

令和 4 年 6 月 20 日現在

機関番号：33921

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2021

課題番号：16K04718

研究課題名(和文) 倍と乗除計算の意味に関する体系的な学習指導

研究課題名(英文) Systematic Educational Guidance about The Meaning of Multiplication and Division

研究代表者

松丸 剛 (Matsumaru, Tsuyoshi)

愛知淑徳大学・愛知淑徳大学・客員研究員

研究者番号：90625899

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：倍と乗除計算の意味に関する学習指導を改善し、児童が体系的に学習活動を進められるようにするための指導資料を作成することを目的に研究を進めた。具体的には、公立小学校の一般教員に実験授業を依頼して児童の反応や変容の様子を観察し、実験授業で用いた指導資料を改善することを繰り返した。その結果、第1学年「ながさくらべ」から第6学年「分数のわり算」までの13単元について、「倍と乗除計算の意味に関する体系的な学習指導-指導資料集-(研究報告書)」(全324頁)を作成することができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

倍と乗除計算の意味に関する児童の学習状況調査結果は、依然として思わしくない。その原因は、倍、かけ算、わり算の指導を別々の場面で指導してきたことによると考えられる。本研究の成果は、倍を実測で求め、かけ算を導入、倍を求める場合でわり算を導入することで、倍とかけ算わり算の意味についての体系的な学習指導を可能にし、児童の学習状況を改善できることを明らかにした。作成した指導資料集は、具体的な単元の指導内容の解説と各時間の指導細案で構成しており、一般の小学校全科担当教員の指導法の改善に資することができる。

研究成果の概要(英文)：Research was conducted with the aim of improving learning guidance on the meaning of the multiplication and division, and creating teaching materials to enable children to systematically proceed with learning activities. Specifically, we repeatedly asked general teachers at public elementary schools to give experimental lessons, observed the students' reactions and transformations, and improved the instructional materials used in the experimental lessons. As a result, we were able to create "Systematic Educational Guidance about the Meaning of the Multiplication and Division: A Collection of Instructional Materials for 13 units from the first grade "Length Comparison" to the sixth grade "Division of Fractions". (324 pages in total)

研究分野：算数科教育

キーワード：倍と乗除計算の意味 乗除計算の意味 かけ算、わり算の意味 体系的な学習指導 倍とかけ算わり算の意味

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

小学校算数科の基本的な学習内容である「倍や小数、分数の乗除法の意味理解」に関する全国学力・学習状況の調査結果が思わしくない状況が長年続いていた(平成26年度報告で乗法の意味の正答率54.3%)。この状況を改善することが算数教育の重要な課題の1つとなっていた。

2. 研究の目的

倍と乗除計算の意味を確実に理解し、身に付けられるようにするには、体系的な学習活動の指導が欠かせないと考えた。その実現に向けて、第1学年の「ながさくらべ」から第6学年の「分数のわり算」までの指導内容・方法をどのように改善すべきかを小学校全科担当教員が、具体的に理解し、すぐに活用できるようにする指導資料を作成することを目的にした。

3. 研究の方法

仮説とする指導資料による実験授業を都内公立小学校に依頼、録画を含めた授業観察や授業後の実態調査によって、指導資料を評価・改善することを繰り返し、より効果的な指導資料を作成するという方法を用いた。

4. 研究成果

体系的な学習活動は、児童の実感的な理解と意欲的・探究的な学習によって実現するという仮説を立てた。そして、問題発見の可能性、実証可能性、問題解決の連続性、問題解決の実証に用いる基盤となる考え方の一貫性という4つの視点で指導資料を作成した。具体的には、倍を実測で求め、かけ算を導入、倍を求める場合でわり算を導入することで、体系的な学習指導を実現し、児童の学習状況を改善できることが明らかになった。以下、具体的に例示する。

(1) 倍を測定し、かけ算を知る(第2学年)

