

令和 5 年 5 月 2 日現在

機関番号：12501

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2016～2022

課題番号：16K05170

研究課題名（和文）Coupling理論の関数解析と代数解析

研究課題名（英文）Functional analysis and algebraic analysis of coupling theory

研究代表者

岡田 靖則（Okada, Yasunori）

千葉大学・大学院理学研究院・教授

研究者番号：60224028

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,600,000円

研究成果の概要（和文）：正規型の非線形偏微分方程式に対するcoupling方程式の研究では、適用範囲を拡大し、可解性、変換とその合成、貼り合わせを議論した。Briot-Bouquet型偏微分方程式に対するcoupling方程式の研究では、適用範囲を拡大し、対角埋め込み法を導入した。ただし、coupling変換の表象解析についてはほとんど進展がなかった。

さらに連続準同型の問題や一般化平均値作用素の問題の研究、周期性をもつ境界値問題の代数解析的な研究を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

複素領域の非線形偏微分方程式の典型的なクラスである正規型およびBriot-Bouquet型の方程式に対するcoupling理論を拡張し、適用範囲を広げた。これはcoupling理論に関数解析的な視点と写像としての実体を与えるものであり、高い学術的意義を持つものである。

研究成果の概要（英文）：As for the coupling equations for nonlinear partial differential equations of normal type, we extended the theory to a wider class of equations, and discussed the solvability, the coupling transforms and their compositions, and the continuations. As for those for partial differential equations of Briot-Bouquet type, we also extended the theory to a wider class of equations, and introduced the diagonal embedding method. However, we made little progress on the symbol calculus.

Moreover, we studied the problem of continuous homomorphisms, generalized mean value operators, and some periodic boundary value problems.

研究分野：代数解析学

キーワード：coupling方程式 代数解析 関数解析 局所凸空間

## 1. 研究開始当初の背景

微分方程式の研究において、方程式の変換理論は解の存在と一意性、接続可能性や特異性といった中心的な問題を解決する強力な鍵の一つである。線形偏微分方程式や代数的微分方程式に対しては昔から D-加群の理論や微分体の理論がよく知られているが、複素領域の非線形偏微分方程式に適用可能な一般論としては近年 (2007 年) 田原による coupling 方程式の概念が挙げられる。

田原による coupling 方程式は複素領域における正規型の 1 階非線形偏微分方程式および Briot-Bouquet 型偏微分方程式の変換を扱うもので、無限変数を持つ未知関数に対する 1 階偏微分方程式の形をしている。その形式べき級数解を解析することにより、これまで個々に扱われていた解の接続と特異解の決定の問題をある程度統一的に議論することに成功したが、個別の正当化を要する問題、複素解析性を要する問題、大域化が困難である問題、一般の変換の合成を理論として内包しない問題などを抱えていた。

大域化やより広いクラスの方程式への応用のためにも、また方程式の変換そのものへの興味からも、これらの問題点を克服した、非線形偏微分方程式に対する新しい変換理論が待たれていた。

## 2. 研究の目的

本研究は、形式級数を基盤に導入されていた coupling 方程式に、無限次元正則性による写像としての実体と層の非線形変換による局所性を与え、関数解析的および代数解析的な新しい coupling 変換の理論を構築することを目的とするものである。

これにより、方程式そのものを変換し、可逆性定理を内包する、堅牢な非線形偏微分方程式の変換論を打ち立てるとともに、応用として、種々の制約を緩和した広い範囲の非線形偏微分方程式に対し、その解の接続問題や正則解、特異解の決定問題、それらの半大域化といった、中心的な問題の解決に寄与することを見込んでいた。

### (a) Coupling 方程式の関数解析

Coupling 方程式を関数解析的に定式化し、その初期値問題の一意可解性も関数解析的手法により示すことにより、coupling が偏微分方程式の変換を与えることが解のクラスと独立に示され、さらに広い範囲の偏微分方程式への拡張が得られると期待できる。

