

令和元年6月19日現在

機関番号：32660

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K05182

研究課題名(和文) 走化性モデルと複素ギンツブルク・ランダウ型方程式の研究

研究課題名(英文) Study of chemotaxis models and complex Ginzburg-Landau type equations

研究代表者

横田 智巳 (Yokota, Tomomi)

東京理科大学・理学部第一部数学科・教授

研究者番号：60349826

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、「走化性モデルの時間大域的可解性及び解の漸近挙動」と「複素ギンツブルク・ランダウ型方程式の時間大域的可解性及び解の漸近挙動」の2つをテーマとして数学的な研究を行った。これら2つのテーマで扱う方程式にはある共通の性質があり、それからの相乗効果を利用して研究を行った。前者については、方程式の解が時間の経過にともなってある定数に収束することを示した。後者については、方程式の解がある時刻以降ゼロになることを示すことができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

走化性モデルは、餌に集中する生物や癌浸潤現象等の身近な現象を記述するモデルであり、数学的に定式化された方程式の解の存在や性質を明らかにすることは生物学的にも数学的にも重要である。複素ギンツブルク・ランダウ方程式についても、物理学における基本的なモデルであり、解の性質を数学的に研究することは重要である。本研究課題では、走化性モデルと複素ギンツブルク・ランダウ方程式の数学的研究を行い、一般性のある幾つかの研究成果を得た。それらは様々な現象解明の基礎になると考えられる。

研究成果の概要(英文)：In this research we made mathematical studies of two themes, 'Global-in-time solvability and asymptotic behavior of solutions to chemotaxis models' and 'Global-in-time solvability and asymptotic behavior of solutions to complex Ginzburg-Landau type equations'. There is some common property in the equations dealt with in these two themes and we made a study by using a synergistic effect from it. As to the former theme, we showed that the solution of the equation converges to a constant as time passes. As to the latter theme, we could show that the solution of the equation vanishes after some time.

研究分野：関数方程式・発展方程式

キーワード：走化性方程式 解の存在と有界性 解の漸近挙動 複素ギンツブルク・ランダウ方程式

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

細胞性粘菌の運動を記述するケラー・シーゲル系やその関連モデルは走化性モデルと総称され、国内外において近年活発に研究されている。一方、複素ギンツブルク・ランダウ方程式は、数学と物理学の双方にまたがり盛んに研究されている。前者については、特別な場合に限定されていることが多く、より一般的な走化性モデルに対しては研究課題が多く残されている。後者についても、方程式において係数関数が非有界な場合の研究が難航しており、時間大域的可解性と解の漸近挙動の両者ともに課題が山積している。走化性モデルについては、第二方程式を単純化した放物・楕円系の場合や線形拡散の場合には多くの精密な結果が知られているが、そうでない場合は難易度が高いために研究が少ない。また、複素ギンツブルク・ランダウ方程式において特に位置を表す変数に関して非有界な場合の研究について、関連性の強い非線形シュレディンガー型方程式に対する研究と比較すると、遅れているようである。

2. 研究の目的

上記の背景をもとに、本研究では、以下の2つの研究を行う。

(1) 走化性モデルの時間大域的可解性及び解の漸近挙動。特に、感応性関数をもつ走化性モデルについて未解決問題として残されている解の時間に関する一様な有界性や定数定常解の漸近安定性を示すことを目的とする。また、流体中の2種の走化性モデルや癌浸潤モデルに対する時間大域解の存在と有界性を明確にする。最終的には、拡散項、凝集項、増殖項の一般化した走化性モデルに対して、時間局所解の存在、解の延長の判定基準、時間大域解の存在、解の爆発に関する研究手法を開発することを目的とする。