連続量で倍を測定してかけ算を指導した実験群と離散量でかけ算を指導した後、倍を指導した対照群とでは正答率に違いがあるか、図1の問題を用いて正答率を比較した。

2013年度は、実験群(215名)は84%、対照群(97名)は、66%であった。(松丸,2014,pp51) 2016年度は、実験群(146名)は71%、対照群(251名)は67%であった。(松丸・清水,2017,pp48)いずれも対照群に比べて実験群の正答率が高い。2016年度の実験群が71%と2013年度に比べて低いが、その要因を調べると、倍を測定する活動が少ないことが分かった。2017年度は、倍を測定する回数を増やすとともに、連続量から離散量の場面でも倍を用いて調べる活動を取り入れた実験授業を行い、指導後、同じ問題(図1)で同程度の期間をあけて実態調査を行った結果、実験群(95名)88.4%という結果が得られた。

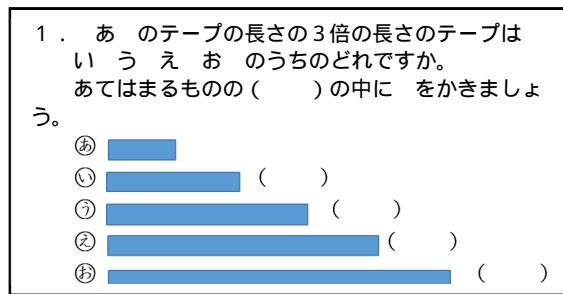


図1: 3倍の長さのテープは?

長さを調べ、調べ方を実寸でノートに記録する活動は、数直線を描く活動へと連続する。授業の様子や実態調査の結果から、基準にした長さのいくつ分は何cmか求めた後、「ばい」と「かけ算の式」があることを知らせ、その後、複数回、測定と記録、式で表す活動を行うことで倍の意味とかけ算の意味を確実に理解出来るようになると判断した。

(2) 1より小さい大きさを分数で表す(第2学年)

2014年度、1/2、1/4、1/3を同時に示した図(図4)を用いて実験授業を行い、授業後、(あ)12cm、(い)6cm、(う)3cm、(え)4cmのテープを物差しで調べている図を示し、(あ)のテープを1とすると、(い)(う)(え)のテープはどれだけ

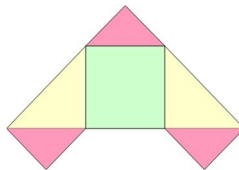


図2: 第1時の図

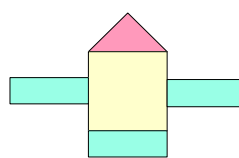


図3: 第2時の図

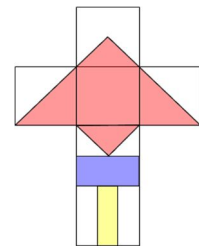


図4: 2014年度の図

になるかという発展問題で実態調査を行った。分数の指導は今回が初めて

の実験群A群、分割の操作を教師が示して分数を指導した後、1より小さい大きさを表す場合にも分数を用いることを指導した実験群B群、通常の授業を行った対照群C群で調査した結果、A群の正答率が他と比べて優れることが明らかになった(表1)(松丸,2015)

表1: 分数の発展問題に対する反応

	児童数(人)	問題(い)		問題(う)		問題(え)				
		正答	正答率	正答	正答率	正答	正答率			
		1/2	6/12	1/4	3/12	1/3	4/12			
A群	60	42	2	73.3%	27	2	48.3%	25	2	45%
B群	87	31	0	35.6%	21	0	24.1%	18	0	21%
C群	249	37	0	14.9%	27	0	10.8%	24	0	10%

これを参考に、2016年度~2018年度に、第1時に図2、第2時に図3を用いて、どんな大きさの折り紙を使って模様を作っているかを説明する実験授業を行った。1/3の大きさを調べるのに、十分な時間を確保したのである。学習活動は、活潑であり、基準にした大きさを用いて測定する活動を通して分数を指導することが重要であることを確認した。

(3) 倍を求めてわり算を知る(第3学年)

