

令和 3 年 6 月 2 日現在

機関番号：51303

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2020

課題番号：16K05334

研究課題名(和文) 曲がったディラック物質系が生み出す新たな量子時空と相対論的な量子多体特性

研究課題名(英文) Novel quantum space-time on curved Dirac materials and relativistic quantum many-body characteristics

研究代表者

長谷部 一気 (Hasebe, Kazuki)

仙台高等専門学校・総合工学科・准教授

研究者番号：60435469

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：ディラック物質における量子多体特性を解析的また数値的に調べ、相対論的な効果を多体量子系において明らかにした。相対論的な効果はパリティ量子異常として実現しており、磁場中の相対論的な多体量子系におけるラフリン基底状態に不安定性をもたらすことを示した。またディラック物質に磁場を印加することで実現する「相対論的な」非可換空間の構造を明らかにした。古典的な対応物を持たない純粋に量子的幾何を有する新たな量子時空の数学的モデルを構築することに成功した。これら研究成果を応用し量子光学のスクィーズド状態や高次元のトポロジカルソリトン理論を一般的に構築する発展的研究も行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究において古典的対応物を持たない量子時空が初めて明らかになったことは、素粒子論や数理物理において今後の発展が期待できる成果と考えている。また量子時空の数学が物質系で実現することは、単に机上の研究でなく実際の物理系と密接に関係していることを意味しており特別な学術的意義がある。更にグラフェンに代表されるディラック物質と呼ばれる相対論的な分散を有する物質系はその伝導性の高さやトポロジカル観点から工学的な応用が期待されている。本研究成果である量子多体系における相対論的な特異効果は、これら社会に還元効果の高い物質の性質を一部明らかにしたといえる。

研究成果の概要(英文)： We investigated quantum properties of the quantum many-body system on Dirac materials using analytic and numerical methods. An important relativistic effect in the quantum many-body system was unveiled in the present study. The relativistic effect acts to the quantum many-body physics in magnetic field as the 'parity quantum anomaly' and we pointed out that the parity anomaly brings instability to the Laughlin's many-body ground state. I also investigated the 'relativistic' non-commutative geometry in the context of the Dirac materials imposed on a magnetic field. In this process, a pure quantum geometry that does not have its classical counterpart was newly discovered. I also applied the obtained results to general constructions of the squeezed states in quantum optics and topological solitons in higher dimensions.

研究分野：素粒子理論、物性理論

キーワード：高次元トポロジカル系 高次元非可換幾何 ディラック物質 スクィーズド状態 トポロジカル絶縁体
量子ホール効果 スカーム型非線形シグマ模型

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

グラフェンやトポロジカル絶縁体表面で実現する線形分散を有する励起を持つディラック物質の発見により、新たな「相対論的」観点から世界中で理論、実験共に研究が進展していた。量子ホール系においても、ディラック物質に磁場を印加した際に生ずる「相対論的」量子ホール効果が報告され、物性物理学のみならず素粒子理論においても大きく注目されていた。特に2015年にはトポロジカル絶縁体表面のディラック電子系に磁場をかけた場合、相対論的なランダウ準位を有する量子ホール系が実現することが初めて実験で観測され、今後更なる発展が見込まれていた。また3次元における相対論的物質の存在を示すワイル半金属に関する実験結果も出始めており、低次元に限らない相対論的物質の物理が関心を集めていた。

研究で明らかにすべき第一の点は、非相対論的な場合に対応する物理がない「相対論的」特有の物理であった。一体問題においてはクラインパラドクスなどがあげられるが、多体物理が関連する現象に関しては全く明らかでなかった。また、量子ホール系は量子物性として興味深いのみならず、ランダウ準位に射影された部分空間において非可換幾何が有効的に出現することが知られていた。第二の点は、量子時空の数学的基礎を与える研究としての観点である当時は最も簡単な2次元の量子ホール系(ランダウ模型)にのみ限られていた。3次元以上のディラック物質のランダウ準位に射影されることで生ずる非可換空間の構造については不明であった。高次元の非可換幾何構造は弦理論、特に行列模型において示唆されており、素粒子理論として明らかにすべき重要な研究課題であった。

