

令和元年6月7日現在

機関番号：32682

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K05258

研究課題名(和文)多面体の立体の平坦化と連続的折り畳み

研究課題名(英文)Flattening surfaces of polyhedral solids and continuous flat foldings

研究代表者

奈良 知恵(Nara, Chie)

明治大学・研究・知財戦略機構・客員教授

研究者番号：40147898

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：折り畳み式製品の開発は生活用品ばかりでなく、宇宙工学や医療においても益々求められている。そこで、多面体を連続的に平坦化する問題に取り組み、数理的に平坦化の過程を明らかにすることに焦点をあてた。特に、応用上役立つと思われる具体的な手法の開発に取り組んだ。
本研究では、多種類の多面体の連続的平坦化を求めることができただけでなく、特定の面や辺を剛性に保つ方法も提示できた。また、直交多面体では面に厚みのある場合についても研究し成果を得た。さらに、3次元の結果を高次元多胞体に拡張する方向にも研究を進め、超立方体などの連続的折り畳みに関する結果を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

折り畳み式製品の開発には数理的構造の解明が重要である。もし、多面体のすべての面を剛性素材にすると、2面の交角を変化させただけでは体積が変化しないことが知られている。そこで、本研究では、一部の面の形状を折り目によって変形させるという方法によって、連続的平坦化の過程を種々の多面体について明らかにした。
しかし、一般的な多面体について、どのようにして連続的に平坦折り畳み状態に到達できるかを示すことは困難で未解決である。そこで、応用上有用と思われる条件を設定して、種々の多面体について平坦折り畳みの具体的な連続的変形過程を明らかにした。また、高次元多胞体についてこの問題を拡張する一つの手がかりを与えた。

研究成果の概要(英文)：The mission of developing foldable products is increasing not only in daily necessities but also the space and medical engineering. We worked for the problem on continuous flattening of polyhedra and focused on showing mathematical expression of such motions.

In this research we could show continuous flattening motion for many types of polyhedra and moreover, gave such motion under the assumption that some faces and edges of a given polyhedron are rigid. In the case of orthogonal polyhedra we studied to flatten them when their faces are made of thick panels. Moreover, we extended some results in three-dimensional polyhedra to high-dimensional polytopes and gave some results for hypercubes and others.

研究分野：離散幾何学

キーワード：多面体 折り目 平坦化 折り畳み 多胞体 剛体折り

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

(1) 多面体について、1813年にコーシーが証明した凸多面体の剛性定理がある。この凸性の条件を除去すると、面の形を保存したままで変形する多面体の例が1978年にコネリーによって与えられたが、その変形過程において体積は不変であることが1995年にサビトフのよって証明された。

(2) 一方、折り畳み式製品はコンパクトになり収納や携帯に便利である。そこで、多面体形状のものをどのようにして平坦化するかという問題が2001年にドメインらによって提案された。サビトフの体積保存定理により、面の形状を折り目によって変化させていくことが必要であり、いくつかの方法が筆者らによって凸多面体について与えられたが、凸性の条件を除去した場合や凸性以外の条件を付与した場合は未解決であった。

2. 研究の目的

(1) 多面体形状のものをどのようにして平坦化するか、という問題を解くことが目的である。凸多面体については3つの方法を筆者らは開発したので、凸性ではない多面体について、凸多面体との相違を乗り越えるべく、その突破口を見出して、連続的平坦化の方法を数学的に与えることである。

(2) 折り畳み式製品の開発に応用できるように、多面体の折り畳みの構造を具体的に求め、適用例を示すことである。

3. 研究の方法

(1) 多面体の素材に着目して、まず、「紙のように折り目で面の形状を変化させることが可能で、しかも、厚さを無視できる」という仮定のもとでこの問題に取り組んだ。その後、実際の応用に必要な、剛性パネルの部分の特定や厚みのあるパネルの動きを研究した。

(2) 平坦折り畳みの問題を高次元の問題に拡張するために、ここでは、2次元の面からなる集合に着目し、正多胞体について研究した。高次元の多胞体は3次元に投影して表現することを利用して、投影図を3次元の構造物と捉えることによって、新しい問題を提唱し、これについても研究した。

(3) 研究代表者と分担者との研究討論セミナーを毎月実施し、Eメールを活用して情報交換を密にした。

(4) 海外の同じ分野の研究者(E. Demaine 等)の研究室を訪問することにより内容の濃い研究討論を実施した。また、海外の研究集会での研究発表や研究交流を通して研究成果の発表と情報収集をした。

4. 研究成果

(1) 凸多面体について3つの方法を筆者らはすでに開発していたが、そのうちの一つである「タコ形の翼折り」を用いることによって、種々の多面体の連続的平坦折り畳みを示した。この折り方の利点は具体的に折り畳みの過程を求めることができることである。正多面体以外の多面体についてもこの問題に取り組んだ。

