

令和 6 年 5 月 28 日現在

機関番号：22303

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2016～2023

課題番号：16K05181

研究課題名（和文）作用素平均を用いた作用素不等式の研究とその量子情報理論への応用

研究課題名（英文）Research on operator inequalities via operator means and applications to quantum information theory

研究代表者

伊藤 公智（Masatoshi, ITO）

前橋工科大学・工学部・教授

研究者番号：00510702

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,500,000円

研究成果の概要（和文）：2つの正の実数あるいは作用素の平均として算術平均（相加平均）、幾何平均（相乗平均）、調和平均が知られており、これらの平均の拡張や関連した平均の性質に関しては多くの研究が行われている。本研究では、様々な平均の間の関係についての考察を基にした不等式の開発、それらの応用としての量子情報理論に関する研究を行った。その結果、power difference mean, Lehmer mean, Heron mean, 重み付き対数平均などいろいろな平均の間の関係を明らかにすることができた。また、作用素エントロピーや作用素ダイバージェンスに関連した量についての性質を明らかにすることができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

正の実数あるいは作用素の平均については、多くの研究者により様々な角度から研究が行われている。本研究では、従来には無かった視点から多くの平均の間の関係について明らかにし、平均と関連した多くの不等式を開発した。このことは、数や作用素の平均の研究において大きな進歩をもたらした。また、作用素エントロピーや作用素ダイバージェンスに関連した量について研究成果が得られた。これらの成果により、本研究は作用素平均を用いた量子情報理論の作用素論的基礎付けに寄与することができた。

研究成果の概要（英文）：For two positive numbers or operators, the arithmetic, geometric and harmonic means are well known, and also many researchers investigate their extensions and related means. In this research, we investigate inequalities based on consideration of relations among several means and quantum information theory as their application. As a result, we get clear relations among several means, for example, the power difference mean, the Lehmer mean, the Heron mean, the weighted logarithmic mean and so on. Moreover, we have properties of quantities related to the operator entropy and the operator divergence.

研究分野：作用素論

キーワード：作用素不等式 作用素平均 作用素単調関数 作用素エントロピー

1. 研究開始当初の背景

本研究では、ヒルベルト空間上の正定値有界線形作用素(以下、正作用素と呼ぶ)について考える。正作用素の順序を保存する不等式として有名なフルタ不等式(1987)や安藤-日合の不等式(1994)は、2つの正作用素の重み付き幾何平均を用いて表現される。フルタ不等式や安藤-日合の不等式に関しては、これまで非常に多くの研究が行われてきた。他にも多くの幾何平均に関する不等式が知られている。幾何平均をはじめとした平均に関しては、正の実数の場合、正作用素の場合それぞれにおいて、様々な立場から多くの研究が行われている。

また、作用素論の立場からの量子情報理論の研究も盛んである。その中で、藤井(淳)、亀井(1989)による相対作用素エントロピーや柳、栗山、古市(2005)による Tsallis 相対作用素エントロピーなどの量子情報理論に関連する量が作用素平均を用いて与えられている。相対作用素エントロピーが対数関数を用いて定義され、幾何平均を用いて定義された Tsallis 相対作用素エントロピーの極限とみなせることから、相対作用素エントロピーと作用素平均の関係は非常に深いといえる。そして、古田(1992)によって相対作用素エントロピーと通常の順序より弱い条件である $\log A \geq \log B$ に対するフルタ型不等式の関係についての結果が示されていることから、作用素不等式と量子情報理論の間には深い関連があるものと予想される。

2. 研究の目的

本研究では、フルタ不等式をはじめとする作用素平均と関連した作用素不等式の研究と作用素エントロピーの性質の研究を行う。そして、それらの意味を精査し、量子情報理論の作用素論的基礎付けを図る。その作用素論的基礎付けにより、作用素不等式や量子情報理論の発展に寄与することを目的とする。本研究の具体的な研究項目は以下の通りである。