2. 研究の目的

以上のような状況のもと、本研究では曲がった空間上の非相対論的なランダウ模型を相対論的に数理的に拡張し、その多体物理と非可換構造を解明することを目的とした。現実のディラック物質系で実現している2次元を最初に定式化し、その多体物理を解析することを最初の課題とする。その後、3次元以上の空間における、より一般的な定式化を行う。量子力学的解析を経た後、数値解析、場の理論的な解析など多面的にアプローチし、その物理と幾何を包括的に明らかにすることを旨とする。

3. 研究の方法

まず報告者がこれまで研究を行ってきた非相対論的なランダウ模型のセットアップを曲がった多様体上で相対論的に拡張した新たなモデルを構築する。そのランダウ準位や一体の固有波動関数などを解析的に導出する。その後、量子多体物理を解析するため、東北大の柴田尚和准教授を研究分担者として組織に入って頂き、数値計算による多体ハミルトニアンを厳密対角化の計算を行う。最初の1, 2年は2次元球面上において相対論的な量子ホール系を定式化し、その多体物理に関しての解析的、数値的計算を行う。3, 4年に関して3次元以上の高次元において同様の研究を行い、特に非可換幾何構造について調べる。最後の1年ではより一般的な観点からの総括的研究とともに応用的な研究を行う。

4. 研究成果

本研究成果は以下の(1)から(3)に大別される。

(1) 「相対論的」な量子多体物理に関して

2次元球面上にまず相対論的なランダウ模型を用意し、その固有値問題を詳細に調べた[Hasebe, IJMP, 31 (2016) 1650117]。特にツイスター理論で導入されたエドス演算子により、簡単に代数的に固有状態を構成できることを発見したことが成果であると考えている。最低ランダウ準位のみならず高い「相対論的」ランダウ準位においても非可換空間の導出を行い、その非可換構造を明らかにした。次いで、その多体物理である相対論的な量子ホール状態を研究分担者の柴田氏とともに研究を行った。非相対論的な場合には、質量項はランダウ準位の間隔を変化させるといった効果しか持たないが、相対論的な場合は、質量項が正負対称であったランダウ準位に非対称性をもたらすパリティ異常と呼ばれる効果をもたらす。相対論特有の効果であるパリティ異常が量子多体状態であるラフリン波動関数に対してどのような影響を与えるか、という着眼のもと数値的に研究を行った[Yonaga, Hasebe, Shibata, PRB 93 (2016) 235122]。本数値計算に関しては、当時の柴田研の大学院生であった世永公輝氏に担当して頂いた。結果、質量項の存在に対して正負の第一ランダウ準位の多体波動関数が明白に非対称に振舞うことが示すことが出来た。このことは、多体物理において相対論的に特有な効果を具体的に示すことが出来たことを意味しており顕著な成果と考えている。更に研究分担者の柴田氏らは本成果を現実のvalley 自由度を有する場合について拡張した[Yonaga, Shibata, JPSJ 2018]。

(2) 高次元ランダウ模型と非可換幾何に関して

2次元球面上における解析を3次元、またより一般の奇数次元に拡張する研究を行った[Hasebe, NPB 920 (2017) 475]。奇数次元の球面上に定式化されたランダウ模型に関する固有値問題を群論的手法で具体的に解くことに成功した。BF理論の場の理論による有効的場の理論的記述も提案し、更に奇数次元の非可換幾何とAPS指数定理の密接な関係性を指摘した。このことは非可換幾何と微分位相の関係を示しており特に興味深いものと考えている。

3次元球面上のランダウ模型をより詳細に調べ具体的な固有波動関数の導出を行った[Hasebe, NPB 937 (2017) 149]。これにより上記の一般論の正当性と確認するとともに、具体的に準位射影による非可換幾何(「行列幾何」と論文では呼んでいる)の導出を行った。固有波動関数は多体問題の量子ホール系の射影ハミルトニアンを構成する上で欠かせない道具である。そのため、これを用いて3次元の量子ホール系の多体物理にもアプローチを行える。その方向で研究を進めたが、計算量があまりに膨大になる等の理由で未だ完成に至っておらず、今後の課題と考えている。