(2) その1つは正四面体から派生する切頂四面体の連続的平坦化について、結果を得た⁸⁾(図1参照)。この論文では正四面体ではない四面体についても結果を得ている。また、正12面体の折り畳みについても、より具体的な平坦化の動きを求めた⁷⁾。

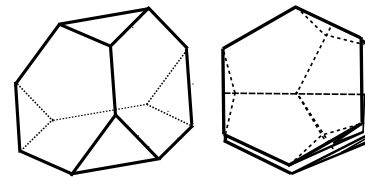


図1. 切頂四面体とその折り畳み

(3) 凸性ではない多面体についても、連続的な平坦化ができることを示した。

その1つは直交多面体、すなわち、隣り合う2面が作る2面角が「90度または270度」である多面体で、任意に選んだ一つの面を含む平面上に連続的に平坦化できることを示した⁶⁾。この時、平坦化する平面に「平行な平面で多面体をスライス」するというアイデアを用いた。このアイデアをさらに発展させて、「移動折り目の領域をいくらでも小さくできる」ということを示すことができた。さらに、直交多面体をより一般化した「 α -多面体」を定義して、同様の結論が成立することを証明した⁴⁾。

(4) 底面のあるピラミッドを2つ用意し、底面が合同なとき、それらを貼り合わせてできる立体を考える。底面を取り除いたものを双ピラミッドと呼ぶ。これを連続的に平坦化することは、和傘が洋傘とは異なる動きをすることに深く関連する。この和傘を動きに「タコ形の翼折り」を融合すると、双ピラミッドに対してきれいな連続的平坦化が可能であることを示した²⁾。

(5) 折り畳み式製品開発にも取り組んだ。その1つは厚板のボックスの折畳みである。「厚みを無視できる」素材で得た結果を利用して、「移動折り目」の部分柔軟素材に置き換えるなどの対応によるモデル作成をした⁵⁾。このモデルは特許申請につながった。ペットボトルの折り畳みの容器について、素材の伸縮を計算し、平坦化可能なデザインに取り組み、特許申請をした。さらに、4次元の超立方体の3次元投影図からヒントを得た、二重箱を提案した。立方体でなくても、直方体や角柱の形状にも適用できることから、内部保護を重視した箱の開発に結び付き、特許申請をした。

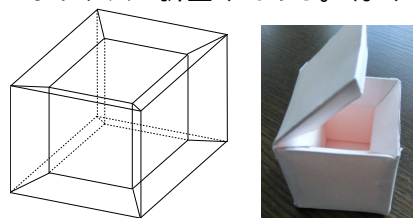


図2 . 二重箱と紙モデル

(6) 高次元の立体として、まず、正多胞体が挙げられる。3次元の正多面体が5種類であるのに対して、それらのうち、立方体と正四面体と正八面体の3つは高次元に拡張される。これらに加え、4次元の場合のみ、24胞体と120胞体と600胞体が存在する。ここでは、超立方体と高次元単体(3次元は正四面体)に取り組んだ。連続的平坦化の問題として把握するために、高次元多胞体に対して、その2次元の面からなる集合に注目した。これは、いわゆる2-スケルトンとも呼ばれている。4次元超立方体の場合は、図2の紙モデルの面の集合に匹敵するものである。次元にかかわらず、超立方体を連続的に平坦化できることを示し、国際研究集会(JCDCG³ 2017)で研究発表した。論文はプロシーディングスに投稿し、改訂版を投稿した。さらに、任意次元の高次元単体についても、連続的に平坦化できることを証明し、国際研究集会(JCDCG³ 2018)で研究発表した。論文は投稿中である。

(7) 広く社会に成果を発信するために、情報学会誌への招待論文¹⁾を投稿し、掲載された。また、折紙工学との関連が深いことから、「折り紙の科学」を上梓し、日本工業新聞社から発行された。

5 . 主な発表論文等

[雑誌論文](計19件)

奈良知恵, 折り畳み構造の数理, 電子情報通信学会誌, Vol. 102 No.4 (2019) 305-310. 査読有.

Chie Nara, Jin-ichi Itoh, “Continuous flattening of extended bipyramids with rigid radial edges”, The Proceedings from 7th International Meeting on Origami in Science, Mathematics and Education (7OSME), 2, tarquin, Oxford, (2018) 561--571. 査読有.

伊藤大雄, 奈良知恵, 白濱和泉, 戸村瑞穂, 平行斜め山谷付き折り目による紙帯の平坦折り, 日本情報通信学会, COMP2018-4 (2018), 63-70. 査読有.

Kazuki Matsubara and Chie Nara, Continuous flattening of α -trapezoidal polyhedra, Journal of Information Process, 25 (2017) 554-558. 査読有

DOI: 10.2197/ipsjjip.25.554.