倍を求めるには、実測で求めるだけでなく、倍を で表し(基準にした大きさ) × = (比べ

の大きさ)の に当てはまる数を求める方法があることを発見させる。これを(比べる大きさ) ÷ (基準にした大きさ)という式で表し、わり算と言うことを知らせる。等分除や包含除でわり算を導入すると、かけ算との関連が薄いのが、倍を求める場合で導入することで、わり算は、かけ算の逆という関係が明確になり、基準にした大きさを求める場合もわり算で求められるのではないかと問題意識を育てられることが明らかになった。

第3学年でのわり算の指導が全て終わり、1ヶ月以上経過した11月に青テープの長さの3倍が6cmのときの青テープの長さ(基準にした大きさ)を求める問題で実態調査を実施した。その結果、実験群A 74%(72名)実験群B 80%(76名)対照群C 50%(56名)対照群D 31%(64名)という正答率を得た。等分除逆の問題では、対照群に正答率が高いものが見られ、実験群と対照群に学力的な差はなく、基準にした大きさを求める問題では正答率に大きな差が認められることから、倍を求める場合でわり算を導入するとよいことが明らかになった。(2017.松丸.清水)(4)数直線の図で倍や小数のかけ算わり算の式を説明する(第4学年)

数直線を用いて、数量関係を表現し、倍と乗除計算の意味を理解し、演算決定に活用できるようにしたい。そこで、倍の表現からかけ算の式、そして、かけ算の逆として、わり算の意味を理解する活動まで、児童の考え方を段階的に深め拡げる活動ができるようにする指導資料を作成した。

倍で長さを比べた場面で基準にした長さが小数でも比べた長さをかけ算で求める

2021年度の実験授業で、シャクナゲの葉の長さがブルーベリーの葉の長さの3倍であることを図で示すとき、どう表すのがよいか問いかけると次のような反応が得られた。

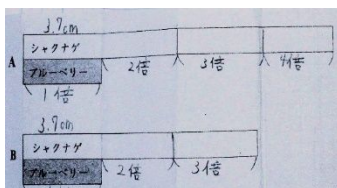


図5：誤った倍の表現

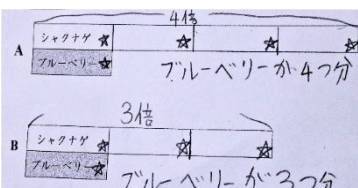


図6：正しい倍の表現

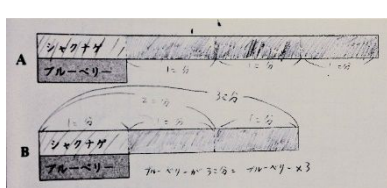


図7：正しい倍の表現

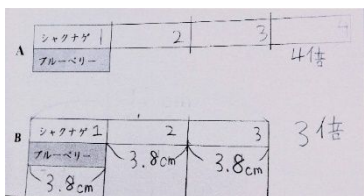


図8：正しい倍の表現

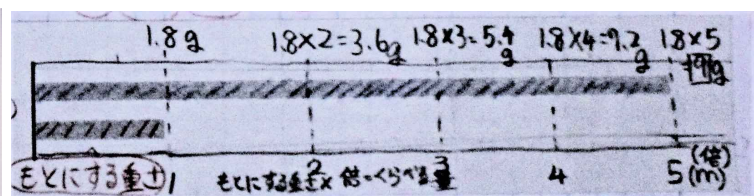


図9：1mで1.8gの紐、5mの重さの表現

児童の反応は、それぞれの思いが反映されている。それらの思いを大切にしながら、線分図で2倍、3倍、4倍とかいていくと、線を数多く引かなければならないが、原点0を書き、基準とする長さを1とする数直線を描くことで、簡潔、明瞭、的確に表現できることを指導していった。

倍の数直線を下に描くことを指導した後、図8に見られる長さの表現を生かして、cm単位の長さの数直線を上に描くことを指導した。次の時間に1mで1.8gの紐を見せて、5mでは何gになるかを数直線で表せないか問いかけたところ、図9のような表現が見られた。原点0を描いていないが、5mが1mの5倍であることから、5mの重さは、1.8gを基準にして、5倍になることを表現できるようになっていたのである。

