：60239895

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,800,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、数学的意味の協定と数学的表現の協定の2つを社会的相互作用の機能ととらえた上で、社会的相互作用を基軸とする授業デザインの枠組み及び授業改善を提起するものである。本研究の成果は、次の2点になる。

第一は、前科学研究において提起した「数学的意味と数学的表現の相互発達に関するモデル」(相互発達モデル)をもとに、小学校第3学年「かけ算」に関する授業の課題を考察し、授業改善案を理論的に策定したことである。第二は、第一に関連して、策定した授業改善案をもとに、教授実験を実施し、授業記録や事後調査の結果などをもとに、授業改善案の有効性や妥当性を検証したことである。

研究成果の学術的意義や社会的意義

多くの教師は、授業の「練り上げ」段階における社会的相互作用の重要性を認識してはいるものの、その具体化において悩みやジレンマを抱えている。こうした課題に対して、本研究の学術的意義や社会的意義は、「数学的意味の協定」と「数学的表現の協定」の2つを社会的相互作用の重要な機能ととらえた上で、「相互発達モデル」に基づく具体的な授業改善を提起した点にある。本研究によって、多くの教師が苦慮している社会的相互作用に基づく授業デザインの具体的なあり方を提言することが可能になる、と考えている。また、今日強調されている「言語活動の充実」に関する示唆も得ることができる、と考えている。

研究成果の概要(英文)： This research aims to develop the theoretical framework for designing teaching and learning process of mathematics which focuses on significant roles of social interactions: negotiation of meaning and negotiation of representation. Main findings of this research are summarized as the following two points.

Firstly, current issues of lessons of 'multiplication' which is taught at the third grade in the elementary school was considered in terms of 'model of mutual development of mathematical meaning and mathematical representation (Mutual Development Model)' proposed in the previous research. And an alternative new plan of 'multiplication' was also designed. Secondly, the teaching experiment based on the alternative new plan was conducted for the third graders. As the result of both qualitative analysis of the teaching experiment and the analysis of the post-test, the effectiveness of both the new plan and 'Mutual Development Model' were verified respectively.

研究分野：数学教育学

キーワード：相互発達モデル 社会的相互作用 かけ算

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

(1) 本研究の背景：実践的背景

今日、算数・数学科の多くの授業では、主体的な学習の実現のために、子どもたちの多様な考えに基づく「社会的相互作用 (social interaction)」の過程が重視されている。しかし、実際の授業では、問題解決学習の文脈のもとで、社会的相互作用の過程が形骸化し、その結果、子どもたちの多様な考えを十分に生かすことができないまま、教師側から知識を一方向的に押しつけてしまう場合が決して少なくない。

こうした実践的課題の背景の1つには、「数学的意味と数学的表現の相互発達」の問題が潜在する、と考えられる。算数・数学は「記号の学問」といわれるように、算数・数学学習では、筆算などのような慣例的表現が導入されることが多い。つまり、算数・数学学習において、子どもたちは、新たに導入された慣例的表現を専有、道具化しつつ、「各自が構成した主観的な意味」と「慣例的表現」との接続を図りながら、教室集団内の社会的相互作用を通じて、共有された客観的な意味を協定している、ととらえることができる。しかし、実際の授業では、数学的意味の構成と慣例的表現との接続が十分に図られないまま、新しい表現を単に与えるだけにとどまっている場合もある。また、多くの教師が、両者の接続の重要性を認識しつつも、具体的な指導をイメージすることできず、ジレンマを抱えている現状にある。こうした現状を打開するためには、「数学的意味と数学的表現の相互発達」という視座から、社会的相互作用に基づく教授・学習に関する理論的かつ実践的基盤を構築することがきわめて重要になっている、と考える。

(2) 本研究の背景：理論的背景

数学的意味と数学的表現の相互発達に関するモデル (相互発達モデル)

