

令和 5 年 6 月 5 日現在

機関番号：82401

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2016～2022

課題番号：16K05338

研究課題名（和文）量子電磁気学に基づく電子異常磁気能率の高精度計算

研究課題名（英文）High-precision calculation of the electron anomalous magnetic moment based on the quantum electrodynamics

研究代表者

仁尾 真紀子（NIO, Makiko）

国立研究開発法人理化学研究所・仁科加速器科学研究センター・上級研究員

研究者番号：80283927

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,200,000円

研究成果の概要（和文）：電子一個の持つ磁気モーメントの大きさを表すg因子を、量子電磁気学理論(QED)に基づいて計算する。g因子の値からディラック方程式からの予言である整数値2を引いた数をg-2と呼ぶ。この電子g-2の値は真空の揺らぎ表し、QEDの摂動計算を高次まで行うことで高精度に予言値を得ることができる。本課題の最大の成果は、摂動10次の項について、私たちの過去の計算結果と、2019年に発表された他グループの結果についての比較検証を行ったことである。両者の答えの差が数値積分計算に潜むバイアスであることまでは突き止めたが、正しい数値については未だ確定していない。今後の研究課題とする。

研究成果の学術的意義や社会的意義

現在の物理学では、物質のミクロでの究極の姿が素粒子である。そして素粒子間の相互作用により、観測される素粒子の性質が発現する。電子の持つ磁気の大きさを示すg因子もその一つだ。電子は、質量が最も軽い荷電レプトンであるため、電子g-2の精密測定が可能で、0.1ppbの精度で決定されており、さらに一桁以上の改良が計画されている。

本研究では、この電子g-2を理論で計算して同等以上の精度を達成しようとするものだ。摂動計算の高次項の確定には10年単位の時間がかかるが、検証の新技术を確立し実施したことで、摂動10次項の確定へと一歩近づいた。これにより、実験と理論の更なる高精度でのテストを実現に導いた。

研究成果の概要（英文）： The g factor, which represents the magnitude of the magnetic moment of a single electron, is calculated based on the quantum electrodynamics (QED). The value of the electron g-2 represents fluctuations of the vacuum, and the prediction can be obtained with high precision by using the perturbation theory of QED.

The most important result of the project is that we performed the comparison of the tenth-order term we calculated before with the result of another group published in 2019; we have even confirmed that the difference between the two answers is a latent bias in the numerical integration calculation, but its correct value has not yet been determined. This will be the subject of future research.

研究分野：量子電磁気学

キーワード：量子電磁気学 異常磁気能率 電子 ミュオン

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

2016年の本研究開始時には、電子  $g-2$  の測定値は2006年のものが最新で0.24ppbの精度であった。ミュオン  $g-2$  の測定値は2004年の最終報告で0.5 ppmの精度であった。一方、QEDの  $g-2$  理論値としては、摂動計算により摂動6次項までは解析解が得られており、摂動8次及び摂動10次項は、私たちの数値計算結果のみが知られていた。摂動8次項については、私たち自身で数々の検証を行い、絶対的な自信を持っていたが、摂動10次項に関しては、数値計算の困難さにより、そこまでの確信は得られていなかった。

電子  $g-2$  のQED理論値は、微細構造定数  $\alpha$  のベキ展開として得られ、展開係数を摂動計算によって求める。したがってQED  $g-2$  理論式で  $\alpha$  を未知数とし、実験値と等しいとすることで、 $\alpha$  の値を決定できる。当時は、この方法による微細構造定数  $\alpha$  の精度が他のどの方法よりも圧倒的に良く、ほぼ電子  $g-2$  が科学技術における最も重要な物理定数の一つである  $\alpha$  の世界標準値を決めていた。

### 2. 研究の目的

電子の異常磁気能率( $g-2$ )を、量子電磁気学(QED)に基づく摂動計算を数値計算の手法によって、より正確に、より精密に、求めるための研究を行う。QEDの  $g-2$  への寄与が高い信頼性を持って決定できることにより、次の2つの成果が期待できる。

(1) 電子およびミュオン粒子の  $g-2$  の理論値をより高い信頼度で決定し、実験値と比較することで、素粒子の標準理論の検証を行い、その破綻を探索する。

(2) 電子  $g-2$  の実験値と理論値から電磁気力の結合定数である微細構造定数  $\alpha$  の値を決定し、基本科学定数の一つとして提供する。

### 3. 研究の方法

QEDの摂動10次の項のうち、特に数値計算で正確な評価を得ることが困難であるSet Vの積分389個の再評価を行う。計算を実施するスーパーコンピュータのハードウェア構成を念頭においたプログラムの書き換えを行い、最速最短の計算実行時間を目指す。さらに、積分の起源である個々のファインマン図の構造に基づいて、積分変数の選び方に工夫をこらし、数値計算の収束の高速化を計る。また、積分変数の書き換えによって得られた積分は解析的には同一であっても、数値積分としては独立な別個の積分である。これまでに得られている数値計算結果と比較することにより、数値計算自体の正確さを検証する。