倍の数直線目盛りに対応した重さの数直線目盛りに、 $1.8 \times 2 = 3.6$ 、 $1.8 \times 3 = 5.4$ 、...と書き、5m(倍)は、 $1.8 \times 5 =$ 、は9と求められることを説明している。基準とする1.8gを1.8cmの長さで表し、2倍から5倍までの長さを計算で求めて目盛りを描いているのである。重さを求める式がかけ算になることを実感的に理解できるようになる重要な活動であると判断した。

図の操作で小数倍を求め、小数倍もわり算で求められることを見いだす

倍を操作で求める活動は、第2学年のかけ算の前に行っている。そして、第3学年で、かけ算の逆で倍を求めて、わり算を約束してきた。第4学年で、小数倍があることも倍を操作で求める活動から指導するとよいことが明らかになった。

図10は、イチヨウのテープの長さがモミジのテープの長さの2.7倍であることを実測で求め、説明した図である。これをもとにして、わり算で2.7倍を求められることを、倍を で表し、 $5 \times = 13.5$ 、 $13.5 \div 5 =$  と説明していた。小数をかける式の意味は、未習であるが、倍の数直線の目盛りに対応した長さを求める式を5cmの 倍だから  $5 \times$  と書いてよいという判断ができるようになっていたのである。

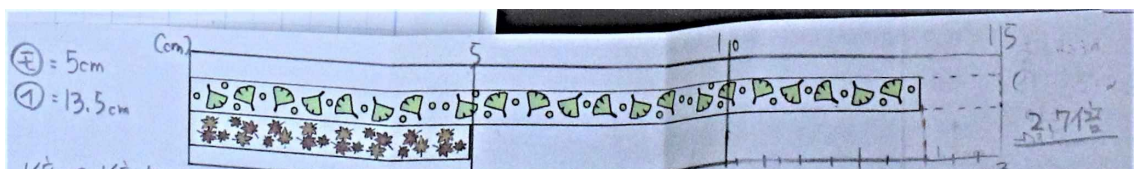


図10：基準にした5cmを10等分した目盛りを描いて2.7倍を求め、説明する



(5) 小数をかけるかけ算が用いられる場合を説明する

2019年度、本研究による授業が初めての学級で図11を示して、「横の長さが縦の長さの1.2倍、高さは縦の長さの0.4倍(1校は0.5倍)の直方体の箱を作ります。この直方体はAとBどちらになるとおもいますか。」と問いかけた。その結果、2校合計135名の児童の反応は、A:98名(72.6%)、B:24名(17.8%)、不明:13名(9.6%)であった。小数をかけるかけ算の指導でも、初めに、小数倍の意味を確認する活動が重要であることが明らかになった。

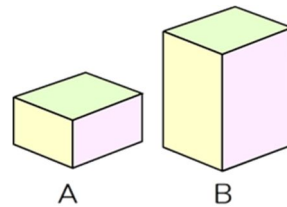


図11: 2つの直方体

2019年度の実験授業(75名)では、縦の長さを5cmにしたとき、横の長さを $5 \times 1.2 = 6$ とした児童は88%、高さを $5 \times 0.4 = 2$ とした児童は82.7%であった。2020年度は、児童数が少なく、単純に比較できないが、いずれも90%近い反応を得た。

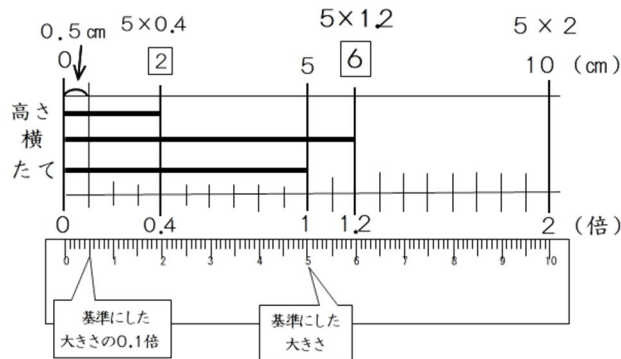


図12: 比べた長さの目盛りにかける式を書く

2020年度の指導資料の解説では、第4学年の数直線の図と同様に倍の数直線の目盛りに対応した長さの数直線の目盛りにかける式を書き入れた図(図12)を加えている。このように表現できるようにすることが重要であることが明らかになった。