### (b) Coupling 変換の代数解析

関数に対してその高階の偏導関数を組にすることで、Coupling 方程式の与える変換を実体を持った写像「coupling 変換」として実現できる。Coupling 変換のみならず幾何方程式を導出することにより、coupling 変換を幾何学的に扱えるようになり、合成と可逆性を得ることを期待される。

### (c) Coupling 変換の表象解析

Coupling 変換を元の偏微分方程式の組による紐付けと独立に層の非線形変換の適当なクラスとして実現し表象解析を行うことがより望ましく、応用面においても重要な役割を果たすと期待した。

## 3. 研究の方法

研究協力者の Schäfke 氏、田原氏と連絡をとりながら、対象とする偏微分方程式のさまざまなクラス毎に、次のように研究を進めた。

(1) まず単独 1 階 2 変数の、そして一般には高階および連立も含む正規型の非線形偏微分方程式に対する coupling 方程式の関数解析と coupling 変換の代数解析の実現。

(2) まず単独 1 階 2 変数の、そして一般には高階の Briot-Bouquet 型偏微分方程式に対する coupling 方程式の関数解析と coupling 変換の代数解析の実現。

(3) 単独 1 階 2 変数正規型非線形偏微分方程式の coupling 変換の表象解析。

これらに、特に coupling 方程式の関数解析に関連し、無限次元正則性や局所凸空間の理論、特に FS 空間と DFS 空間等の射影および帰納極限空間の種々の表現や、局所凸値の関数の空間の解析なども並行して行った。

そのため、研究協力者や、微分方程式、coupling 理論、関数解析、代数解析、局所凸空間などに造詣の深い、各地の専門家との研究連絡を行った。また、全般にわたって関連する書籍、論文を参考にした。

#### 4. 研究成果

(1) 正規型の非線形偏微分方程式に対する coupling 方程式の研究は比較的順調に進んだ。

適用範囲を時間変数についての複素解析性の仮定を外した方程式にも拡大し、可解性だけでなく変換とその合成、貼り合わせを議論し、応用を与えた。準線形化の利点・欠点の議論や高階で局所性を保つ非自明な例の構築も行った。これらの結果の一部は論文で、多くは口頭で発表した。

ただし、coupling 変換の表象解析についてはほとんど進展がなかった。

(2) Briot-Bouquet 型偏微分方程式に対する coupling 方程式の研究は、一部は順調に進む一方、あまり進まなかった部分もある。

複素解析的なカテゴリにおける形式解の存在に別証明を与えて見通しをよくし、対角埋め込み法の導入により形式理論の適用範囲を時間変数についての複素解析性の仮定を外した方程式にも拡大した。さらに一意性の議論のために coupling 方程式だけでなく元の偏微分方程式にも対角埋め込み法による変形を適用した。だが、形式解の収束性はまだ示せていない。これらは口頭で発表した。

関連して、連続準同型の問題や一般化平均値作用素の問題の研究、周期性をもつ境界値問題の代数解析的な研究を行い、口頭および論文の形で発表できた。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 3件／うち国際共著 3件／うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Aoki Takashi, Okada Yasunori, Sabadini Irene, Struppa Daniele C.	4. 巻 -
2. 論文標題 Infinite Order Differential Operators with a Glimpse to Applications to Superoscillations	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Recent Developments in Operator Theory, Mathematical Physics and Complex Analysis	6. 最初と最後の頁 1~26
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/978-3-031-21460-8_1	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Okada Yasunori, Yamane Hideshi	4. 巻 45
2. 論文標題 Generalized spherical mean value operators on Euclidean space	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Tsukuba Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 37 - 50
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.21099/tkbjm/20214501037	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Aoki Takashi, Ishimura Ryuichi, Okada Yasunori, Struppa Daniele C., Uchida Shofu	4. 巻 -
2. 論文標題 Characterization of continuous endomorphisms of the space of entire functions of a given order	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Complex Variables and Elliptic Equations	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1080/17476933.2020.1767086	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Aoki Takashi, Ishimura Ryuichi, Okada Yasunori	4. 巻 14
2. 論文標題 A Differential Operator Representation of Continuous Homomorphisms Between the Spaces of Entire Functions of Given Proximate Orders	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Complex Analysis and Operator Theory	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s11785-020-01031-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yasunori Okada, Reinhard Schafke, and Hidetoshi Tahara	4. 巻 2101
2. 論文標題 A formal solvability of a coupling equation for PDEs of Briot-Bouquet type	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 91--97
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計16件 (うち招待講演 2件 / うち国際学会 5件)