### 4. 研究成果

#### (1) 関連研究の進展

本研究を開始以後、関連する理論や実験研究において海外各所で大きな進展があった。本研究の遂行にあたってはこれらの影響を大きく受けた。

実験においては、2018年にセシウム原子を用いた実験から微細構造定数  $\alpha$  が0.20ppbで決定され、電子  $g-2$  の実験と理論の値をほぼ同じ精度で直接に比較検証することが初めて可能となった。さらに2020年にはルビジウム原子を用いた別グループの実験からは81ppt(=0.081 ppb)で決定された。しかし、これら二つの  $\alpha$  の値には、5.5標準偏差( $\sigma$ )の差がある。どちらの  $\alpha$  を用いるかによって、電子  $g-2$  の実験と理論はそれぞれセシウム  $\alpha$  で-2.5、ルビジウム  $\alpha$  で+1.6の差となる。つまり電子  $g-2$  の実験と理論がよく一致しているということだ。

2022年には電子  $g-2$  の新しい実験値が14年ぶりに発表され、値自身はほぼ変わらず、不確かさが半分となり0.11ppbとなった。これにより、実験と理論の差は、セシウム原子からの  $\alpha$  を用いると-3.9、ルビジウム原子からの  $\alpha$  を用いると+2.1の差と拡大した。

ミュオン  $g-2$  実験では2021年にフェルミ国立研究所から途中報告がなされた。2004年のBNLの実験値と同じ程度の不確かさに達した段階で、一旦、値を報告したものだ。この新実験値はBNLの結果とよく一致した。ミュオン  $g-2$  の理論と実験の差は2000年頃から3以上あり、多くの人々による多方面からの理論的精査を経ても、その差は生き残って来た。今回は20年ぶりの新実験値発表で、理論との差は4.2に拡大した。フェルミでのデータ蓄積は順調で、2023年秋にはBNLの4倍、0.1ppm程度の実験値の公表が予定されている。

QEDにおけるg-2の理論計算にも大きな進展がみられた。2017年には、20年を費やした計算によりS. Laportaが摂動8次項の解析的な値を得た。私たちが過去に得た数値計算による値と不確かさの範囲で完全に一致した。引き続いて他の2グループからも、精度ははるかに劣るものの、異なる方法での数値計算結果が発表され、全て良く一致した。これにより、摂動8次項の値は確定した。

もう一つの理論的な進展は、2019年にQED g-2 摂動10次項のうちフェルミオンループを含まず光子5個だけの量子補正を表すSet Vの寄与がS. Volkovによって私たちとは独立に計算されたことである。この値は、私たちが2015年に発表した値と4.8%ずれていた。これは、両者の値が違っている、つまりは、どちらかが間違っていることを示唆する。

## (2)本研究課題での成果

QED g-2の摂動8次項が確定したことにより、研究の目標は摂動10次項の検証と確定となった。数値積分計算アルゴリズムの改善を試みる一方で、積分変数の変数変換をファインマン図に施し、数値積分の実行を継続した。最終結果は、これまでのQED g-2の計算方法のレビューと併せてT. Aoyama, T. Kinoshita, and M. Nio, *Atoms* 2019, 7(1), 28に公開された。現在の摂動10次項はこの値が最新で、 $(\alpha / \pi)^5$ の係数として

$$A_1^{(10)} = 6.737 \pm 0.159$$

となっている。このうち6,354個のファインマン頂点図からなるSet Vによる寄与は $7.668 \pm 0.159$ で、不確かさはモンテカルロ数値積分計算による誤差のみで決まっている。Volkovの得たSet Vの値は、 $6.793 \pm 0.090$ であった。この発表によって、本研究課題は、私たち自身のSet Vの計算の検証と精緻化という方針から、Volkovの得た計算結果との比較検証へと大きく舵の向きを変更することとなった。

私たちとVolkovの計算方法はともにファインマン図の寄与をファインマンパラメタ積分として表し、数値積分によって評価するという共通点がある。異なる点としては、私たちはファインマン頂点図のうち共通の量子補正構造を持つ図をワード=高橋恒等式で取りまとめているが、Volkovは頂点図そのものを計算していることがある。また、数値計算での発散の制御のために繰り込み項を導入するが、その構成も有限量だけ違っている。このため、同じ図を計算対象としているにもかかわらず、数値計算データそのものを図毎に比較検証することができない。

そこで本研究では、ワード=高橋恒等式で取りまとめた389個のSet Vのファインマン図の組に対して、私たちとVolkovの数値計算結果の差を表すシンボリックな表式を求めた。表式中に出現する有限量は、既知のものもあるが、未知のものは本研究で新たに計算した。それらは頂点くりこみ定数に関連し、摂動2次で1個、4次で4個、6次で28個、8次で269個が必要とされ、摂動2次以外は、数値積分計算によって比較検証には十分な精度の値を得た。