(2) 複素ギンツブルク・ランダウ型方程式の時間大域的可解性及び解の漸近挙動。熱方程式に対して知られている解の爆発解析の手法を、複素ギンツブルク・ランダウ型方程式に適用し、新しい結果を得ることを目的とする。また、方程式に現れる複素係数がある条件を満たす場合の解の有限時刻での消滅の様子を詳しく解析することを目的とする。さらに、方程式の拡散項が空間変数に依存する場合や方程式が1階導関数やポテンシャルを含む場合の研究の完成と総括を行うことも目的とする。

3. 研究の方法

上記の目的で述べた(1), (2)に対して、それぞれ以下の方法により研究を行う。いずれの研究についても、研究の進捗や成果報告を国内外の研究集会で定期的に発表し意見交換等を行うことが効果的に研究を進めるために重要であると考えている。

(1) 走化性モデルに対しては、Michael Winkler 氏の論文(J. Math. Pures Appl., 2013)における研究手法を一部改良することにより、少なくとも高次元の場合の解の有限時刻爆発の解析は可能であると考えられる。また、感応性関数をもつ走化性モデルに対しては、凝集項を定数的に扱うことでエネルギー法に持ち込むことを考える。流体中の2種の走化性モデルや癌浸潤モデルやより一般化された走化性モデルについては、基本的には特別な場合の先行研究の手法を参考にする。

(2) 複素ギンツブルク・ランダウ型方程式に対しては、まず、熱方程式に対して知られているエネルギー関数を用いた解の爆発解析の手法を適用する。次に、解の消滅については、利用するノルムの種類を変えることで消滅の様子を詳しく解析する。これにより先行研究の改良を与える。方程式の拡散項が空間変数に依存する場合や方程式が1階導関数やポテンシャルを含む場合については、それに対応するような一般の2階楕円型作用素が生成する解析的半群の理論をもとに考察する。

4. 研究成果

上記の目的で述べた(1), (2)に対して、それぞれ以下の研究成果を得た。得られた成果は、後で記すように論文または研究集会で発表した。

(1) 感応性関数をもつ走化性モデルについて、一般的な設定で解の時間に一様な有界性を導く最良の条件を求めることができた。また、未解決問題として残されていた感応性関数をもつ走化性モデルに対する定数定常解の漸近安定性を示す決定的な結果を、Michael Winkler 氏との国際共同研究において得ることができた。また、流体中の2種の走化性モデルや癌浸潤モデルに対する時間大域解の存在と有界性を明確にできた。さらに、拡散項、凝集項、増殖項の一般化した走化性モデルに対して、時間局所解の存在、解の延長の判定基準、時間大域解の存在、解の爆発に関する研究手法の開発に向けた足掛かりとなる結果を得た。

(2) 熱方程式に対して知られている爆発解析の手法が、複素ギンツブルク・ランダウ型方程式に適用可能であることを示すことができた。また、方程式に現れる複素係数がある条件を満たす場合の解の有限時刻での消滅のレートについて詳細な情報を導くことができた。さらに、方程式の拡散項が空間変数に依存する場合や方程式が1階導関数やポテンシャルを含む場合の研究についても一般化を可能にする事実が明らかになり本質的な部分は完成したと言える。

5 . 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 10 件)

Ryosuke Osawa, Tomomi Yokota, Boundedness in a chemotaxis model with nonlinear diffusion and logistic type source for tumor invasion, *Advances in Mathematical Sciences and Applications*, 27, 2018, 224-240, 査読有.
<http://mcm-www.jwu.ac.jp/~aikit/AMSA/current.html>

Kentarou Fujie, Sashiko Ishida, Akio Ito, Tomomi Yokota, Large time behavior in a chemotaxis model with nonlinear general diffusion for tumor invasion, *Funkcialaj Ekvacioj. Serio Internacia*, 61, 2018, 37-80, 査読有.
<http://www.math.kobe-u.ac.jp/~fe/>

Masaaki Mizukami, Hirohiko Otsuka, Tomomi Yokota, Global existence and boundedness in a chemotaxis-haptotaxis system with signal-dependent sensitivity, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 464, 2018, 354-369, 査読有.
DOI: 10.1016/j.jmaa.2018.04.002

