

令和 2 年 9 月 8 日現在

機関番号：33924

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2016～2019

課題番号：16K05335

研究課題名（和文）非摂動的弦理論の高次摂動級数と非摂動効果から見える基本的自由度と超対称性の破れ

研究課題名（英文）Fundamental degrees of freedom and breaking of supersymmetry from the viewpoint of higher order perturbative series and nonperturbative effect in nonperturbative string theory

研究代表者

黒木 経秀 (Kuroki, Tsunehide)

豊田工業大学・工学（系）研究科（研究院）・教授

研究者番号：40442959

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,600,000 円

研究成果の概要（和文）：我々が以前から低次元の超弦理論の非摂動的定式化として提唱している超対称性を持つ行列模型において、超対称不変でない演算子の1点関数を弦結合定数による摂動展開の全次数で求めた。この結果から、この行列模型は確かに超弦理論を定式化していることが明白になった。また、高次摂動級数が持つ不定性、およびインスタントン背景中の1点関数の持つ不定性を詳細に求め、両者は打ち消し合っており、resurgenceが成立していることを確認した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

弦理論が現実世界を再現するにはその高い対称性がいかに破れるかを明確にする必要がある。特に弦理論に必須である超対称性は現実世界では実現されておらず、その破れを調べることは重要である。先行研究において、低次元の超対称性を持つ超弦理論は行列によって記述でき、その行列のある配位(インスタントン)が超対称性を破る自由度となっていることを同定したが、本研究では、それが高次摂動級数と直接結びついていることが明らかになった。また、resurgenceという数学的なアイデアが実際に超弦理論において成立しており、かつそれが超対称性の破れという物理的な非摂動的現象と関連していることが明らかになった。

研究成果の概要（英文）：In a supersymmetric matrix model we had proposed as nonperturbative formulation of superstring theory in lower dimensions, we have derived a one-point function of a non-supersymmetric operator at the all order in perturbative expansion with respect to a string coupling constant. This result makes it manifest that this matrix model indeed formulates a superstring theory. We further deduce both ambiguities in detail in the higher perturbative series and the one-point function in instanton background. We confirm that they cancel each other and hence resurgence holds.

研究分野：素粒子論

キーワード：超弦理論 resurgence 行列模型 インスタントン 摂動展開 超対称性の破れ

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

素粒子の標準模型は加速器実験等で検証されているが、重力を含まず統一理論としては不完全である。重力を含む量子論としての統一理論の最有力候補が弦理論であるが、弦理論は摂動的な定式化しか持たず、現実世界に対する説明能力を備えていない。これが弦理論における最大の課題であり、30年以上解決していない。この動機から、行列模型やゲージ理論の large-N 極限による弦理論の非摂動的定式化が提案されている。しかしどの模型も完成していない。

一方、近年の弦理論研究では、高い対称性を有効に用いた解析が流行している。しかし弦理論が導出すべき標準模型は、超対称性のない4次元の場の理論である。したがって、ゲージ理論の large-N 極限のダイナミクスに取り組み、弦理論の高い対称性、特に10次元ローレンツ対称性や超対称性等が非摂動的弦理論の枠内でどのように破れ、標準模型のそれに帰着するかを真剣に研究するべき時に来ている。対称性に基づく理論は美しい結果が得られるが、それではいつまでも弦理論が標準模型や加速器実験と乖離し、統一理論としての弦理論の問題が未解決のままになってしまうからである。

2. 研究の目的

本研究はまず基盤(C)の援助を受けた我々の先行研究で発見した、低次元の超弦理論における超対称性の自発的破れが、どの物理的自由度によって起きているかを、この理論の高次の摂動級数と非摂動効果双方の解析から明らかにすることを最大の目的とする。

具体的には、先行研究で解析した2次元の超弦理論と、その非摂動的定式化として我々が予想した double-well 型のポテンシャルを持つ超対称行列模型を扱う。まず $1/N$ 展開の高次の相関関数を行列模型側で計算し、超弦理論の対応する相関関数と比較して摂動論的一致を確認し、前者が後者の摂動論的側面を再現するという主張をより強固にする。同時にこの高次摂動級数から基本的自由度を演繹し、摂動論的には確かに弦であることを確立する。さらに非摂動効果についても行列模型のインスタントン存在下および超弦理論の D-brane 存在下の相関関数の一致を示し、超対称性の破れを引き起こす非摂動的自由度が何か明確にする。