- (1) フルタ不等式に関連した新たな作用素不等式の開発
- (2) 作用素エントロピーの性質についての研究
- (3) 量子情報理論の作用素論的基礎付け

3. 研究の方法

本研究では、作用素不等式や作用素エントロピーの性質について研究を行い、それを基に量子情報理論の作用素論的基礎付けを図る。初年度は、既知の結果から予想される結果について精査を行い、作用素不等式や作用素エントロピーの性質について新たな結果を得る。次年度からは、量子情報理論の作用素論的基礎付けにも取り組む。

具体的な研究の方法は次の通りである。文献、書籍、インターネット等の調査や、学会、研究集会、セミナーへの参加を通して、研究分野の動向の調査と具体的な研究課題の発掘を行う。そして、そこで得られた研究課題について、コンピュータによる数値例の計算も活用して考察を行う。量子情報理論の研究については、連携研究者の渡邊雅之氏、遠山宏明氏、伊佐浩史氏、研究協力者の亀井栄三郎氏と協力して研究を行う。

本研究で得られた研究成果は、論文雑誌に投稿することにより発信される。また、学会や研究集会においても研究成果を発表する。そして、それらを通じて学内、学外の研究者との交流を深めることにより、本研究を拡大発展させることを考えている。

4. 研究成果

(1) 2つの実数あるいは作用素の平均として算術平均、幾何平均、調和平均が知られており、これらの平均を含んだいくつかのパラメータ拡張も知られている。作用素平均については、1980年に発表された久保、安藤による一般的な理論が知られており、その中で、作用素平均と作用素単調関数の対応関係が示されている。近年、作用素単調関数について調べることにより作用素平均の性質を得る研究が盛んに行われている。本研究では、異なる2つのパラメータ拡張された平均の間の関係について考察し、次の成果を得た。

算術平均、幾何平均、調和平均をすべて含み、さらには対数平均も含むパラメータ拡張として power difference mean が知られている。また、算術平均と幾何平均の重み付き算術平均は Heron mean と呼ばれる。本研究では power difference mean を Heron mean で評価する不等式を得た。この結果は、Xia, Hou, Wang, Chu (2012)による従来の結果と異なる手法を用いることにより、従来の結果を拡張したものとなっている。

power difference mean と関連した平均として Lehmer mean が知られている。本研究では Lehmer mean を Heron mean で評価する不等式を得た。さらに、この結果との結果の拡張を得た。その拡張は、Liang, Shi (2015)の結果を含んだものとなっている。

重み付きの算術平均、幾何平均、調和平均をすべて含むパラメータ拡張として、power mean がよく知られている。本研究では重み付き power mean を重み付き Heron mean で評価する不等式を得た。この結果は、重みが付かない(均等な)場合の Wu, Debnath (2011)による結果の拡張である。また、この結果を利用して、Alzer, da Fonseca, Kovačec (2015) や Khosravi (2016)の結果と関連した行列のトレースや行列式に関する不等式

を得ることができた．

(2) 本研究では，作用素単調関数として知られる Petz-Hasegawa 関数を拡張した関数の上限と下限についての結果を得た．また，Petz-Hasegawa 関数の拡張の作用素単調性については渚，和田(2015)によって示されているが，本研究ではその簡単な別証明を与えた．本研究は古田氏，山崎氏，柳田氏との共同研究として行われた．

(3) Kian, 瀬尾(2019)によって得られた負べきの安藤-日合型作用素不等式に関連して，負べきのフルタ型不等式とその一般化が藤井(正)，中本(2020)により示された．本研究の成果として，藤井らの結果をいくつかの視点から改良した不等式を得ることができた．本研究は亀井氏との共同研究により行われた．

(4) 本研究開始以前に，渡邊氏，遠山氏，伊佐氏，亀井氏との共同研究により，相対作用素エントロピー，Tsallis 相対作用素エントロピーやそれらの一般化について，基本的性質やそれらの間の関係を表す不等式を得た．本研究では，それらの先行研究を踏まえ，前記 4 名との共同研究により次の成果を得た．

作用素エントロピーは，重み付き幾何平均の重みをパラメータとする path 上の点における velocity とみなすことができる．この視点から，本研究では velocity としての作用素エントロピーと対応する量として acceleration を導入し，acceleration が velocity と対応した性質をもつことを示した．