上記の実践的課題を解決するために、研究代表者は、構成主義、社会文化主義、相互作用主義にかかわる認識論的研究や、算数・数学学習の記号論的研究、RME 理論といった国内外の先行研究を批判的に検討した上で、「数学的意味と数学的表現の相互発達に関するモデル」(以下、相互発達モデル、図1；山口, 2016) を理論的に提起した。

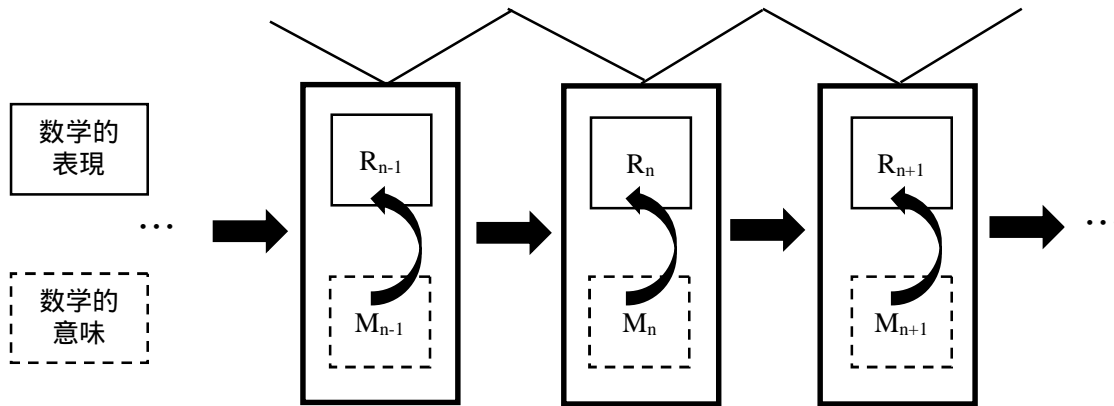


図1 数学的意味と数学的表現の相互発達に関するモデル (相互発達モデル)(山口, 2016)

この相互発達モデルは、構成主義、社会文化主義、相互作用主義の3つの認識論の協応を認識論的基盤とするものであり、以下の4つの基本的特性をふまえたものである。

- 特性1：シンボル化を基盤とした「意味と表現の基本ユニット」
- 特性2：意味と表現の対象化及び能記性・所記性
- 特性3：意味と表現に関する3つの水準 (意味と表現の連続的移行)
- 特性4：シンボル化された表現の専有、道具化

特性1は、数学的意味と数学的表現との基本的な関係にかかわる特性である。本研究では、表現には、数学的活動を基盤として構成された意味がシンボル化されていると考え、それを図2のように表すこととした。そして、これを「意味と表現に関する基本ユニット」(以下、基本ユニット)とよぶこととした。図1において、MからRへの矢印は、意味の表現へのシンボル化を意味する。このように、基本ユニットは、シンボル化を基軸としながら、意味と表現が相互補完的かつ一体的に構成、変容することを示している。

特性2は、意味を反映した表現の発達・変容に関する基本的特性である。算数・数学学習が進展するときには、表現の対象化や表現の能記性・所記性の転換が生じる。このことをふまえ、社会的相互作用によって促進される表現の対象化や、表現の能記性と所記性の転換を「」によって表すとともに、「基本ユニット」間の変容を図3のように表すこととした。勿論、表現にはシンボル化された意味が反映されているため、表現の対象化、能記性・所記性の転換は、意味の

