

令和 2 年 5 月 29 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2019

課題番号：16K05312

研究課題名(和文) 局所化法で探る超対称ゲージ理論の隠れた対称性

研究課題名(英文) Probing the hidden symmetries of supersymmetric gauge theories by the localization method

研究代表者

奥田 拓也 (Okuda, Takuya)

東京大学・大学院総合文化研究科・助教

研究者番号：90595646

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：研究代表者はゲージ場に磁荷モノポールの境界条件を課すことで定義される 't Hooft 演算子に関する一連の研究で世界をリードする成果を挙げており、本研究でも 't Hooft 演算子や類似のモノポール演算子の解析を拡張し場の理論が持つ隠れた対称性を明らかにする結果を得た。また、局所化法・ブレイン構成・AdS/CFT・トポロジカル相と共形場理論のバルク・エッジ対応などを用いて、インターフェース、渦演算子、レンズ空間の物理的性質を定量的に解明した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

研究代表者は超対称局所化を用いる研究のパイオニアかつエキスパートである。本研究でもアメリカやヨーロッパのグループと協力・競争しながら最先端の知見を生み出した。理論物理学で日本の存在感を高め、また数学へのインパクトも与える成果だと自負している。インターフェースや渦演算子など、ディフェクトの局所化法による解析でオリジナルな成果を得た。さらに渦演算子やレンズ空間分配関数の研究では物性物理での考え方を応用しており、学際的な研究成果である。フランスを代表する数理論理学研究所であるIHESでのスクールや海外の大学の集中講義で講師を務め、国際アカデミアの教育活動に貢献した。

研究成果の概要(英文)：I'm an expert on the supersymmetric localization method that allows one to evaluate the path integral exactly. In particular I've been driving progress on the quantitative understanding of the 't Hooft operators that are defined by the monopole boundary condition on the gauge field. In this research I continued this investigation and obtained results on the 't Hooft operators and the analogous monopole operators, uncovering the hidden symmetries generated by the operators in the supersymmetric gauge theories. I also used other techniques such as brane engineering, AdS/CFT, and the bulk-edge correspondence between a topological phase and a CFT to reveal the physical properties of various objects, including interfaces, vortex operators, and lens space partition functions.

研究分野：素粒子論・超弦理論・場の理論

キーワード：超対称局所化 't Hooft 演算子 モノポール演算子 超対称ゲージ理論 エンタングルメント・エントロピー バルク・エッジ対応 共形場理論 トポロジカルな場の理論

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。

1. 研究開始当初の背景

ボゾンとフェルミオンを入れ替える変換での不変性である超対称性には量子補正を弱める効果があり、素粒子標準模型の階層性問題を改善するなど自然界を記述するモデルの性質として超対称性は依然有望である。

超対称性を用いて経路積分を厳密に計算する局所化法は 2007 年に Pestun によって近代化され、近年の超対称ゲージ理論の大きな発展 (AGT 対応など) を引き起こした。これら発展の多くの背後に、無限次元代数の対称性があることがわかってきた。研究代表者は Pestun と共同研究するなどして局所化法による研究のパイオニアになった。特に、ゲージ場に磁荷モノポールの境界条件を課すことで定義される 't Hooft 演算子については、世界をリードする成果を挙げてきたと自負している。

2011 年の研究代表者たちの論文では、4 次元 $N=2$ 超対称ゲージ理論における 't Hooft 演算子の相関関数を局所化法により計算した。この結果からの類推と理論の無矛盾性から、3 次元 $N=4$ 超対称ゲージ理論の真空がなす空間であるクーロン・ブランチの物理的な記述が提唱され、クーロン・ブランチは多くの物理学者や、中島啓氏などの数学者によっても盛んに研究されるようになった。

時空の中の余次元 1 の超平面の両側で結合定数が異なる二つ値をとることで特徴づけられるディフェクトは、Janus インターフェースと呼ばれる。超対称ゲージ理論の超対称性を半分保つ Janus インターフェースは 4 次元 $N=2$ 理論や 2 次元 $N=(2,2)$ 理論で調べられて来た。2 次元の場合は超対称 Janus インターフェースに付随するエントロピーは、Bachas たちによって、Calabi's diastasis と呼ばれる二つの結合定数の関数で与えられることが 2013 年に示された。

2. 研究の目的

本研究の目的の一つは、超対称局所化法を進展させ、分配関数や相関関数などの物理量を計算し、その物理的な性質を解明することである。もう一つの目的は、上記のような無限次元代数の対称性を生み出す演算子の相関関数を局所化法で計算し、理論が持つ隠れた対称性を定量的に明らかにすることである。

3. 研究の方法

本研究では超対称局所化法、場の理論のブレイン構成、AdS/CFT によるエンタングルメント・エントロピーのホログラフィックな計算、トポロジカルな場の理論と共形場理論のバルク・エッジ対応などの手法を用いた。

4. 研究成果

局所化、ブレイン構成、CFT、エンタングルメント・エントロピー、チャーン・サイモンズ理論などに対する深い知見と高い研究遂行能力を持つ研究者たちの力を借りた共同研究、または単独の研究により、次のような成果を得た。