更に3次元解析を4次元に拡張する研究も行った[Hasebe, 956 NPB (2020) 115012]。奇数次元の非可換幾何と偶数次元の非可換幾何はその様相が異なるので、4次元は3次元の結果の単純な拡張でなく、その研究は独自の価値がある。解析の結果、3次元のランダウ模型のモノポールのトポロジカルな構造を4次元のランダウ模型が内包していること、高いランダウ準位においては古典的な幾何の対応物のない純粋に量子的な非可換(南部)幾何の実現、といった新たな研究結果を得た。特に、この純量子的な非可換幾何の発見はこれまで報告されていない全く新しい量子的な幾何であり今後の展開を考えていきたい。

(3) 応用、発展研究に関して

最終年度にはこれまでの研究の総括と共にその発展が期待される応用研究について手掛けた。低次元においてランダウ模型の数理がスカーム型の非線形シグマ模型と非常に類似していることに報告者は興味を持っていた。そのため、前年度まで研究していた高次元のランダウ模型の構成を適用して、高次元のスカーム型の非線形シグマ模型を構築できないかというアイデアを持った。この着想に基づき高次元の非線形シグマ模型を系統的に構築した[Hasebe, NPB 961 (2020) 115250]。この報告者のスカーム型非線形シグマ模型構成法は、これまでAtiyah-Manton構成法で構成された模型を特別な場合として含む、より一般的な模型となっていることが分かった。

また、球面の幾何を双曲面に変換することで、これまでの非可換幾何の研究を量子光学におけるスキューズド状態を構築する応用研究も行った。もともとのスキューズド状態はその背後の幾何として2次元の双曲幾何を有する。そのため、高次元の双曲面を用いることで拡張されたスキューズド状態を構成できると考えた。4次元の双曲面をパラメーター空間として持つ拡張されたスキューズド状態を具体的に構成することに成功した[Hasebe, JPA 53 (2020) 055303, 54 (2021) 245303]。出版された二本の論文において、一本目ではニュートラル計量を有する4次元双曲幾何に基づくスキューズド状態を構成し、二本目では正計量の4次元双曲幾何に基づく状態を構成した。共にもともとのスキューズド状態の不確定性を自然な形で4次元に拡張した性質を有していることを示した。また、特に2番目の拡張されたスキューズド状態はスピン自由度とそのもつれを有しており、物理的に興味深い量子状態となっている。本研究成果により2019年度の石田実記念財団研究奨励賞を受賞した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計10件（うち査読付論文 10件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Kazuki Hasebe	4. 巻 53
2. 論文標題 Sp(4; R) squeezing for Bloch four-hyperboloid via the non-compact Hopf map	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical	6. 最初と最後の頁 55303
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/ab3cda	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kazuki Hasebe	4. 巻 934
2. 論文標題 SO(4) Landau models and matrix geometry	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Nuclear Physics B	6. 最初と最後の頁 149 ~ 211
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.nuclphysb.2018.06.023	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Yonaga Kouki, Shibata Naokazu	4. 巻 87
2. 論文標題 Fractional Quantum Hall Effects in Graphene on a h-BN Substrate	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of the Physical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 034708 ~ 034708
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7566/JPSJ.87.034708	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kazuki Hasebe	4. 巻 920
2. 論文標題 Higher (odd) dimensional quantum Hall effect and extended dimensional hierarchy	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Nuclear Physics B	6. 最初と最後の頁 475 ~ 520
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.nuclphysb.2017.03.017	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kazuki Hasebe	4. 巻 883
2. 論文標題 Nambu Geometry in Quantum Hall Effect and Topological Insulator	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Physics: Conference Series	6. 最初と最後の頁 012010 ~ 012010
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1742-6596/883/1/012010	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kazuki Hasebe	4. 巻 31
2. 論文標題 Relativistic Landau models and generation of fuzzy spheres	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 International Journal of Modern Physics A	6. 最初と最後の頁 1650117 (1-55)
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0217751X16501177	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kouki Yonaga, Kazuki Hasebe, Naokazu Shibata	4. 巻 93
2. 論文標題 Formulation of the relativistic quantum Hall effect and parity anomaly	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Physical Review B	6. 最初と最後の頁 235122 (1-9)
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevB.93.235122	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kazuki Hasebe	4. 巻 956
2. 論文標題 SO(5) Landau models and nested Nambu matrix geometry	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Nuclear Physics B	6. 最初と最後の頁 115012 ~ 115012
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.nuclphysb.2020.115012	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kazuki Hasebe	4. 巻 961
2. 論文標題 A unified construction of Skyrme-type non-linear sigma models via the higher dimensional Landau models	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Nuclear Physics B	6. 最初と最後の頁 115250 ~ 115250
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.nuclphysb.2020.115250	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kazuki Hasebe	4. 巻 54
2. 論文標題 Spin-entangled squeezed state on a Bloch four-hyperboloid	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical	6. 最初と最後の頁 245303
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/abee9c	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計13件 (うち招待講演 6件 / うち国際学会 5件)