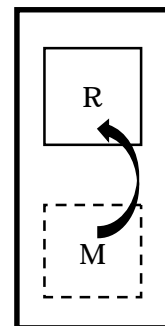


図2 シンボル化を基盤とした「意味と表現に関する基本ユニット」

対象化や振り返りも含意している。

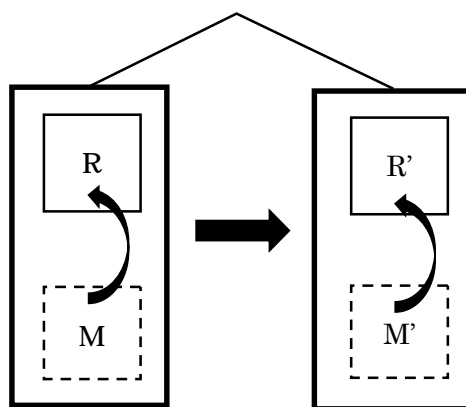


図3 「基本ユニット」の対象化と能記性・所記性の転換

特性3について、「基本ユニット」の連続的発達においては、「表現」の質的変容や、表現に反映された「意味」の質的変容が問題になる。本研究では、社会的相互作用の重要な役割として、「意味の協定」と「表現の協定」の2つに注目していることをふまえ、協定の程度に応じて、「意味の協定」と「表現の協定」を以下の3つの水準でとらえることとした。

- | |
|---|
| 〔R：表現 (representation)〕
IR：インフォーマルな表現 (informal representation)
L-NR：局所的に協定された表現 (locally negotiated representation)
CR：慣例的表現 (conventional representation)
〔M：意味 (meaning)〕
SM：主観的意味 (subjective meaning)
L-NM：局所的に協定された意味 (locally negotiated meaning)
NM：協定された意味 (negotiated meaning) |
|---|

特性4は、表現の受容と活用にかかわる特性である。このことについては、次の2点がポイントになる。第一は、インフォーマルな表現の専有や使用を積極的に授業に位置づけることである。第二は、慣例的表現の対象化や専有によって、質的に異なる新しい学習へ進展することである。つまり、慣例的表現の対象化や専有が、新しい学習への重要な契機になると考えている。

こうした特性を有する相互発達モデルの特徴を簡潔に述べるとすれば、次のようになる。つまり、「意味の協定」と「表現の協定」の2つの視座から、数学的意味と数学的表現の対を基本ユニットとしつつ、そこに「主観的意味 - 局所的に協定された意味 - 協定された意味」という「意味の距離」に関する軸と「インフォーマルな表現 - 局所的に協定された表現 - 慣例的表現」という「表現の距離」の軸を組み込みながら、意味と表現の相互発達をモデル化した点に特徴がある。

「数学的意味と数学的表現の相互発達」を視座とした「授業デザイン原理」

構成主義、社会文化主義、相互作用主義の3つの認識論の協応という認識論的立場や上述の相互発達モデルをふまえ、本研究では、「意味と表現の相互発達」を視座とした「授業デザイン原理」として、次の3つの原理を提案した。これら3つは、教師が、「意味と表現の相互発達」の視座から授業をデザインする際の基本的な指針とするものである。

- | |
|--|
| 〔原理1〕 数学的意味に関する子どもの素朴な認知モデルを検討する。その上で、社会的相互作用による「主観的意味」から「協定された意味」への数学的意味の発達過程を検討する。
〔原理2 - 1〕 シンボル化された数学的表現の対象化、能記性・所記性の転換という視座から、社会的相互作用による「インフォーマルな表現」から「慣例的表現」への数学的表現の発達過程を検討する。
〔原理2 - 2〕 インフォーマルな表現と慣例的表現との接続という視座から、慣例的表現の導入の適時性やその専有、道具化の過程について検討する。 |
|--|

これら3つの原理のうち、原理1は、主として、意味の発達過程に関する原理である。また、それは、構成主義、相互作用主義を認識論的背景とする原理である。一方、原理2-1と原理2-2は、主として、表現の発達過程に関する原理である。原理2-1は、相互作用主義、社会文化主義を認識論的背景とする原理であり、原理2-2は、社会文化主義を認識論的背景とするものである。実際には、こうした3つの原理を基本としつつ、個々の教材の特性をふまえながら、授業を具体化することとしている。

2. 研究の目的

本研究は、上述の実践的背景および理論的背景を意識しつつ、「相互発達モデル」や「社会的相互作用」、「慣例的表現」という3つのキーワードに注目しながら、相互発達モデルに基づく授業改善の提言を目的とするものである。具体的な研究目的は、次の2つになる。

