

令和元年6月19日現在

機関番号：32683

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K04783

研究課題名(和文) 児童生徒の図形の概念形成に関する枠組みの見直しとカリキュラム開発

研究課題名(英文) Review of the framework for forming the concept of figures of children and curriculum development

研究代表者

辻 宏子 (TSUJI, Hiroko)

明治学院大学・心理学部・准教授

研究者番号：20374754

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,200,000円

研究成果の概要(和文)： 質問紙調査より、義務教育段階における児童・生徒の図形の認識、特に「高さ」などの関係概念には現状課題があることが明らかである。この課題に対し、文献研究の成果から動的幾何環境(以下、DGE)の利用の効果が期待される一方で、DGEを利用した効果評価のために、DGEにおける図の解釈に基づいて、学習者の図形の認識の変化を記述する枠組みが必要であることが明らかになった。

上記に基づき、本研究では、まず「点の自由度」の概念を導入した枠組みを理論的に開発した。次に、大学生を対象としたDGEでの作図課題の調査によって枠組みの検証・改善を進めた。今後の課題は、義務教育段階の子どもを対象に実証研究を行うことである。

研究成果の学術的意義や社会的意義

「教育の情報化」の動向において、「各教科等の学びにどのようにテクノロジーを活用すれば学びが深まるのか、どのように授業でのテクノロジー活用を進めていくべきかが不明確であり、学習指導要領との関係も不明確である」などが指摘されており、数学教育も同様である。本研究の成果は、これらの課題に対する解決を示唆するものである。特に現在の小学校における図形への帰納的なアプローチを生かしつつ、中学校での図形の性質についての幾何学的な探究活動におけるDGEの具体的な利用に向けた提案への基礎になる。よって本研究は、数学教育におけるテクノロジー利用の現状の改善に対する貢献が期待されることから、意義があると考えられる。

研究成果の概要(英文)： From the questionnaire survey, it is clear that there is a current problem in the recognition of geometric figures of children and students at the compulsory education stage. The effect of using dynamic geometry environment is expected for this problem. On the other hand, it became clear that, in order to verify the effect of DGE utilization, it is necessary to have a framework to describe how learner's perception of geometrical figures changes based on the interpretation of drawings in DGE.

Based on the above, this study theoretically developed a framework that introduced the concept of "degree of freedom of points". Next, we examined and improved the framework by surveying tasks for geometric construction at DGE for university students. The future task is to conduct an empirical study for children in the compulsory education stage.

研究分野：数学教育学

キーワード：動的幾何環境(DGE) 図形の教授・学習 点の自由度 カリキュラム開発 関係概念 作図

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

文部科学省によれば、2020年代に向けた「教育の情報化」の動向は、授業・学習と校務の両面でICTなどのテクノロジーを積極的に活用し、学校などの取り組みを効果的に支援することを主な目的としている。そのための各分野における課題と対応において、特に「授業・学習面でのテクノロジーの活用」については、タブレット型PCの不足など学習環境構築のための物理的な整備が進んでいないこととともに、「各教科等の学びにどのようにテクノロジーを活用すれば学びが深まるのか、どのように授業でのテクノロジー活用を進めていくべきかが不明確であり、学習指導要領との関係も不明確である」ことやテクノロジーを活用した授業で有効で質が高く、各教科等の学びが深まる教材としての「コンテンツ・アプリケーション」が不足している、あるいはその検討が十分でないことが指摘されている。同様の傾向は、各種調査の結果における算数科・数学科におけるテクノロジー利用の現状においても垣間見られる。

しかし、テクノロジーの教育利用について考えることが不可欠となった今日までに、数学教育学研究においては、特に義務教育段階における図形領域に関して、ソフトやコンテンツの開発研究が進められると同時に、その可能性と教授・学習にもたらされる効果について理論的・実証的に研究が進められてきている。動的幾何環境(以下、DGE)の実現はその一つであり、その研究成果から、テクノロジーの導入と利用は教育において利用される新しい道具の出現にとどまらず、教育の根本的な変化を求めるまでの影響をもたらす研究課題の一つとなっている。さらにフリーかつインターネット上での利用が可能なツール型ソフトの開発や普及に伴い、利用が一層進展することが期待されていたのである。にもかかわらず、上述のようなテクノロジー利用に関する現状の課題からは、算数科・数学科の指導に携わる教員によるテクノロジー利用の効果に対する認識や期待が、未だ研究者間で認められているほどではなく、研究成果は浸透していないということは明らかである。すなわち、算数科・数学科の授業においてテクノロジーを「使うこと」の意味やメリットが教師にとって明確でなく、先行研究の成果が、算数科・数学科の学びを深めることや、学習指導要領との関係が不明確であることを意味し、これらの課題の解決が早急に求められている。