Takeshi Fukao, Shunsuke Kurima, Tomomi Yokota, Nonlinear diffusion equations as asymptotic limits of Cahn Hilliard systems on unbounded domains via Cauchy's criterion, *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 41, 2018, 2590-2601, 査読有.
DOI: 10.1002/ma.4760

Takahiro Hashira, Sachiko Ishida, Tomomi Yokota, Finite-time blow-up for quasilinear degenerate Keller-Segel systems of parabolic-parabolic type, *Journal of Differential Equations*, 264, 2018, 6459-6485, 査読有.
DOI: 10.1016/j.jde.2018.01.038

Michael Winkler, Tomomi Yokota, Stabilization in the logarithmic Keller-Segel system, *Nonlinear Analysis*, 170, 2018, 123-141, 査読有.
DOI: 10.1016/j.na.2018.01.002

Masaaki Mizukami, Tomomi Yokota, A unified method for boundedness in fully parabolic chemotaxis systems with signal-dependent sensitivity, *Mathematische Nachrichten*, 290, 2017, 2648-2660, 査読有.
DOI: 10.1002/mana.201600399

Shunsuke Kurima, Tomomi Yokota, Monotonicity methods for nonlinear diffusion equations and their approximations with error estimates, *Journal of Differential Equations*, 263, 2017, 2024-2050, 査読有.
DOI: 10.1016/j.jde.2017.03.040

Misaki Hirata, Shunsuke Kurima, Masaaki Mizukami, Tomomi Yokota, Boundedness and stabilization in a two-dimensional two-species chemotaxis-Navier-Stokes system, *Journal of Differential Equations*, 263, 2017, 470-490, 査読有.
DOI: 10.1016/j.jde.2017.02.045

Masaaki Mizukami, Tomomi Yokota, Global existence and asymptotic stability of solutions to a two-species chemotaxis system with any chemical diffusion, *Journal of Differential Equations*, 261, 2016, 2650-2669, 査読有.
DOI: 10.1016/j.jde.2016.05.008

[学会発表] (計 8 件)

Tomomi Yokota, Finite-time blow-up in a quasilinear Keller-Segel system with degenerate diffusion, *Mathematical aspects of chemotaxis, cross-diffusion effects and concentration phenomena*, 2018年2月12日, Warsaw (Poland)

Tomomi Yokota, Remarks on boundedness and stabilization in a fully parabolic Keller-Segel system with signal-dependent sensitivity, *The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications*, 2018年7月5日, Taipei (Taiwan)

Tomomi Yokota, Finite-time blow-up in a quasilinear Keller–Segel system with degenerate diffusion, Mathematical aspects of chemotaxis, cross- diffusion effects and concentration phenomena, 2018年2月12日, Warsaw (Poland)

Tomomi Yokota, Boundedness in some chemotaxis systems, Partial Differential Equations and Applied Mathematics Seminar, 2018年1月3日, Seoul (Korea)

Tomomi Yokota, Asymptotic stability in a two-dimensional two-species chemotaxis-Navier-Stokes system with competitive kinetics, Equadiff 2017, 2017年7月25日, Bratislava (Slovakia)

Tomomi Yokota, Boundedness in fully parabolic Keller-Segel systems, 微分方程式の総合的研究, 2016年12月18日, 京都大学

Tomomi Yokota, Mathematical analysis of a chemotaxis model via maximal regularity, The 41st Sapporo Symposium on Partial Differential Equations, 2016年8月8日, 北海道大学

Sachiko Ishida, Tomomi Yokota, Boundedness in a quasilinear parabolic-parabolic Keller-Segel system via maximal regularity, The 11th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, 2016年7月3日, Orland (USA)

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

〔その他〕

ホームページ等 なし

6. 研究組織

(1)研究分担者 なし

(2)研究協力者 なし

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。