1. 発表者名 Yasunori Okada
2. 発表標題 On Massera type phenomena for some periodic boundary value problems
3. 学会等名 Exact WKB Analysis, Microlocal Analysis, Painleve' Equation and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yasunori Okada
2. 発表標題 Cech-Dolbeault approach to bounded hyperfunctions
3. 学会等名 FASnet20 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yasunori Okada
2. 発表標題 Inductive descriptions for entire functions with a prescribed growth
3. 学会等名 Formal and Analytic Solutions of Functional Equations, Valladolid大 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yasunori Okada
2. 発表標題 Another approach to bounded hyperfunctions
3. 学会等名 超局所解析と漸近解析, 京大(国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yasunori Okada
2. 発表標題 Coupling for partial differential equations of normal form and those of Briot-Bouquet type
3. 学会等名 微分方程式の総合的研究(招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yasunori Okada
2. 発表標題 Diagonal embedding method and resolvent calculus in the coupling theory
3. 学会等名 Algebraic analysis and Asymptotic analysis in Hokkaido, 北大
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yasunori Okada
2. 発表標題 Diagonal embedding method and resolvent calculus in the coupling theory
3. 学会等名 Formal and Analytic Solutions of Partial Differential Equations, Padova大
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yasunori Okada
2. 発表標題 Inductive and projective descriptions for entire functions with a prescribed growth
3. 学会等名 代数解析学の諸問題-超局所解析及び漸近解析-, 京大
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yasunori Okada
2. 発表標題 Diagonal embedding method and resolvent calculus -- an interpretation of coupling equations
3. 学会等名 複素領域における関数方程式の形式解と解析解, 京大
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yasunori Okada
2. 発表標題 Formal and analytic aspects of coupling equations for some partial differential equations
3. 学会等名 第20回北東数学解析研究会, 東北大
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yasunori Okada
2. 発表標題 与えられた増大度を持つ整関数の空間の帰納的・射影的表現
3. 学会等名 代数解析学の諸問題, 日大
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yasunori Okada
2. 発表標題 Formal and analytic aspects of coupling equations for some partial differential equations
3. 学会等名 微分方程式と逆問題をめぐって, 東京海洋大
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yasunori Okada
2. 発表標題 On the solvability of a coupling equation for PDEs of Briot-Bouquet type
3. 学会等名 超局所解析と漸近解析
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yasunori Okada
2. 発表標題 Diagonal embedding method for solving coupling equations
3. 学会等名 Algebraic Analysis in Yamaguchi -- D-module, microlocal analysis, summability
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yasunori Okada
2. 発表標題 On coupling equations and coupling transforms
3. 学会等名 Formal and Analytic Solutions of Partial Differential Equations (国際学会)
4. 発表年 2016年



1. 発表者名 Yasunori Okada
2. 発表標題 A continuation method for coupling transforms
3. 学会等名 超局所解析と特異摂動論の新展開
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	シェフケ ラインハルト (Schafke Reinhard)		
研究協力者	田原 秀敏 (Tahara Hidetoshi)		
研究協力者	大田 将之 (Ota Nobuyuki)		

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------