第一は、相互発達モデルをもとに、小学校第3学年「かけ算」に関する授業の課題を考察し、授業改善案を理論的に策定することである。第二は、第一に関連して、策定した授業改善案をもとに、協力校において教授実験を実施し、授業記録や事後調査の結果などをもとに、それらの有効性や妥当性を検証することである。

3. 研究の方法

相互発達モデルの理論的精緻化については、構成主義、社会文化主義、相互作用主義といった各種の認識論的研究及び記号論的研究の知見をもとに、主として、文献解釈的方法によって、研究を行った。また、「かけ算」の授業に関する課題の明確化や授業改善案の策定にあたっては、主として、教科書分析を行うとともに、過去の実践事例を検討した。さらに、「かけ算」に関する授業改善案の有効性、妥当性については、主として、教授実験を通じて、実証的に検証した。

4. 研究成果

(1) 相互発達モデルに基づく小学校第3学年「かけ算」の授業改善案

本研究では、相互発達モデルに基づく授業改善に関する実践的研究として、小学校第3学年「かけ算」に関する授業改善に取り組んだ。実践的研究の教材として、「かけ算」に注目した理由は、次の2つによる。

第一は、「繰り上がりのないかけ算」から「繰り上がりのあるかけ算」への学習過程におけるかけ算の意味の協定のあり方が授業構成の要になることである。かけ算の意味やかけ算九九の指導は、第2学年から始まる。こうした第2学年の学習をふまえ、第3学年では、例えば、「(2位数)×(1位数)」、「(2位数)×(2位数)」といったかけ算の意味や仕方が指導される。(2位数)×(1位数)の場合、「 21×4 」のような「繰り上がりのないかけ算」と、「 27×3 」のような「繰り上がりのあるかけ算」が扱われる。筆算によるかけ算については、一般には、繰り上がりのあるかけ算を見据え、繰り上がりのないかけ算でも、「一の位からかけるかけ算」が扱われることが多い。しかし、実際には、繰り上がりのないかけ算では、「十の位からかけるかけ算」と「一の位からかけるたし算」という2つの典型的な認知モデルが併存している。そのため、「繰り上がりのないかけ算」から「繰り上がりのあるかけ算」への学習過程では、こうした2つの認知モデルをめぐる「数学的意味の協定」のあり方が授業構成の第一の要になる。

第二は、第3学年において、かけ算の「筆算」という慣例的表現がはじめて導入されることである。つまり、かけ算の単元では、心理的道具の典型である筆算をめぐる、子どもたちなりのインフォーマルな表現と筆算に基づくフォーマルな表現との調整を図りつつ、「数学的表現の協定」が求められ、単元全体を通じたその協定のあり方が授業構成の第二の要になる。

このように、かけ算に関する実践的研究の主要な特徴は、筆算という慣例的表現が導入される単元に焦点を当てて、子どもたちどうしによる社会的相互作用を推進力とする「意味と表現の相互発達」の様相を検討しようとする点にある。

こうした視座から、本研究では、次のような授業改善案を具体的に策定した。

〔改善案1〕

「繰り上がりのないかけ算」の学習では、「一の位からかけるかけ算」だけでなく、「十の位からかけるかけ算」も取りあげる。その際、「繰り上がりのないかけ算」では、「十の位からかけるかけ算」と「一の位からかけるかけ算」との間に一般性や能率性の違いはないことから、「一の位からかけるかけ算」に集約するのではなく、両者をともに認める扱いとする。

「繰り上がりのあるかけ算」の学習においても、まず、「一の位からかけるかけ算」と「十の位からかけるかけ算」の考えの両方を取りあげる。そして、子どもどうしの社会的相互作用を通じて、「繰り上がり」の意味とともに、「一の位からかけるかけ算」の一般性、能率性を検討させる。

シンボル化の視座から、「一の位からかけるかけ算」及び「十の位からかけるかけ算」については、子どもたちなりに命名させ、それらの共有化を図る。〔例えば、「十からかけ算」や「一からかけ算」など〕

