

令和元年6月16日現在

機関番号：12101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K05248

研究課題名(和文)多色点集合の離散幾何

研究課題名(英文)Discrete geometry on many colored point sets

研究代表者

加納 幹雄(Kano, Mikio)

茨城大学・理工学研究科(工学野)・名誉教授

研究者番号：20099823

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：平面上に与えられた2色点集合(赤点と青点の集合)に対して成り立つ離散幾何的な性質のあるものは、一部修正することにより3色点集合の性質へと拡張できる。そのような3色点集合の性質へと拡張できるものを見つけ、それが正しいことを証明することが目的である。さらにd次元空間のd+1色点集合にも拡張できるものもある。ハンバーグ定理と命名されたものはその典型的な例であり、本研究で示した。その他、課題に関連する離散幾何の問題やグラフ理論の問題について研究成果を得た。これらは12本の論文にまとめて発表した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

平面上に与えられた赤点と青点に関する幾何的な定理は100年くらい前からいくつか知られていたが、本格的に研究が始まったのはこの30年くらいである。そしていくつかの研究成果が得られ、類似の性質が3色点集合でも成り立つことがいくつか知られてきた。本研究では平面上に与えられた3色点集合上の各種幾何的な性質・定理を得ることを主目標とし、いくつかの結果を得た。これらはさらに高次元への拡張や、4色以上の点集合の問題へと進展していくものと思われる。また、これと関連するグラフ理論の問題などにも影響をあたえると思われる。

研究成果の概要(英文)：For given three colored point sets in the plane, we considered some geometric problems on them, which are arising from the discrete geometry on two colored point sets in the plane. Moreover, some problems can be extended to spaces. For example, we proved that there exists a balanced line for three colored point sets in the plane, and also showed the existence of balanced hyperplane in the d-dimensional space for d+1 colored point sets. We also obtained some other results on discrete geometry and graph theory related to the research project, and these results were published in 12 papers.

研究分野：離散数学

キーワード：離散幾何 平面上の多色点集合 幾何的グラフ 赤点と青点集合 グラフ理論

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

平面上に与えられた2色点集合(赤点と青点の集合)に対しては、古典的な結果とは別に、近年多くの新しい結果が得られ、さらに多くの研究へとつながっている。一方、2色点集合に対する結果は一部を修正して3色点集合まで拡張できることが知られている。著者もこの方面への貢献のある研究者の一人である。これをさらに進めることが本研究課題である。

2. 研究の目的

平面上に与えられた3色点の集合における離散幾何を研究することが目的である。この中には高次元へと自然に拡張できるものもあり、可能なら高次元への拡張も試みたい。特に、次に述べる3つの具体的な問題を本研究の指針とした。(1) 平面上の3色点集合に対する一般化された平衡分割直線の存在とその高次元化、(2) 平面上の4色点集合を2本の直線による交互領域で2等分割する問題、(3) 平面上の赤点と青点を無交差な幾何的星グラフ $K(1,3)$ で被覆する問題。

3. 研究の方法

平面上の2色点集合に関する研究を元に、新しい手法を導入して研究を進めてゆく必要がある。例えば、本研究ではポルスク・ウラムの定理の新しい適用手法や、赤点と青点が凸領域の境界上にあるとき、無交差な幾何的星グラフ $K(1,3)$ 被覆を直接与える手法などを考えた。また、場合によっては計算機による探索も有効である。

4. 研究成果

(1) まず概要を説明する。提示した3つの具体的な問題については、2つについてある程度納得できる研究成果が得られ、論文として発表したものと準備中のものがある。一方、1つの問題については昨年外国の研究者により解決された。具体的に提示した問題の他に、直線上の3色点集合に関するある平衡化問題の解決や、2色点に関する幾何的グラフの問題、離散幾何の問題、グラフ理論における研究成果を得た。以下にこれらについて説明する。