(1) 't Hooft 演算子とモノポール演算子が実現する隠れた対称性

Rutgers 大の Moore たちは、2011 年の研究代表者たちの前述の結果を進展させ、4 次元理論の 't Hooft 演算子の期待値を超対称量子力学と局所化を用いて計算する手法を開発した。我々はこの手法を進展させて 't Hooft 演算子の相関関数を計算し、超対称量子力学における壁越え現象が演算子の順序の変更に対応することを発見した[1]。

論文[2]では、Moore たちの方法を 3 次元 $N=4$ 超対称ゲージ理論に応用することで、モノポール演算子の相関関数を行列模型と局所化を用いて計算する手法を開発した。この場合には、行列模型の壁越え現象が演算子の順序の変更に対応する。我々の局所化による計算は、4 次元との類推によって提案されたクーロン・ブランチの記述に対し、経路積分による基礎づけを与えた。我々はまた、モノポール演算子が生成する無限次元代数を同定した。

論文[1]を arXiv に投稿した時に、ヨーロッパのグループが[2]と類似の計算をしていることが分かり、友好的な競争になった。このため、論文[2]の arXiv への投稿は調整して同時に行った。このように、研究代表者たちによる 't Hooft 演算子やモノポール演算子に関する一連の研究は国際的に注目を集め、分野の発展に大きなインパクトを与えている。

(2) Janus インターフェースのエントロピー

研究代表者たちは論文[3]で2次元 $N=(2,2)$ 超対称ゲージ理論の Janus インターフェースに局所化法を適用し、インターフェースがある時の球面分配関数が、それが無い時の球面分配関数の解析接続で与えられることを示した。この計算は、Janus インターフェースに付随するエントロピーが上述の通り Calabi 's diastasis で与えられることの実証になっている。また同変 A ツイストと呼ばれる背景場上に Janus インターフェースがある場合には、その分配関数が同変 A ツイストでの局所演算子の相関関数の生成関数に一致することを示した。

すでに述べたように、Janus インターフェースのエントロピーと Calabi 's diastasis の関係は、もともと2次元 $N=(2,2)$ 理論で知られていた。論文[4]で研究代表者たちはこの関係が4次元 $N=2$ 理論の half-BPS インターフェースについても成り立つと予想し、ホログラフィックな計算の結果による証拠を与えた。論文[5]ではこの予想を、Cassini-Huerta-Myers 写像と呼ばれる CFT の手法と局所化法を組み合わせることにより、広く受け入れられている弱い仮定のもとで証明した。

(3) 局所化法の精密化、トポロジカルな場の理論

論文[6]では、2次元 $N=(2,2)$ 超対称性を持つカイラル多重項の理論が曲がった時空に置かれた場合に、あらわに超対称性を保つパウリ・ヴィラース正則化と相殺項による繰り込み処方を与えて、第一原理的な具体的計算を行った。従来の局所化計算においてゼータ関数正則化がアドホックに適用されている部分を、精密に超重重力理論を使って調べ上げた。

これと類似な正則化を3次元でも行うことができ、特にレンズ空間上の3次元 $N=2$ カイラル多重項の表式を得ることができる。その解釈に動機付けられて3次元チャーン・サイモンズ理論を調べた[7]。ゲージ群が $U(1)$ のチャーン・サイモンズ理論で、分配関数が多様体のスピン構造に依存する場合に、バルク・エッジ対応で対応する2次元共形場理論のトラス分配関数を考えた。自由コンパクト・スカラー場の共形場理論をフェルミオニックな SPT(symmetry protected topological)相と結合することでスピン共形場理論を作り、トラス分配関数を拡大されたカイラル代数の共形ブロックを用いて有限和として表した。共形ブロックへのモジュラー群の作用を調べ、 $U(1)$ スピン・チャーン・サイモンズ理論のモジュラー行列 S と T を再現した。また、この S と T を用いてレンズ空間分配関数をトポロジカルな場の理論の手法で計算し、期待されるスピン構造依存性を再現した。この研究では古くから知られるスカラー場の共形場理論と最近の知見である SPT 相を組み合わせることでスピン・トポロジカルな場の理論の構造を理解できることを具体的に実証しており、今後の分野の発展に役立つ結果だと期待できる。

(4) 2次元理論における渦演算子

論文[8]では2次元 $N=(2,2)$ 超対称ゲージ理論における局所渦演算子を局所化法により調べた。局所渦演算子をカイラル多重項に対する境界条件で定義する場合に、超対称性を保つ境界条件を分類した。また、超対称性を保つ背景場による渦演算子の定義も与え、その極限として境界条件を導出すること、また物性物理的なエッジモードが0次元超対称多重項として現れることを示した。開発した計算手法を $N=(2,2)$ ミニマル模型とランダウ・ギンズブルグ模型に応用し、その双対性を検証した。

これらの研究結果は国際的な関心を呼び、国際研究会で招待講演を 15 回以上行った。

本研究での主な手法である超対称局所化法に関する大学院生向けのスクールが、フランスの主要な数理論理学研究所である IHES で行われた。このスクールに講師として招待され、Raymond and Beverly Sackler Distinguished Visiting Professor/Lecturer に選ばれた。