Petz-Bregman divergence と呼ばれる作用素ダイバージェンスや，以前の研究で導入した作用素エントロピーの差として定義されるダイバージェンスの拡張として， n -th divergence を導入し，その性質について考察を行った．

(5) 2 つの実数あるいは作用素の重み付き平均として算術平均，幾何平均，調和平均が知られている．これらのパラメータ拡張としては重み付き Heron mean や重み付き power mean が知られているが，重み付き平均が知られていない平均も多い．対数平均についてはいくつかの重み付き平均が考えられているが，ここでは Pal, Singh, Moslehian, Aujla (2016)による重み付き対数平均を扱う．本研究では重み付き平均の構造に着目して考察し，次の結果を得た．

重み付き平均の定義について重みをパラメータとする path とみなす立場から精査し，Pal らの重み付き対数平均や重み付き Heron mean を含む一般化を与えた．そのことにより，新たに Heinz mean と呼ばれる平均の重み付き平均を導入し，重み付き対数平均や重み付き Heron mean との関係を示すことができた．

とは異なる重み付き平均の一般化を与えることにより，重み付き Lehmer mean や で新たに導入された重み付き Heinz mean など，いくつかの平均の間の関係を示すことができた．そして，新たに導入した重み付き平均の一般化が Barbour path と呼ばれる作用素単調関数との間に関連を持つことも示すことができた．

古市, Minculete, Moradi (2023)によって得られた数の場合の重み付き対数平均に関する不等式について考察し， α とは異なる形の一般化を用いた拡張を得た．

(5)については，研究開始当初には想定していない新たな方向性を持つ課題であった．いくつかの成果は得られたが，コロナ禍と学内業務の影響で研究が思うように進まない時期があったこともあり，まだ多くの課題が残されている状況である．そして，ここで得られた結果の量子情報理論への応用についても期待されるが，その点についても今後に残された研究課題であると考えている．

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計16件（うち査読付論文 9件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 12件）