3. 研究の方法

(1) ランダム行列理論を用いた行列模型の高次相関関数の導出

我々の行列模型において摂動展開の高次の振る舞いを見るため、超対称性の cancellation が無い超対称不変でない演算子、特にスカラー場の多点関数を摂動の高次まで求める。超対称不変でない場合、摂動展開の高次の導出は一般に困難であるが、我々の模型ではスカラー場の各多点関数に対し resolvent が定義でき、その摂動展開が分かればスカラー場の任意の冪の多点関数の摂動級数が求まる。ところがこの resolvent の導出は、Nicolai mapping を用いてガウス型行列模型(GUE)の計算に帰着でき、GUE では $1/N$ 展開の全次数で相関関数が知られている。これを用いて1点関数、2点関数について $1/N$ 展開の全次数の摂動展開を導出する。

(2) 高次摂動級数による摂動論的自由度の演繹とインスタントン作用の再導出

前項(1)の行列模型における相関関数の摂動級数が弦理論特有の振る舞いをすることを確認し、この模型の摂動論的自由度が確かに超弦であることを実証する。また、高次摂動級数から Borel resummation により非摂動効果を導出し、先行研究で求めたインスタントン作用との一致を見て解析法の無矛盾性を確認する。

(3) disk 振幅の比較による非摂動的自由の解明

まず行列模型側でインスタントン存在下での disk 振幅を求める。一方超弦理論側ではインスタントンに対応すると期待される ZZ-brane 背景中の disk 振幅を求め、行列模型の結果との一致によりインスタントンと D-brane の等価性、従って D-brane が超対称性の自発的破れを起こしていることを示す。

4. 研究成果

(1) 超対称不変でない演算子の1点関数の摂動展開

まず我々の超対称行列模型に対し Nicolai mapping を適用することにより、スカラー場の多点関数を GUE の resolvent の多点関数の積分として表す一般的な公式を見出した。この公式は厳密であり、従って $1/N$ 展開の任意の次数で成立する。さらにこの公式を用いて、任意の奇数べきの1点関数を弦結合定数に関する摂動展開の任意の次数で求めた。具体的には、GUE における resolvent の1点関数の $1/N$ 展開の表式に対し上記の積分を実行するが、これには正則化に起因する不定性が存在する。これに対し、弦結合定数に関し何回か微分してからベータ関数を用いて評価することにより、正則化に依存しない普遍的な寄与を厳密に与えた。実際、超弦理論と対応するのは普遍的な寄与であるため、この手法は非常に有効である。得られた1点関数の摂動展開の表式は以下のような顕著な性質を持っていることを明らかにした:

我々が以前から提唱している double scaling limit において、弦結合定数による摂動展開の各次数の寄与がすべて有限である。従って確かに double scaling limit がうまく定義されていることが明らかになった。

超対称不変でない演算子の相関関数であるため、超対称性の拘束が陽には使えない量であるにも関わらず、理論自体の Nicolai mapping の存在を有効に用いて得られた結果であり、この手法自体他の模型への適用可能性が大きい。また、一般に超対称性がないときに摂動展開が全次数で求まることは稀であるため、非臨界ではあるが超弦理論において、超対称不変でない量の弦結合定数による摂動展開が任意の次数で具体的に得られているこの結果は貴重である。特にこの模型は超対称性の自発的破れを起こすことが先行研究で示されており、ダイナミクスがあり、位相的ではない超弦理論における、超対称不変でない量の摂動展開が陽に与えられている稀有な例であり、存在意義が大きい。

実際に摂動展開の各係数を見ると、低次では交代級数であるのに、高次では正項級数になっており、その切り替わる次数が演算子のべきに依存しているという興味深い性質がある。一方本質的に超対称不変な偶数べきの演算子の 1 点関数は有限次多項式となるため、超対称不変な演算子と不変でない演算子の 1 点関数の摂動展開の違いが具体的に明白になった。また、十分高次の展開係数は弦理論特有の振る舞いを確かに持っており、このことは我々の行列模型が我々の提唱する double scaling limit の下で、確かに超弦理論をゼロでない弦結合定数で定式化している非常に強い証拠を与えている。

十分高次で正項級数となるため、得られた摂動級数は収束半径ゼロであり non-Borel summable であることが分かった。そこで Borel resummation を適用し、理論の非摂動効果を評価すると、leading の寄与は先行研究で我々が求めた行列模型のインスタントン作用と完全に一致することが分かった。従って、超対称不変でない演算子の相関関数からも、超対称性の自発的破れを引き起こすインスタントンの寄与が再導出されることを具体的に示した。超対称性の自発的破れのオーダーパラメータは偶数べきの相関関数であるため、高次摂動級数を通じて超対称不変でない奇数べきの相関関数と、超対称不変な偶数べきの相関関数が関連づくことを示しており、他の模型への適用可能性等、知見の大きい結果である。