発表論文（著者名などは別リストを参照）

- [1] Wall-crossing and operator ordering for 't Hooft operators in N=2 gauge theories
- [2] SUSY localization for Coulomb branch operators in omega-deformed 3d N=4 gauge theories
- [3] Janus interface in two-dimensional supersymmetric gauge theories
- [4] Interface entropy in four dimensions as Calabi's diastasis on the conformal manifold
- [5] Janus interface entropy and Calabi's diastasis in four-dimensional N=2 superconformal field theories
- [6] Comments on supersymmetric renormalization in two-dimensional curved spacetime
- [7] U(1) spin Chern-Simons theory and Arf invariants in two dimensions
- [8] Supersymmetric vortex defects in two dimensions

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 5件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 5件）

1. 著者名 Hiroataka Hayashi, Takuya Okuda, Yutaka Yoshida	4. 巻 1911
2. 論文標題 Wall-crossing and operator ordering for 't Hooft operators in N=2 gauge theories	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 116
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP11(2019)116	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Kanato Goto, Takuya Okuda	4. 巻 1910
2. 論文標題 Janus interface in two-dimensional supersymmetric gauge theories	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 45
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP10(2019)045	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Kanato Goto, Takuya Okuda	4. 巻 1811
2. 論文標題 Interface entropy in four dimensions as Calabi's diastasis on the conformal manifold	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 122
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP11(2018)122	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Takuya Okuda	4. 巻 1712
2. 論文標題 Comments on supersymmetric renormalization in two-dimensional curved spacetime	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 JHEP	6. 最初と最後の頁 81
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP12(2017)081	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Kazuo Hosomichi, Sungjay Lee, Takuya Okuda	4. 巻 1801
2. 論文標題 Supersymmetric vortex defects in two dimensions	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 JHEP	6. 最初と最後の頁 33
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP01(2018)033	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

[学会発表] 計15件 (うち招待講演 15件 / うち国際学会 15件)

1. 発表者名 Takuya Okuda
2. 発表標題 Localization for Coulomb branch operators in 3 and 4 dimensions
3. 学会等名 Tsinghua seminar on strings and fields 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takuya Okuda
2. 発表標題 Introduction to supersymmetric localization with defects
3. 学会等名 Mini-course at National Chiao Tung University, Taiwan (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takuya Okuda
2. 発表標題 Wall-crossing and 't Hooft operators
3. 学会等名 Gauge theories, supergravity and superstrings (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takuya Okuda
2. 発表標題 SUSY localization for Coulomb branch operators in 3 and 4 dimensions
3. 学会等名 Representation theory, gauge theory, and integrable systems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takuya Okuda
2. 発表標題 Supersymmetric localization with line operators in 4d
3. 学会等名 Supersymmetric Localization and Exact Results (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takuya Okuda
2. 発表標題 Supersymmetric localization with boundaries in 2d
3. 学会等名 Supersymmetric Localization and Exact Results (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takuya Okuda
2. 発表標題 Supersymmetric vortex defects in two dimensions
3. 学会等名 Supersymmetric Quantum Field Theories in the Non-perturbative Regime (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takuya Okuda
2. 発表標題 SUSY localization with boundary in two dimensions
3. 学会等名 Supersymmetric Localization and Exact Results (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takuya Okuda
2. 発表標題 SUSY localization for line operators in four dimensions
3. 学会等名 Supersymmetric Localization and Exact Results (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takuya Okuda
2. 発表標題 Janus interface in two and four dimensions
3. 学会等名 Non-perturbative effects in supersymmetric field theories (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takuya Okuda
2. 発表標題 SUSY localization for Coulomb branch operators in 3 and 4 dimensions
3. 学会等名 Representation theory, gauge theory, and integrable systems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takuya Okuda
2. 発表標題 Supersymmetric vortex defects in two dimensions
3. 学会等名 Gauge theories, supergravity and superstrings (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Takuya Okuda
2. 発表標題 Supersymmetric vortex defects in two dimensions
3. 学会等名 Superconformal Field Theories in 6 and Lower Dimensions (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takuya Okuda
2. 発表標題 Supersymmetric vortex defects in two dimensions
3. 学会等名 Localization Techniques in Quantum Field Theories (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takuya Okuda
2. 発表標題 Supersymmetric vortex defects in two dimensions
3. 学会等名 New Developments in AdS3/CFT2 Holography (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

arXiv に投稿したプレプリント

(1) arXiv:2005.10833
"Janus interface entropy and Calabi's diastasis in four-dimensional N=2 superconformal field theories"
Kanato Goto, Lento Nagano, Tatsuma Nishioka, Takuya Okuda

(2) arXiv:2005.03203
"U(1) spin Chern-Simons theory and Arf invariants in two dimensions"
Takuya Okuda, Koichi Saito, Shuichi Yokoyama

(3) arXiv:1910.01802
"SUSY localization for Coulomb branch operators in omega-deformed 3d N=4 gauge theories"
Takuya Okuda, Yutaka Yoshida

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----