(2) 平面上に赤点と青点の集合があると、各点集合を同時に2等分割する直線が存在することが知られている。これをハム・サンドイッチ定理という。これを赤点と青点と緑点が合わせて $2n$ 個あり、各色の点は n 個以下であるとき、平面を直線で2つの領域に分け、1つの領域には3色の点が合わせて k 個あり、各色の点はそれぞれ $k/2$ 個以下であり、他方の領域には3色の点が合わせて h 個あり、各色の点はそれぞれ $h/2$ 個以下あるようにできる。このとき $k+h=n$, $2k, h$ である。このような直線を一般化された平衡分割直線とよぶ。これを3次元以上の空間に拡張することが問題の1つであった。これについては、平面上の場合を含めて一般的な証明を与え、またハム・サンドイッチとの違いを強調してハンバーグ定理と名付けた。

(3) 平面上に与えられた4色点集合は、2本の直線による交互分割によって2等分割できるだろうという問題は、昨年(2018年)海外の研究者によって独自に見つけられ、また証明された。3つ目の問題は平面上に与えられた赤点と青点の集合を、交差のない幾何的星グラフ $K(1,3)$ で被覆する問題である。予想の完全な解決にはまだ遠いが、十分な内容のある部分的な解答が得られ、論文として発表した。例えば与えられた点集合が凸多角形の頂点にあるような場合には完全に解決した。

(4) この他、直線上に赤点が $2a$ 個、青点が $2b$ 個、緑点が $2c$ 個あるとする。すると全体では $2(a+b+c)$ 個の点があり、これを真ん中で2等分する。すると左側と右側では例えば赤点の個数が違う。このときある連続する x 個の点を左側からとり、同時に右側からも適当な連続する x 個の点をとり、これらを入れ替える。すると左側と右側で各色の点の個数が等しくなるようにできることを示した。これはパズル的な問題であるが、ポルスク・ウラムの定理という離散幾何の定理を用いて示された。

(5) 上記の他に、関連する離散幾何の研究や、グラフ理論の研究を行い、12本の論文にまとめて発表した。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 12件)

Nastaran Haghparast, Mikio Kano, Shunichi Maezawa and Kenta Ozeki, Connected Odd Factors of Graphs, The Australasian Journal of Combinatorics, 査読有, Vol.73, 2019, 200-206. <https://ajc.maths.uq.edu.au/>

B. M. Abrego, S. Fernandez-Merchant, M. Kano, D. Orden, P. Perez-Lantero, C. Seara,

and J. Tejel, $K(1,3)$ -covering red and blue points in the plane, *Discrete Mathematics & Theoretical Computer Science*, 査読有, Vol.21:3, 2019, Paper No.6 29 pages.
Source : oai:arXiv.org:1707.06856

Mikio Kano and Hajime Matsumura, Spanning trees with small diameters, *AKCE International Journal of Graphs and Combinatorics*, 査読有, (2019).
<https://doi.org/10.1016/j.akcej.2019.03.010>

Jude Buot and Mikio Kano, Weight-equitable subdivision of red and blue points in the plane, *International Journal of Computational Geometry & Applications*, 査読有, Vol.28, 2018, 39–56. DOI: 10.1142/S0218195918500024

Mikio Kano, Gyula Katona and Kitti Varga, Decomposition of a graph into two disjoint odd subgraphs, *Graphs and Combinatorics*, 査読有, Vol.34, 2018, 1581–1588.
DOI 10.1007/s00373-018-1970-0

Atsushi Kaneko, Mikio Kano and Mamoru Watanabe, Balancing colored points on a line by exchanging intervals, *Journal of Information Processing*, 査読有, Vol.25, 2017, 551–553. DOI: <https://doi.org/10.2197/ipsjjip.25.551>

Mikio Kano and Jan Kyncl, The hamburger theorem, *Computational Geometry: Theory and Applications*, 査読有, Vol.68, 2018, 167–173. DOI:10.1016/j.comgeo.2017.06.012

S. Akbari, M. Kano, S. Zare, 0-Sum and 1-Sum Flows in Regular Graphs, *The Electronic Journal of Combinatorics*, 査読有, Vol.23, 2016, Paper #P2.37 10 pages.
<https://www.combinatorics.org/>