〔改善案2〕

「慣例的な筆算」(1段形式の筆算)の導入に至るまでに、「2段形式の筆算」というインフォーマルな表現を導入し、それを積極的に活用する。また、「慣例的な筆算」(1段形式の筆算)の導入に至るまでには、操作的表現や図的表現との対応を十分に図る。

〔改善案3〕

水平形式によるかけ算の式を用いながら、かけ算の仕方を多様に考えさせ、十進位取り記数法に基づくかけ算の有用性、能率性を十分に認識させた上で、「2段形式の筆算」や「慣例的な筆算」(1段形式の筆算)を導入する。

3つの改善案のうち、改善案1は、授業デザイン原理の原理1に基づく改善案を示したものである。とは、「繰り上がりのないかけ算」と「繰り上がりのあるかけ算」において、「十の位からかけるかけ算」と「一の位からかけるかけ算」をどのように位置づけるかを示したものである。また、は、かけ算に関する意味のシンボル化を促進するための具体的支援である。

改善案2は、主として、授業デザイン原理の原理2-1に基づく改善案であり、慣例的な筆算に至るまでの「表現の距離」をできるだけ小さくするために、「2段形式の筆算」というインフォーマルな表現の導入、活用を提案するものである。

改善案3は、主として、授業デザイン原理の原理2-2に基づく改善案である。この改善案は、慣例的な筆算の導入時期を明確に示したものである。それは、改善案2と密接に関係するものでもある。つまり、単元の初期、とりわけ「繰り上がりのないかけ算」の学習においては、慣例的な筆算よりも、むしろ改善案2で述べたインフォーマルな表現の活用を重視するものである。

以上のような3つの「授業改善案」をもとに、本研究では、「相互発達モデル」にそって具体的な教授・学習過程を検討し、その結果を「授業計画案」として提案した。

(2) 教授実験の実施とその考察

鹿児島市内の小学校第3学年・1学級を対象として、計7単位時間から成る「かけ算」に関する教授実験を実施した。また、教授実験の約1週間後に事後調査を行った。教授実験や事後調査の結果を考察したところ、上述の授業改善案が、かけ算の意味理解の深化や、慣例的な筆算の一般性、能率性に関する理解の深化に対して、一定程度、寄与することが示唆された。こうした結果は、理論的に提起した「相互発達モデル」や「数学の意味と数学的表現の相互発達を視座とした授業デザイン原理」の有効性を示すものでもある、と考えている。

なお、かけ算に関する教授実験の結果については、データの最終的な整理や考察を行っており、それらが完了した段階で、論文等で公表する予定である。

<引用文献>

山口武志，算数・数学教育における社会的相互作用に関する認識論的・記号論的研究 - 「数学の意味と数学的表現の相互発達」の視座からの小学校第2学年「たし算」に関する授業改善 - ，全国数学教育学会誌・数学教育学研究，第22巻・第1号，2016，pp.115-147．

5．主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計1件)

中原忠男・前田一誠・山口武志・岡崎正和・影山和也，多世界パラダイムに基づくわり算概念の構成とその学習指導の改善に関する研究，環太平洋大学研究紀要，第12号，2018，pp.237-249，査読なし．

〔図書〕(計3件)

山口武志，新曜社，拡張的学習の挑戦と可能性：いまだここにはないものを学ぶ(ユーリア・エンゲストローム著，山住勝広監訳)，2018，「第5章・学習環境と実行から活動システムと拡張的学習へ」(pp.103-118)を分担翻訳．

山口武志，明治図書，中学校新学習指導要領の展開・数学編(永田潤一郎編著)，2017，「第2章 第1学年・関数」(pp.44-49)，「第2章 第2学年・関数」(pp.84-89)，「第2章 第3学年・関数」(pp.126-129)を分担執筆．

山口武志，教育出版，教科教育研究ハンドブック - 今日から役立つ研究手引き - (日本教科教育学会編)，2017，「第2部第2章 質的研究としての教科教育研究」(pp.50-55)を分担執筆．

6．研究組織

(1)研究分担者

なし

(2)研究協力者

なし

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。