奈良知恵, 萩原 一郎, 楊 陽, 陳 曉詩, 厚板の折り畳み式ボックスとヒンジ支持棒, 応用数学会論文誌, 29 No.1 (2019) 46-61. 査読有.

DOI: https://doi.org/10.11540/jsiamt.29.1_46.

Erik Demaine, Martin Demaine, Jin-ichi Itoh, Chie Nara, Continuous flattening of orthogonal polyhedral. In Discrete and Computational Geometry and Graphs, 18th Japan Conference, JCDCGG 2015, Kyoto, Japan, September 14-16, 2015, Revised Selected Papers, J. Akiyama et al. (eds.) LNCS, vol. 9943, Springer-Heidelberg (2016), 85-93. 査読有.

DOI: 10.1007/978-3-319-48532-4_8.

Takashi Horiyama, Jin-ichi Itoh, Naoki Katoh, Yuki Kobayashi, Chie Nara, Continuous folding of regular dodecahedra, In Discrete and Computational Geometry and Graphs, 18th Japan Conference, JCDCGG 2015, Kyoto, Japan, September 14-16, 2015, Revised Selected Papers, J. Akiyama et al. (eds.) LNCS, vol. 9943, Springer-Heidelberg (2016), 120-131. 査読有.

DOI: 10.1007/978-3-319-48532-4_8

Jin-ichi Itoh, Chie Nara, Continuous flattening of truncated tetrahedra, J. Geometry, 107(1),

(2016) 61-75. 査読有.
DOI: 10.1007/s00022-015-0274-2.

〔学会発表〕(計 47 件)

奈良知恵, N次元正単体の正三角形面からなる 2-スケルトンの連続平坦化, 日本数学会年会, 2019.

奈良知恵, N次元超立方体の正方形面からなる 2-スケルトンの連続平坦化, 日本数学会, 2018 年

Chie Nara, Continuous flattening of extended bipyramids with rigid radial edges, 7OSME(7th International meeting on Origami in Science, Mathematics, and Education), 2018.

Chie Nara, Continuous flattening of the 2-dimensional skeleton in a regular simplex, JCDCGGG 2018, 2018.

奈良知恵, 折り畳み式製品の数理工学 - 折り紙から厚板ボックスへ -, 日本数学会, 市民講演会, 招待講演, 2017 .

Chie Nara, Foldable Products Based on Continuous Flattening Problems in Discrete Geometry, International Conference on Mathematical Modeling and Applications based on Self-Organization (ICMMA 2017), 2017.

Chie Nara, Kite property and its applications to continuous flattening problems, Discrete Geometry Fest 2017, Renyi Institute, Budapest, 2017

Chie Nara, Flat-foldable boxes of thick panels –Hinges and supporters, Proc. ASME 2017 IDETC, 2017.

Chie Nara, Jin-ichi Itoh, Continuous flattening of the set of square faces in a hypercube, JCDCG³ 2017, 2017.

奈良知恵 他, 直交多面体の連続的平坦おりたたみ, 日本数学会年会, 2017.

Kazuki Matubara, Chie Nara, Internal continuous flattening of prisms, JCDCG³ 2017, 2017.

12 奈良知恵, ケルヴィン予想と最小表面積の空間充填立体 二重多面体の展開立体と石鹸膜実験, 日本数学会年会, 特別講演 2016.

13 Chie Nara, Continuous Flattening of Boxes with Thickness ; ICMMA 2016: Origami-Based Mathematical Modeling and Analysis. 2016 .

14 Chie Nara, Jin-ichi Itoh, Continuously flattening polyhedral with two adjacent rigid faces, JCDCG³ 2016, 2016.

〔図書〕(計 1 件)

萩原一郎, 奈良知恵, 日刊工業新聞社, 折り紙の科学 - おもしろサイエンスシリーズ -, 2019, 154 .

〔産業財産権〕

出願状況 (計 3 件)

名称: 箱, 及び箱の組み立て方法

発明者: 萩原一郎, 奈良知恵, 笠間直子, 崎谷明恵

権利者: 明治大学

種類: 特願

番号: 2019-008367

出願年: 2019 年 1 月 21 日

国内外の別: 国内

名称：容器
発明者：萩原一郎，奈良知恵，小原徹
権利者：アサヒホールディングス
種類：特願
番号：2017-201993
出願年：2017年10月18日
国内外の別：国内

名称：折畳構造体
発明者：萩原一郎，奈良知恵
権利者：明治大学，デンソウ
種類：特願 2016-223337, 特開 2018-079957
番号：2018-079957
出願年：2016年11月16日
国内外の別：国内

〔その他〕
ホームページ等

6．研究組織

(1)研究分担者

研究分担者氏名：伊藤 仁一

ローマ字氏名：Itoh Jin-ichi

所属研究機関名：椙山女学園大学

部局名：教育学部

職名：教授

研究者番号（8桁）：20193493

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。