(2) 1 点関数の resurgence 構造の解明

当初研究計画では(1)の行列模型の 1 点関数の摂動展開の低次の結果を、2 次元 type IIA 超弦理論の低種数の結果と比較することにより、我々の超対称行列模型が確かにこの超弦理論の非摂動的定式化になっていることを示す予定であったが、tree level を超えた超弦理論の振幅計算の技術的な困難さからこれを回避し、むしろ昨今注目されている resurgence を用いて我々の理論の非摂動的自由度の解明を行った。我々の行列模型が type IIA 超弦理論であることを実際に示すには、この超弦理論との相関関数の比較によるしかないが、本研究の主目的は超対称性の自発的破れを引き起こす物理的自由度の解明であるから、まずは我々の行列模型が(1)で得られた摂動展開を持つ超弦理論だとして、そこから resurgence を用いて非摂動効果の物理的自由度を解明することも有効であると考えられる。実際、弦理論における非摂動効果の直接解析は非摂動的定式化が確立していない現在の状況では困難であること、またそもそも弦理論は現状摂動級数によってしか定義されていないことから、摂動級数と非摂動効果を直接結び付ける resurgence のアイデアは元来弦理論と相性が良く、今後の弦理論に大きな役割を果たすと期待され、本研究の成果はその礎になると期待される。従って(1)で得られた超対称不変でない演算子の 1 点関数に resurgence を適用し、以下のような興味深い成果を得た：

インスタントン数 0 の(1)の摂動級数に Borel resummation を施すと、non-Borel summable であることを反映して不定性が生じることを明らかにした。弦結合定数が微小な正負の虚部を持つ場合の Borel resummation の結果の差を具体的に計算し、subleading の寄与まで不定性の具体的な表式を与えた。この結果は、確かに弦理論から期待される非摂動効果の形をしていることが分かった。具体的には D-brane の作用およびその周りの摂動展開の形をしており、以後この非摂動効果と D-brane を同定する際に具体的指標となると思われる。また上で述べたように、不定性の leading は、先行研究で求めた行列模型のインスタントン作用と完全に一致した。

Resurgence によれば、インスタントン数 0 の摂動級数から生じる不定性は、インスタントン数がゼロでない背景中の不定性によって完全に打ち消されるはずである。そこでインスタントン数 1 の背景中の奇数べきの 1 点関数を鞍点法により求めたところ、奇数べきの演算子の鞍点での値に不定性が生じることが分かった。これは我々の模型では偶数べきの 1 点関数は有限次多項式で不定性を持たないため、演算子のべきの偶奇に応じて不定性の有無が異なるという事実と確かに対応している。Resurgence でよく見られる不定性は、非摂動的物体の周りの経路と取り方に起因するため、我々の模型における不定性の現れ方は新しく、resurgence の適用可能性を拓げる役割を果たしている。この場合も同様に弦結合定数が微小な正負の虚部を持つ場合に鞍点法を適用し差を求め、インスタントン数 1 の背景中の不定性を subleading まで導出したところ、求めたインスタントン数 0 の場合の不定性を完全に打ち消すことが分かった。よって我々の模型においても、少なくともインスタントン数が小さい場合には resurgence が成立しており、対応する非摂動的物体は行列模型におけるインスタントンであることを明確にした。特にインスタントン数 1 の寄与の場合、元の積分路は実軸上の有限区間であったが、resurgence の成立のためにはそれが鞍点を通るように回転する必要があることを指摘した。この積分路の取り方を Lefschetz thimble の観点から説明することは今後の課題であり、この結果は元の積分路が有限区間の場合の Lefschetz thimble の取り扱いに大きな知見を与えている。

インスタントン数 0 の摂動級数における不定性はガンマ関数を含むものであったが、イン

スタントン数 1 の寄与に対しては鞍点の周りの積分を 2 次までのガウス近似で評価すると、ガンマ関数に対し Stirling の公式を適用したものが得られず、不定性が完全には消えないことが分かった。ガンマ関数を再現し不定性が完全に消えるためには、鞍点の周りのガウス積分を無限次まで行い、足し上げる必要があることを指摘した。このように摂動級数からの寄与がガンマ関数であり、非摂動的物体の周りの寄与がその Stirling の公式になるという現象は他の例でも見られるが、その場合は鞍点の周りに quasi zero mode が存在することが原因であり、理由が我々の場合とまったく異なる。このように resurgence の成立に関し、2 次までのガウス近似では不十分となる新しい例を提供したことは、今後の resurgence の解析に対し大きな意義がある。特にガウス積分を先天的に 2 次で打ち切ることができないことを意味している。

一般に resurgence を用いて非摂動効果を解析するためには、non-Borel summable な摂動級数で与えられ、その十分高次の振る舞いが具体的に分かる物理量が必要である。ところが高次摂動級数が具体的に求まるためには超対称性等が一般に必要であり、すると今度はそのような対称性を持つ量は振る舞いが良く、Borel summable になってしまうというジレンマがある。そこで先行研究では超対称性を持つ模型に対し、それをわずかに破るパラメーターを入れるなどの解析がなされてきた。我々の例では、超対称性を持つ模型において、理論を変更するのではなく、元々理論に存在する超対称不変でない演算子を考えても、resolvent 等の基本的な量があれば十分高次の摂動級数が具体的に計算可能であるという新しい可能性を拓くものである。