1. 著者名 Ito Masatoshi	4. 巻 13
2. 論文標題 A family of weighted operator means including the weighted Heinz and Lehmer means	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Annals of Functional Analysis	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s43034-022-00216-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Masatoshi ITO and Eizaburo KAMEI	4. 巻 84
2. 論文標題 Furuta type inequalities related to Ando-Hiai inequality with negative powers	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Scientiae Mathematicae Japonicae	6. 最初と最後の頁 23-32
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Masatoshi ITO	4. 巻 2202
2. 論文標題 A new family of weighted operator means including the weighted Heron, logarithmic and Heinz means	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 順序を用いた作用素の構造研究と関連する話題，京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 96-105
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 H. Isa, M. Ito, E. Kamei, H. Tohyama and M. Watanabe	4. 巻 82
2. 論文標題 Velocity and acceleration on the paths $A \#_{\text{natural}}\{t\} B$ and $A \#_{\text{sharp}}\{t,r\} B$	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Scientiae Mathematicae Japonicae	6. 最初と最後の頁 7-17
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ito Masatoshi	4. 巻 22
2. 論文標題 Estimations of the weighted power mean by the Heron mean and related inequalities for determinants and traces	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Mathematical Inequalities & Applications	6. 最初と最後の頁 949 ~ 966
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7153/mia-2019-22-64	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ito Masatoshi	4. 巻 14
2. 論文標題 A new family of weighted operator means including the weighted Heron, logarithmic and Heinz means	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Inequalities	6. 最初と最後の頁 175 ~ 186
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7153/jmi-2020-14-13	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 伊藤 公智	4. 巻 2113
2. 論文標題 Estimations of the weighted power mean by the Heron mean	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 作用素平均を利用した作用素の構造解析の研究と関連する話題, 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 127-139
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ito Masatoshi	4. 巻 3
2. 論文標題 Estimations of the Lehmer mean by the Heron mean and their generalizations involving refined Heinz operator inequalities	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Advances in Operator Theory	6. 最初と最後の頁 763 ~ 780
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.15352/aot.1801-1303	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 伊藤 公智, 古田 孝之, 柳田 昌宏, 山崎 文明	4. 巻 2073
2. 論文標題 Bounds and operator monotonicity of a generalized Petz-Hasegawa function	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Banach空間に基づく技法による作用素論の最近の研究と関連する話題, 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 55-62
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また, その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 伊佐 浩史, 伊藤 公智, 亀井 栄三郎, 遠山 宏明, 渡邊 雅之	4. 巻 2073
2. 論文標題 On the n-th generalized operator valued divergences	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Banach空間に基づく技法による作用素論の最近の研究と関連する話題, 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 63-71
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また, その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 H. Isa, M. Ito, E. Kamei, H. Tohyama and M. Watanabe	4. 巻 80
2. 論文標題 Some operator divergences based on Petz-Bregman divergence	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Scientiae Mathematicae Japonicae	6. 最初と最後の頁 161-170
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ito Masatoshi	4. 巻 11
2. 論文標題 Estimations of power difference mean by Heron mean	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Inequalities	6. 最初と最後の頁 831 ~ 843
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7153/jmi-2017-11-64	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また, その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Furuta Takayuki, Ito Masatoshi, Yamazaki Takeaki, Yanagida Masahiro	4. 巻 21
2. 論文標題 Upper and lower bounds, and operator monotonicity of an extension of the Petz-Hasegawa function	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Mathematical Inequalities & Applications	6. 最初と最後の頁 155 ~ 164
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7153/mia-2018-21-13	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 伊藤公智	4. 巻 2033
2. 論文標題 Estimations of power difference mean by Heron mean	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 作用素論に基づく量子情報理論の幾何学的構造に関する研究と関連する話題, 京都大学数理解析研究所講 究録	6. 最初と最後の頁 9-21
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 伊佐浩史, 伊藤公智, 亀井栄三郎, 遠山宏明, 渡邊雅之	4. 巻 2033
2. 論文標題 Velocity and acceleration at a point of the path $A_{[t,r]} B$	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 作用素論に基づく量子情報理論の幾何学的構造に関する研究と関連する話題, 京都大学数理解析研究所講 究録	6. 最初と最後の頁 158-167
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 伊佐 浩史, 伊藤 公智, 亀井 栄三郎, 遠山 宏明, 渡邊 雅之	4. 巻 1996
2. 論文標題 Some operator divergences based on Petz-Bregman divergence	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 作用素の平均とその関連, 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 1-12
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計24件（うち招待講演 6件 / うち国際学会 3件）