この課題の背景には二つの要因：学習者個人の数学的対象の認識、カリキュラム開発、がある。について、学習者個人の数学的対象の認識に、テクノロジーを導入したことによって生じる従来との相違があるのか、そのための比較分析の不足や新しい記述枠組みがなく、捉えることが難しいという点である。本研究で注目するDGEはスクリーン上で図の要素をドラッグして動かした(以下、ドラッグ機能)際に、学習者が幾何学的な概念の属性を「不変性」として視覚的に捉えることを可能にすることが一つも主な特徴である。上記の課題解決のためには、このような環境下において、学習者自身が図形概念の属性をどのように認識し、幾何学的な解釈へと変化させるのかについての議論が必要である。このように、学習者の幾何学的な解釈に基づいた図形の認識に関して、従来の環境との質的な相違について明らかにされることが必要であり、この解明が学校教育でのDGEの活用につながる。この質的な相違の明確化は、もう一つの要因である、つまり「教育の情報化」が一層進むこれからの時代に求められるカリキュラム開発の基礎となる。現状の小学校算数科・中学校数学科の図形領域における内容構成は、取り上げる学年段階の変更及び内容の削除や追加はあるものの、少なくとも平成元年の改訂以降、大きな変化はない。この理由として、日本の教育課程は子どもの発達段階と数学的な系統性を両立した世界的にも充実したものとして評価されていることがあげられる。

しかしながら、近年における教科書のデジタル化などを踏まえると、図形を学習する際の環境の変化、これに伴う図形認識のあり様や図形概念形成過程はこれまでと変化している可能性は否めない。またこれらの学習環境や教育方法の変化から生じる子どもを対象へのアプローチ、活動の変化が生じることから、これまでと同様の観点で学習成果を評価することはできない。DGEの学校教育における利活用の促進のためには、この点を明らかにして、今後の学習指導要領の改訂をはじめとするカリキュラム開発への提案を行うことが必要である。

### 2. 研究の目的

本研究は、上述の数学教育、特に初等・中等教育段階前期における図形の教授・学習におけるテクノロジー利用に関する現状の改善に向けて、児童・生徒の概念形成に焦点を当て、上述の背景として指摘した先行研究に残された課題の背景にある要因を観点とする解決に取り組むことによって、本研究の目的は次の2点である。

- 1) テクノロジー利用による図形概念形成過程に対する影響を明らかにすること。
- 2) 1)の結果を踏まえて、図形領域におけるテクノロジー導入の適時を示し、同教育段階の図形領域に関するカリキュラムについての提案を行うこと。

### 3. 研究の方法

文献研究および小学校児童から大学生を対象とした調査研究

### 4. 研究成果

#### (1) 平成28年度

幼児から義務教育段階の子どもを対象とし、図形関係概念の形成過程の再検討のための質問紙調査の作成と実施が目的であった。これに対し、次の理由から、小学校第5学年から中学

校段階を対象を絞り、調査問題の作成と実施を当該年度の目的として再設定し、活動を進めた。先の理由として、諸外国の教育課程や図形学習における ICT 利用に関する先行研究の整理の中で、動的幾何環境下の子どもの図形認識において、空間認識の質が課題であり、この空間認識の質は、平面図形での学習に基づく関係概念の形成と、その空間図形への拡張の状態に影響を受けることが推測されたからである。この推測は、研究代表者が当該年度に実施した調査結果からもうかがわれる。

上記の推測に対し、平面図形から空間図形にわたって関係概念の形成及び獲得過程を捉える理論的な枠組みが必要であるが、これは先行研究においてもほとんど見られない。この点に取り組むことは、本研究が目指す成果に直結することから、学習内容として取り上げている小学校第 5 学年以降の子どもに焦点を当てることとした。

上記の通り目的を変更した平成 28 年度においては、平面図形の「高さ」概念に関する論考を公表した。結論として、1) どの辺を「底辺」とするかは、図形の配置ではなく、長辺とする傾向が強い、2) 1) の背景には、「図形の内部に高さをとる」、「高さ」の作図において「底辺にあたる辺の内部から直交するようにかく」という考えがある。ただし、「底辺に直交する」ということについては明確ではなく、課題が見られた。

また空間図形における構成要素間の関係に関する論考の結論として、子どもの空間図形における「辺」の認識が他の構成要素よりも低く、このことが構成要素の位置関係の理解に影響している。この背景、及び平面図形の学習との連続性については今後の課題である。

(2) 平成 29 年度

「調査結果の分析及び文献研究に基づく、概念形成のプロセスの見直しと形成モデルの構築」であった。これに対し、「概念形成のプロセスの見直し」までについて取り組むことができたという現状である。