摂動4次、6次、8次のQED g-2計算でシンボリック表式の数値が、私たちとVolkovの数値計算データの差を説明することを確かめた後、10次での比較検証を実施した。結果として、数値計算データの不確かさの範囲内で両者の計算は389個の組毎に一致した。これは、QED g-2を計算するための被積分関数の構成と計算の方針は、私たちでもVolkovでも正しいことを強く示唆している。しかし、最終的なSet Vの値が両者でずれており、数値積分計算に何らかのバイアスが存在するためと考えられる。私たちでは389個、Volkovでは3,213個のデータを足し上げているため、わずかなバイアスの影響が積み上がって差が生じた。このバイアスの正体はのみならず、それが私たちあるいはVolkovの数値計算のどちらに存在するかも、明らかにするまでには至らなかった。

## (3)今後の展望

近年、実験と理論の双方での電子とミュオンのg-2の精度が向上し、微細構造定数の精度も格段に改良された。これらの物理量から素粒子標準模型を超えた新物理の探索が実現する可能性が現実味を帯びて来た。

QED g-2の計算は、現状では十分な精度に到達しているとされているが、次世代での実験と理論の検証を視野に入れて研究を進める。まず、摂動10次項、特にSet Vの値の確定に向けての研究を進める。さらに摂動12次項の計算についての検討を開始する。ミュオンg-2への寄与は、主要項だけを評価すれば良く、現状の計算機環境でも比較的短時間で値を決定できる。電子g-2の寄与については、従来通りのファインマン図の評価を行う方法も不可能ではない。しかし、莫大な計算機資源が必要である。寄与の符号とオーダーを決定するだけなら、格子QEDでのシミュレーションに利があるかもしれない、この方向も検討する。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 4件/うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Akira Hirayama and Makiko Nio	4. 巻 54
2. 論文標題 Verification of the QED tenth-order electron g - 2: Diagrams without a fermion loop	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 RIKEN Accelerator Progress Report	6. 最初と最後の頁 66-66
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 T. Aoyama et al.	4. 巻 887
2. 論文標題 The anomalous magnetic moment of the muon in the Standard Model	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Physics Reports	6. 最初と最後の頁 1~166
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.physrep.2020.07.006	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 仁尾 真紀子	4. 巻 58
2. 論文標題 超精密計算による素粒子標準模型の向こう側 (特集 理論と計算の物理学 : 計算の背景にひそむ論理)	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 数理科学	6. 最初と最後の頁 14-19
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Aoyama Tatsumi, Kinoshita Toichiro, Nio Makiko	4. 巻 7
2. 論文標題 Theory of the Anomalous Magnetic Moment of the Electron	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Atoms	6. 最初と最後の頁 28~28
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/atoms7010028	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Aoyama Tatsumi、Hayakawa Masashi、Kinoshita Toichiro、Nio Makiko	4. 巻 96
2. 論文標題 Erratum: Tenth-order electron anomalous magnetic moment: Contribution of diagrams without closed lepton loops [Phys. Rev. D 91, 033006 (2015)]	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 11901
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.96.019901	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Aoyama Tatsumi、Kinoshita Toichiro、Nio Makiko	4. 巻 97
2. 論文標題 Revised and improved value of the QED tenth-order electron anomalous magnetic moment	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 36001
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.97.036001	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計10件 (うち招待講演 7件 / うち国際学会 6件)

1. 発表者名 平山陽 仁尾真紀子
2. 発表標題 電子g-2のQED 5ループの寄与の確定に向けて
3. 学会等名 日本物理学会2021年秋季大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Makiko Nio
2. 発表標題 QED calculations of the lepton g-2
3. 学会等名 joint workshop of the 13th International Workshop on Fundamental Physics Using Atoms and RCNP workshop Fundamental Physics Using Neutron and Atoms (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 仁尾 真紀子
2. 発表標題 レプトンg-2の物理研究と、その目指すもの
3. 学会等名 第127回日本物理学会九州支部例会（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 平山 陽
2. 発表標題 電子g-2のQED摂動10次計算の検証について
3. 学会等名 日本物理学会第76回年次大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Makiko Nio
2. 発表標題 On determination of the fine-structure constant: Electron g-2 and Atom Interferometers
3. 学会等名 Muon g-2/EDM experiment at J-PARC, 21th Collaboration Meeting（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Makiko Nio
2. 発表標題 Higher-order QED corrections to the lepton g-2
3. 学会等名 Asian Linear Collider Workshop 2018, Fukuoka, Japan（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Makiko Nio
2. 発表標題 Higher-order QED corrections to the lepton g-2
3. 学会等名 SchwingerFest2018:g-2, Los Angeles, CA, USA (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Makiko Nio
2. 発表標題 Higher-order QED contributions to the lepton anomalous magnetic moments
3. 学会等名 Advanced Computing and Analysis Techniques in Physics Research (ACAT2019), Saas-Fee, Switzerland (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Makiko Nio
2. 発表標題 QED contributions to muon g-2
3. 学会等名 Workshop on hadronic vacuum polarization contributions to muon g-2 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 M. Nio
2. 発表標題 Higher-order QED contributions to muon g-2
3. 学会等名 International workshop "Towards high precision muon g-2/EDM measurement at J-PARC" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------