(6) 小数で割るわり算が用いられる場合を説明する(第5学年)

2020年度、縦3.8cm横9.5cmのカードを見せて、小数で割るわり算を作れるか問いかけた。横の長さは縦の長さの何倍かを求める場合にわり算を用いることを説明するのに、3.8cmや9.5cmを10等分する活動をするのが難しい。アイデアを出させた後、縦横それぞれ10等分した格子を描いたカードを与えるとよいことが明らかになった。(図13)

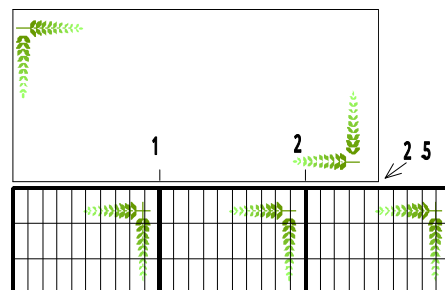


図13: 縦、横の長さをそれぞれ10等分した格子を付けたカードで調べる

これを数直線の図で表すときは、実寸ではカードの目盛りを活用したり、3.8cmを10等分しやすい5cmで表したりして、 $3.8 \times \quad = 9.5$ と立式し、 $\quad$ をかける算の逆で $9.5 \div 3.8$ というわり算で求められることを説明できることが明らかになった。

(7) 分数をかけるかけ算が用いられる場合を説明する(第6学年)

2017年度から2020年度まで直角を基準にして角の大きさを調べ、式で表す活動を促したとき、分数をかける式で表そうとするかを調査した。その結果、次のことが明らかになった。

- ・角の大きさを求める段階では、折り紙をどのように使えば求められるかが児童にとって主たる課題であり、答えが分かった後で、式の表し方が課題になる。

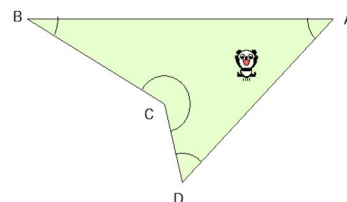


図14: 角の大きさを調べる図

- ・直角の3倍の角を提示しても分数倍を意識させることにはならない。調べる角の数は最小限にして、角の大きさを求める時間やどのような式で表すのがよいかを考える時間を増やす方が効果的である。

- ・分数倍の基準となる、 $1/3$ 直角を省き、 $2/3$ 直角とすることは、調べ方を難しくするだけで効果的ではない。

- ・調べた結果を分数倍と捉えられるようにするには、数直線に調べた角の大きさを表す活動が効果的である。

このようなことから、2020年度に用いた図14のような $1/2$ 直角、 $1/3$ 直角、 $2/3$ 直角、 $5/2$ 直角によって構成された凹四角形を用いること、そして、ここまで体系的に学習してこなかった児童も数直線を用いてかけ算の式を表現できるように配慮した指導資料とすることが重要であることが明らかになった。

(8) 分数で割るわり算が用いられる場合を説明する(第6学年)

分数で割るわり算は、倍を求める場合、基準にした大きさを求める場合、比例関係にある異種の2量について、倍を求めて問題を解決する場合と一方の量の単位に当たる量を求める場合に用いられる。これまでの指導では、初めに異種の2量の場面を用いている。しかし、次のように同種の2量の倍を求める場合から指導することが効果的であることが明らかになった。