ICT、特に動的幾何ソフトの利用における要素間の関係性への注目の必要性に関わり、本研究では関係概念、特に「高さ」に注目しこれまで調査を行ってきた。その結果からは、対象概念の形成に比べ関係概念の形成は好ましい状況とは言えず、特に「高さ」の概念は、平面図形、空間図形に関わらず課題であることが明らかとなった。これらの背景には平面図形及び空間図形における求積などに関する公式導出における学習状況が関わっている。ここから考えられる ICT、特に動的幾何ソフトによる学習環境下におけるアプローチは、これまでの算数・数学、特に図形領域に関するカリキュラムの見直しが必要であると考えられる。

そこで、DGE におけるドラッグ機能による活動の変化及び図に対する直観的なアプローチから幾何学的なアプローチへの変化について、文献研究を中心に検討・考察を進めた。その結果、証明や推論に関わる中等教育段階以降における内容に対する DGE の利用に関する研究よりも、平面図形及び空間図形に関する基礎的な図形概念形成における DGE の利用に関する研究は十分ではないことが分かった。

例えば、Mariotti や Leung らの証明学習や推測の生成に対する DGE の可能性に関する一連の研究がある。これらの研究はドラッグ機能に注目し、DGE の特徴である「不変性」について理論的に考察している (Baccaglioni-Frank & Mariotti, 2010; Leung, 2008)。さらに、学習者によるスクリーン上での「不変性」の知覚が、幾何学的特性としての解釈へと変容する様を活動分析によって捉え、モデル化している (Leung, Baccaglioni-Frank, & Mariotti, 2013)。また辻 (2003a) は Fischbein による “figural concepts” に注目し、その育成に対する DGE における作図活動の有効性について検討している。さらに「不変性」の源として「点の自由度」の概念に注目し、作図過程における制約の過不足に基づく作図の分類枠組みを提案し、学習者の平面図形の認識の状態について議論している。またこれらの成果に基づき、従来扱われてきた四角形の包摂関係に関する教材を提案している (辻, 2007)。Mariotti らの研究は証明などの数学的問題解決の文脈における DGE での数学的対象の認識について議論していることに対し、基本的な平面図形概念理解の文脈における議論が、図形に関する問題解決活動における DGE の利用につながるものとしても必要であり、辻 (2003a, b) などはこれにあたる。しかし残された課題として、作図の分類枠組みの有用性や DGE における作図活動の学習者の数学的対象についての認識の変容に対する効果に関して課題が残されている。これらの課題について取り組むことや先の Mariotti らの研究との連続性を検討することは、現在の小学校における図形への帰納的なアプローチを生かしつつ、中学校での図形の性質についての幾何学的な探究活動における DGE の具体的な利用に向けた提案への基礎になる。

さらに、DGE に関する今後の研究課題として次の二つが必要であることを明らかにした。

- 1) 学習者の図形の認識に対する DGE がどのように影響しているか、その本質を明らかにすること、
- 2) 1) を踏まえた学習者の解釈及び図形の認識の変化について、特に初等教育段階から継続した分析の必要性。

これらは、紙と鉛筆による環境からドラッグ機能を実現した DGE までの認識との比較を含み、検討・考察される必要がある。また文献研究の結果、幾何学的思考に関する van Hiele モデルや Fischbein による “Figural concepts” などの既存の理論について、再検討する必要性が生じることが今後の課題として考えられる。

以上の文献研究に基づく DGE の利用、特にドラッグ機能の効果等に関する展望に関しては、投稿中、また概念形成のプロセスの見直しについては今後投稿の予定である。さらに今後の課

題として、動的幾何ソフトを利用した学習環境については、発達段階に応じた環境への適応の問題があり、初等教育段階と中等教育段階とのつながりについての一層の議論を要し、近年のプログラミング的思考とのかかわりからも考えることが必要であるという新たな課題が指摘される。

#### 文献研究における主要資料

- Baccaglioni-Frank, A., & Mariotti, M. (2010): Generating conjecture through dragging and abduction in dynamic geometry: The maintain dragging model. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 15, 3, 225–253.
- Leung, A., Baccaglioni-Frank, A., & Mariotti, M. (2013): Discernment of invariants in dynamic geometry environments, *Educational Studies in Mathematics*, 84, 439–460.
- 辻宏子(2003a): コンピュータ環境下の作図活動による figural concepts の育成, *科学教育研究*, 27, 2, 85–93.
- 辻宏子(2003b): 動的幾何環境における学習者の作図活動と「点の自由度」の認識に関する一考察, 第36回数学教育学会論文発表会論文集, 193–198.
- 辻宏子(2007): 「点の自由度」に注目した教材と生徒の活動の分析, *筑波数学教育研究*, 26, 11–18.