Yoshimi Egawa, Mikio Kano and Zheng Yan, $(1, f)$ -factors of graphs with odd property, *Graphs and Combinatorics*, 査読有, Vol.32, 2016 103-110. DOI 10.1007/s00373-015-1558-x

Mikio Kano, Kenta Ozeki, Masao. Tsugaki and Guiying Yan, m -dominating k -trees of graphs, *Discrete Mathematics*, 査読有, Vol. 339, 2016, 729-736.
doi:10.1016/j.disc.2015.10.013

Mikio Kano and Zheng Yan, Spanning trees with bounded degrees and leaves, *Discrete Mathematics*, 査読有, Vol.339, 2016, 1583-1586.
doi:10.1016/j.disc.2015.12.023

Radoslaw Cymer and Mikio Kano, Generalizations of Marriage Theorem for Degree Factors, *Graphs and Combinatorics*, 査読有, Vol.32, 2016, 2315-2322.
doi: 10.1007/s00373-016-1699-6

〔学会発表〕(計 18 件)

加納 幹雄, 平面上の多色点集合の虹多角形、第 15 回組合せ論若手研究集会 (2019)

Mikio Kano, Tutte type conditions using isolated vertices for a graph to have factors, 30th workshop on topological graph theory, (2018)

加納 幹雄, 辺着色されたグラフの虹全域木と彩色全域木、離散数学とその応用研究集会 2018, (2018)

Mikio Kano, Some current results on factors of graphs and related problems, The 15th Graph Master International Conference on Networks and Algorithms, 西安 中国 (2018)

Mikio Kano, Some current results and problems on factors of graphs, International Conference on Recent Trends in Graphs and Combinatorics 2018, Cochin, India, (2018)

加納 幹雄, グラフの 2 つの奇次数部分グラフへの分解、第 14 回組合せ論若手研究集会 (2018)

加納 幹雄, 平面上の 3 色点集合のある分割、第 29 回位相幾何学的グラフ理論研究集会

(2017)

加納 幹雄, (G-S) $f(S)$ を満たすグラフの因子, Japanese Conference on Combinatorics and its Applications (JCCA-2017)・離散数学とその応用研究集会 2017 (2017)

加納 幹雄, 強いTutte タイプの条件を満たすグラフの因子, 5th Pacific Workshop on Discrete Mathematics (2017)

Mikio Kano, Characterization of 1-tough graphs using factors, The 10th Japanese-Hungarian Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications, Budapest, Hungary (2017)

Mikio Kano, Balanced subdivisions of three colored point sets in the plane, Japan Conference on Discrete and Computational Geometry, Graphs and Games, (2017)

加納 幹雄, 1 タフグラフの因子による特徴付け, 第 12 回組合せ論若手研究集 (2017)

Mikio Kano, Factors of bi-regular bipartite graphs, THE 25TH WORKSHOP '3in1 DOSLONCE, POLAND (2016)

Mikio Kano, Spanning trees of graphs and bipartite graphs, The Third Sino-Japan Symposium on Graph Theory, Combinatorics and their Applications, 西安,中国 (2016)

加納 幹雄, Factors of bi-regular bipartite graphs, 離散数学とその応用研究集会 2016 (2016)

加納 幹雄, 平面格子上の赤点と青点の重さ平衡分割, 第 12 回組合せ論若手研究集会 (2016)

Mikio Kano, Some current results on spanning trees, Symposium on Graph Theory and Applications (SGTA 2016) Manila, Philippines (2016)

加納 幹雄, Spanning trees with bounded diameter, 第 28 回位相幾何学的グラフ理論研究集会 (2016)

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕
出願状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年：
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等 <http://gorogoro.cis.ibaraki.ac.jp/>

(1)研究分担者

研究分担者氏名：

ローマ字氏名：

所属研究機関名：

部局名：

職名：

研究者番号（8桁）：

(2)研究協力者

研究協力者氏名：

ローマ字氏名：

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。