2mと $2/3$ mのテープを見て、倍を求める問題を作る。「1dLのペンキで $2/3$ m<sup>2</sup>の板に色をぬりました。」の文に加えて、倍を求めて解決する問題を作る。高さが等しく、底辺が3:4になっている図(図16)を見て基準にした大きさを求める問題を作る。「 $2/3$ dLのペンキで $5/4$ m<sup>2</sup>の板に色をぬりました。」の文に加えて基準にした大きさを求めて解決する問題を作る。

2020 年度まで 倍を求める問題を作る活動の後は、与えられた問題を解決する活動を行ってきた。しかし、2021 年度、第 4 学年の実験授業で数直線の指導の在り方と効果が明らかになったことで、比例関係にある異種の 2 量の場面でも倍を求めて解決する問題作りをするよいいことが明らかになった。

具体的には、「1 dL のペンキで  $\frac{2}{3} \text{ m}^2$  の板に色をぬりました。」に続けて文を加え、暗算で倍を求めて解決できる問題を作ろうと働きかける。そうすると「同じ塗り方で  $\frac{6}{3} \text{ m}^2$  の板に色をぬるには何 dL

のペンキが必要ですか。」というような商が整数となる問題を作る。さらに、 $\frac{6}{3} \text{ m}^2$  ではなく、 $\frac{5}{4} \text{ m}^2$  や  $\frac{2}{5} \text{ m}^2$  のような場合でも倍をわり算で求めて問題を解決できるか説明しようと働きかける。このようにすることで、図 15 のような数直線の図を描いてかけ算の逆のわり算で倍を求めて問題を解決できることを説明できるようになることが明らかになった。

倍を求める場合は、基準にした大きさも比べる大きさも見えているので分かりやすい。しかし、基準にした大きさを求める場合は、見えない基準にした大きさの何倍かの数と比べた大きさから基準にした大きさを求めるので、問題解決が難しい。問題作りをさせる場合、図 16 のように、容易に倍が見える場面を提示するとよいいことが明らかになった。

図 16 を示して、どんなことが分かるか問いかけると、底辺に着目して「赤い三角形の面積は、黄色い三角形の面積の  $\frac{4}{3}$  倍です。」という反応が得られる。

この反応を活かして、赤い三角形の面積を決めれば基準にした大きさを求める問題を作れることを発見させる。赤い三角形の面積を  $6 \text{ cm}^2$  と決めると、図 17 のような数直線の図を描いて、基準にした 1 倍の面積を  $X$  で表せば  $X \times \frac{4}{3} = 6$  と式を立て、 $X$  をかけ算の逆で求められると説明出来るようになる。(図 17)

大きさを比べる場面で基準にした大きさを求める場合にわり算が使われることを説明出来たら、比例関係にある異種の 2 量の場面の問題が残っていることに気づかせる。「異種の 2 量の場面でも、わり算で基準にした大きさを求める場合があるか調べよう。」と働きかける。そして、「 $\frac{2}{3} \text{ dL}$  のペンキで  $\frac{5}{4} \text{ m}^2$  の板に色を塗りました。」に続けて、「わり算 1 回で答えを求める問題を作りましょう。」と働きかけると 同じ塗り方で  $1 \text{ m}^2$  の板に塗るペンキの量は何 dL ですか。

同じ塗り方で 1 dL のペンキで塗れる板の面積は何  $\text{m}^2$  ですか。という 2 つの問題が作られる。これを数直線の図で表すと の問題は図 18 のようになる。これによって、基準にした大きさを求める場合と単位に当たる大きさを求める場合を統合的に見ることが出来るようになることが明らかになった。

以上の例示のほか、長さ比べ(第 1 学年)分数(第 3 学年)小数(第 3 学年)角の大きさ(第 4 学年)わり算と分数(第 5 学年)の単元についても同様に研究を進め指導資料を作成することができた。研究成果の詳細は、実験授業とその評価による指導資料作成の考え方、及び、改善した指導資料(各単元の指導内容の解説と各時間の指導細案によって構成)そして、研究発表した論文とを合わせて「倍と乗除計算の意味に関する体系的な学習指導 - 指導資料集 -」研究成果報告書(全 324 頁)としてまとめた。研究にご協力いただいた多くの学校の皆様に深く感謝申し上げる。