#### (3) 平成30年度

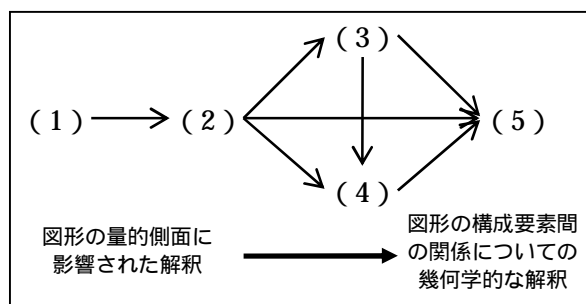
これまでの研究における基本図形の認識における関係概念の形成に関する現状の課題を踏まえた上で、DGEを導入した図形に関する義務教育段階のカリキュラム開発について、文献および実証研究を進めた。

まず、DGE利用における学習者の図形の認識及びその変容を評価するための枠組みについて検討・考察を行った。学習者によるスクリーン上の図の解釈に基づく図形の認識の状態について、文献研究の結果、様々なDGE開発の背景に共通にあると考えられる、「点の自由度」の概念の導入により、これまでの環境とは異なるDGE利用における図形の認識を評価できることが結論付けられた。これに基づき枠組みの開発に向けた調査を、大学生を対象に基本的な平面図形の作図課題及びスクリーン上の図の再生を求める課題により行った。DGEによる作図ファイル、ビデオ記録などから「点の自由度」の認識の変容を分析した結果、スクリーン上の図の解釈に基づく、図形の認識が、直観的なレベルから幾何的・論理的レベルへと変容する様を「点の自由度」の認識により記述するための以下の枠組みを開発し、発表した(日本科学教育学会「科学教育研究」に採録済み)。

まず、ドラッグ操作に基づく環境における作図の分類として、次の5つを設定した。

- (1) 制約が全くない
- (2) 長さや角の大きさの指定による制約
- (3) 制約のし過ぎ
- (4) 制約の不足
- (5) 適切な制約

また、これらの分類が、図形の量的側面に影響された解釈から図形の構成要素間に関する幾何学的な解釈に変化するまでの、学習者の作図の変化について、次のように関係づけた。



この妥当性について、大学生によるDGEにおける作図活動について調査し、質的分析により、検討考察を進めた。その結果、次の二つを結論付けることができた。

1) DGEにおける作図は、「点の自由度」の観点と学習者の図形の認識の状態から5タイプに分類することができる。またこれらは、図形の認識において、「見た目」や「形」の他に長さや角度などの「量」からの影響を大きく受けている状態から、幾何学的な解釈による要素間の依存関係の認識に至るまでのプロセスと関係づけられる。

2) 幾何学的な解釈が不十分な図形の認識にある学習者は、新しい作図のタイプ(2)「長さや角の大きさの指定による制約」とタイプ(3)「制約のし過ぎ」を行き来する可能性が高い。このことからこの2つのタイプは、図形の認識のレベルに関係づけられる可能性がある。

今後の課題としては、作図の分類におけるタイプ(2)とタイプ(3)の間について、分類枠組みの他のタイプやタイプ間の関係の妥当性を検討すること、様々なソフトで実現されるDGEにおいて、作図活動にどのような違いが生じるか、その比較を行うこと、これらを踏まえ、学

習者の図形の認識と作図活動の関係を分析することを通して検討を重ねる必要がある。

次に導入の適時性について検討・考察を行った。先の調査から、DGE 利用が先の関係概念の形成に効果があり、基本的な図形の理解以降、平行や高さなどの概念が導入される以前に DGE を導入することが適時であることを仮説として立てることができた。特に小学校第 4 学年からにおける導入が想定される。しかし、児童・生徒を対象とした実証的な検討において課題が残る結果である。これらについて先行研究においては、教室での利用に対する研究成果を示しているが、それらはすべて DGE 利用の効果とはいいいがたく、教師による授業実践の質によるものであることがうかがわれる。DGE 利用の効果の検証のための研究計画の再検討が必要である。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 5 件)

1. 辻宏子 (2019): 動的幾何環境 GeoGebra における作図活動に関する考察 - 「点の自由度」の概念に焦点をあてた分類枠組みの提案と検証 - . 科学教育研究, 43(2), 採録済み。(査読有)
2. 辻宏子 (2018): 児童・生徒の「高さ」の理解に関する考察(2) - 平面図形の求積問題に関する横断的調査より - . 心理学紀要, 28, 59-70.(査読有)
3. 小野塚葵・辻宏子 (2017): フィンランドの算数科・数学科カリキュラムに関する考察—汎用的コンピテンスに焦点を当てて— . 科学教育研究, 41(4), 425-437. (査読有)
4. 辻宏子 (2017): 児童・生徒の「高さ」の理解に関する考察 —平行四辺形の求積問題に関する横断的調査より— . 心理学紀要, 27, 23-33.(査読有)
5. 小野塚葵・辻宏子 (2016): フィンランドの算数科カリキュラムに関する—考察—Transversal Competence に注目して— . 日本科学教育学会研究会研究報告, 31(4), 9-14.