1. 発表者名 Hasebe Kazuki
2. 発表標題 Quantum geometry of higher dimensional quantum Hall effect and topological insulators associated with generalizations of number
3. 学会等名 Progress in the Mathematics of Topological States of Matter (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hasebe Kazuki
2. 発表標題 Sp(4; R) squeezing and Bloch hyperboloid via the non-compact Hopf map
3. 学会等名 International Conference on Holography, String Theory and Discrete Approaches in Danang (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 長谷部一気
2. 発表標題 4次元のプロホ双曲幾何に基づくスキーズド状態の理論的拡張
3. 学会等名 日本物理学会秋季大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 長谷部一気
2. 発表標題 S0(5)ランダウ模型と4次元の非可換球面
3. 学会等名 日本物理学会年次大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Hasebe Kazuki
2. 発表標題 Non-commutative geometry and differential topology in higher dimensional Landau models
3. 学会等名 International conference on holography, string theory and discrete approaches in Hanoi (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kazuki Hasebe
2. 発表標題 Non-commutative geometry and Landau physics associated with generalizations of numbers
3. 学会等名 非可換幾何と数理物理 2017 (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kazuki Hasebe
2. 発表標題 Non-commutative geometry and Landau physics associated with generalizations of numbers
3. 学会等名 Workshop on solitons, gauge fields and integrability: methods and applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kazuki Hasebe
2. 発表標題 SO(4) Landau model and matrix geometry
3. 学会等名 日本物理学会年次大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kazuki Hasebe
2. 発表標題 Nambu Geometry in Quantum Hall Effect and Topological insulators
3. 学会等名 IF-YITP GR-HEP-Cosmo International Symposium VI (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 長谷部 一気
2. 発表標題 量子ホール文脈における南部幾何と指数定理
3. 学会等名 日本物理学会 年次大会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 世永 公輝、 長谷部 一気、 柴田 尚和
2. 発表標題 ディラック粒子系における分数量子ホール状態の質量項依存性
3. 学会等名 日本物理学会 秋季大会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 世永 公輝、 柴田 尚和
2. 発表標題 グラフェンの分数量子ホール状態におけるバレー構造と質量項の効果
3. 学会等名 日本物理学会 年次大会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 長谷部 一気
2. 発表標題 高次元ランダウ模型によりスカーム型非線形シグマ模型の統一的構成
3. 学会等名 日本物理学会 年次大会
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

<p>長谷部一気准教授が石田實記念財団研究奨励賞を受賞しました https://www.sendai-nct.ac.jp/20191204-1/</p>
--

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分 担 者	柴田 尚和 (Shibata Naokazu) (40302385)	東北大学・理学研究科・准教授 (11301)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関