< 引用文献 >

国立教育政策研究所、乗法の意味、平成 26 年度全国学力・学習状況調査報告書、2014、32 - 36  
 国立教育政策研究所、角の大きさ、平成 27 年度全国学力・学習状況調査報告書、2015、41 - 45  
 松丸 剛、除法の意味の導入指導、愛知淑徳大学論集 - 教育学研究科篇 -、第 6 号、2016、59 - 70  
 松丸 剛、分数の初期段階の指導に関する研究、愛知淑徳大学論集 - 教育学研究科篇 -、第 5 号、2015、43 - 54  
 松丸 剛、倍と第 2 学年の乗法に関する研究、愛知淑徳大学論集 - 教育学研究科篇 -、第 4 号、2014、29 - 40

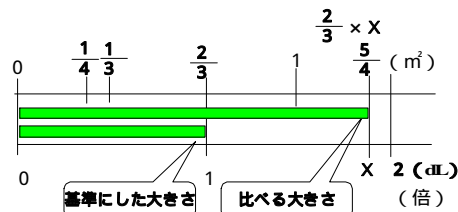


図 15：異種の 2 量で倍を求める図

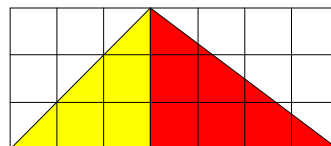


図 16：倍が見える場面

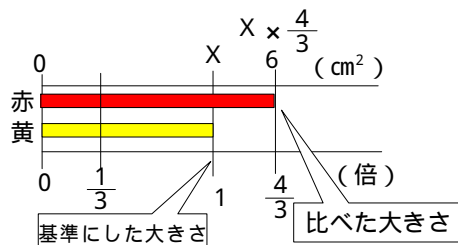


図 17：基準にした大きさを求める図

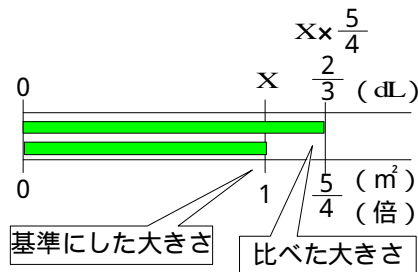


図 18：単位量に当たる(基準にした)大きさを求める図

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 0件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 5件）

1. 著者名 松丸 剛・清水静海	4. 巻 第11号
2. 論文標題 倍と乗除計算の意味に関する体系的な学習指導 - 分数の乗除計算の学習に用いる図に関して -	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 愛知淑徳大学論集 - 教育学研究科篇 -	6. 最初と最後の頁 53 ~ 64
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 松丸 剛・清水静海	4. 巻 第10号
2. 論文標題 倍と乗除計算の意味に関する体系的な学習指導 - 小数の乗除計算の意味の指導 -	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 愛知淑徳大学論集 - 教育学研究科篇 -	6. 最初と最後の頁 45 ~ 56
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 松丸 剛・清水静海	4. 巻 第9号
2. 論文標題 倍と乗除計算の意味に関する体系的な学習指導 - わり算と分数の指導 -	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 愛知淑徳大学論集 - 教育学研究科篇 -	6. 最初と最後の頁 39 ~ 49
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 松丸 剛・清水静海	4. 巻 第8号
2. 論文標題 倍と乗除計算の意味に関する体系的な学習指導 - 角の大きさと分数の乗除計算の意味の指導 -	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 愛知淑徳大学論集 - 教育学研究科篇 -	6. 最初と最後の頁 43 ~ 52
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 松丸 剛・清水静海	4. 巻 第7号
2. 論文標題 倍と乗除計算の意味に関する体系的な学習指導 - かけ算とわり算の意味の導入指導 -	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 愛知淑徳大学論集 - 教育学研究科編 -	6. 最初と最後の頁 43～54
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	清水 静海  (SHIMIZU Shizumi)  (20115661)	帝京大学・公私立大学の部局等・教授     (32643)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------