(3) 1 点関数のインスタントン補正、2 点関数の評価

行列模型のインスタントンが実際に D-brane であることを示すには、インスタントン背景中と D-brane 背景中の相関関数を比較する必要がある。そこで本研究では行列模型側でインスタントンの存在によりスカラー場の 1 点関数が受ける補正を求めた。これはインスタントンの効果により resolvent が受ける補正を計算することにより得られ、超対称性のない非臨界弦理論においてはこの手法で求めた補正が Liouville 理論で得られた結果と一致することが知られており、この結果も今後 type IIA 超弦理論の D-brane の結果と一致することが期待される。この量はあくまでインスタントン背景中の 1 点関数であり、従って対応する分配関数もインスタントン背景中の分配関数である。1 点関数自体の trans-series における不定性を求めた(2)の量とは異なることに注意を要する。また、(1)で得られた、奇数べきの多点関数を GUE の resolvent の多点関数の積分として表す公式を適用し、2 点関数においても double scaling limit の下で摂動展開の全次数の表式を得た。これにより、まず先行研究で明らかになった log の 2 乗という振る舞いが、1 点関数の log の振る舞いの積として生じている構造が明らかになり、どのべきに対してどの次数で log が生じるかが明確になった。

(4) Filling fraction を足し上げた相関関数におけるくりこみ

我々の行列模型の相関関数は filling fraction で分類され、先行研究においては固定した filling fraction (1,0)における相関関数の議論が主になされていた。Filling fraction で足し上げを行うと、超対称性の自発的破れを反映して、全分配関数が消えてしまうため、相関関数を定義するためには正則化が必要となる。先行研究においては、filling fraction に依存する twist を導入することにより、全分配関数はゼロでない値を持ち、かつ偶数べきの相関関数については、この twist 依存性が消えてうまく定義できていることを示した。一方、奇数べきの相関関数では、twist をゼロにする極限で相関関数が発散することが分かっていた。本研究では、これらの発散は奇数べきの演算子の波動関数くりこみによって消すことができ、さらに有限となった結果は filling fraction が(1,0)のものに帰着することを示した。特に 1 点関数と 2 点関数で共通のくりこみ因子を導入すれば共に有限になることを示した。この結果により、filling fraction を(1,0)に制限した先行研究の結果の正当化を与えた。

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 T. Kuroki and F. Sugino	4. 巻 1905
2. 論文標題 Resurgence of one-point functions in a matrix model for 2D type IIA superstrings	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 JHEP	6. 最初と最後の頁 0-24
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP05(2019)138	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 T. Kuroki and F. Sugino	4. 巻 B 919
2. 論文標題 One-point functions of non-SUSY operators at arbitrary genus in a matrix model for type IIA superstrings	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Nucl. Phys.	6. 最初と最後の頁 325-358
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.nuclphysb.2017.03.018	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計8件（うち招待講演 3件/うち国際学会 4件）

1. 発表者名 Tsunehide Kuroki
2. 発表標題 Nonperturbative ambiguity in double-well type matrix models
3. 学会等名 RIMS-iTHEMS International Workshop on Resurgence Theory（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 黒木経秀
2. 発表標題 Non-local field theory and renormalization group
3. 学会等名 駒場研究会「弦・場・素粒子」（招待講演）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 黒木経秀
2. 発表標題 超対称行列模型における超対称不変でない演算子の2点関数の構造
3. 学会等名 日本物理学会 2017年秋季大会プログラム
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Tsunehide Kuroki
2. 発表標題 Correlation functions at arbitrary genus in noncritical superstring theory
3. 学会等名 YITP Workshop Strings and Fields 2016 (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 黒木経秀
2. 発表標題 超対称行列模型における超対称不変でない多点関数の摂動級数
3. 学会等名 日本物理学会 2016年秋季大会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Tsunehide Kuroki
2. 発表標題 Correlation functions of non-SUSY operators at arbitrary genus in a matrix model for noncritical superstrings
3. 学会等名 KEK Theory Workshop 2016 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Tsunehide Kuroki
2. 発表標題 Correlation functions of non-SUSY operators at arbitrary genus in a matrix model for noncritical superstrings
3. 学会等名 Workshop on String and M-theory in Okinawa (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 黒木経秀
2. 発表標題 Large order behavior and resurgence in correlation functions of non-SUSY operators in matrix model for noncritical superstrings
3. 学会等名 日本物理学会 第72回年次大会
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	杉野 文彦 (Sugino Fumihiko)		