1. 発表者名 伊藤 公智
2. 発表標題 Families of weighted operator means related to the weighted logarithmic and Heinz means
3. 学会等名 作用素論・作用素環論研究集会（招待講演）
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 伊藤 公智
2. 発表標題 Inequalities among the weighted Heinz mean and related ones
3. 学会等名 日本数学会2024年度年会
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 伊藤 公智
2. 発表標題 A family of weighted operator means including the weighted Heinz and Lehmer means
3. 学会等名 日本数学会2021年度秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Masatoshi ITO
2. 発表標題 Estimations of the weighted power mean by the Heron mean and related inequalities for determinants and traces
3. 学会等名 The 22nd ILAS Conference 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 伊藤 公智
2. 発表標題 A new family of weighted operator means including the weighted Heron, logarithmic and Heinz means
3. 学会等名 日本数学会2019年度秋季総合分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 伊藤 公智
2. 発表標題 A new family of weighted operator means including the weighted Heron, logarithmic and Heinz means
3. 学会等名 RIMS共同研究（公開型）「順序を用いた作用素の構造研究と関連する話題」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 伊藤 公智, 亀井 栄三郎
2. 発表標題 Furuta type inequalities related to Ando-Hiai inequality with negative powers
3. 学会等名 日本数学会2020年度年会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Masatoshi ITO
2. 発表標題 Estimations of the Lehmer mean by the Heron mean and their generalizations involving refined Heinz operator inequalities
3. 学会等名 Mathematical Inequalities and Applications 2018（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 伊藤 公智
2. 発表標題 Estimations of the weighted power mean by the Heron mean
3. 学会等名 日本数学会2018年度秋季総合分科会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 伊藤 公智
2. 発表標題 Estimations of the weighted power mean by the Heron mean
3. 学会等名 RIMS共同研究（公開型）「作用素平均を利用した作用素の構造解析の研究と関連する話題」
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masatoshi ITO
2. 発表標題 Estimations of power difference mean by Heron mean
3. 学会等名 The 21st ILAS Conference 2017 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 遠山 宏明, 伊佐 浩史, 伊藤 公智, 亀井 栄三郎, 渡邊 雅之
2. 発表標題 The n -th divergence on the path $A \forall \text{natural}_{\{t\}} B$
3. 学会等名 日本数学会2017年度秋季総合分科会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 伊藤 公智
2. 発表標題 Estimations of the Lehmer mean by the Heron mean
3. 学会等名 日本数学会2017年度秋季総合分科会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 山崎 文明, 伊藤 公智, 古田 孝之, 柳田 昌宏
2. 発表標題 Upper and lower bounds, and operator monotonicity of an extension of the Petz-Hasegawa function
3. 学会等名 日本数学会2017年度秋季総合分科会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 伊藤 公智, 古田 孝之, 柳田 昌宏, 山崎 文明
2. 発表標題 Bounds and operator monotonicity of a generalized Petz-Hasegawa function
3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型)「BANACH空間に基づく技法による作用素論の最近の研究と関連する話題」
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 伊佐 浩史, 伊藤 公智, 亀井 栄三郎, 遠山 宏明, 渡邊 雅之
2. 発表標題 On n-th generalized operator valued divergences
3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型)「BANACH空間に基づく技法による作用素論の最近の研究と関連する話題」
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 伊藤 公智
2. 発表標題 Some results on estimations of the power difference mean and related ones
3. 学会等名 作用素論・作用素環論研究集会 2017 (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 伊佐 浩史, 伊藤 公智, 亀井 栄三郎, 遠山 宏明, 渡邊 雅之
2. 発表標題 Velocity and acceleration at a point of the path $A \rightarrow_{\{t,r\}} B$
3. 学会等名 日本数学会2016年度秋季総合分科会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 伊藤 公智
2. 発表標題 Estimations of power difference mean by Heron mean
3. 学会等名 日本数学会2016年度秋季総合分科会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 渡邊 雅之, 伊佐 浩史, 伊藤 公智, 亀井 栄三郎, 遠山 宏明
2. 発表標題 Current topics on relative operator entropies and operator divergences
3. 学会等名 作用素論・作用素環論研究集会 (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 伊藤 公智
2. 発表標題 Estimations of power difference mean by Heron mean
3. 学会等名 作用素論に基づく量子情報理論の幾何学的構造に関する研究と関連する話題
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 伊佐 浩史, 伊藤 公智, 亀井 栄三郎, 遠山 宏明, 渡邊 雅之
2. 発表標題 Velocity and acceleration at a point of the path $A \rightarrow_{\{t,r\}} B$
3. 学会等名 作用素論に基づく量子情報理論の幾何学的構造に関する研究と関連する話題
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 伊藤 公智
2. 発表標題 Estimations of power difference mean by Heron mean
3. 学会等名 第41回関東作用素論セミナー (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 遠山 宏明, 伊佐 浩史, 伊藤 公智, 亀井 栄三郎, 渡邊 雅之
2. 発表標題 Relative operator entropies and operator valued divergences via divided difference
3. 学会等名 日本数学会2017年度年会
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	亀井 栄三郎 (Kamei Eizaburo)		
連携研究者	渡邊 雅之 (Watanabe Masayuku) (70167170)	前橋工科大学・工学部・教授 (22303)	
連携研究者	遠山 宏明 (Tohyama Hiroaki) (90297581)	前橋工科大学・工学部・准教授 (22303)	
連携研究者	伊佐 浩史 (Isa Hiroshi) (20295455)	前橋工科大学・工学部・准教授 (22303)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------