

令和 2 年 9 月 2 日現在

機関番号：34428

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2019

課題番号：16K06157

研究課題名(和文)任意微小振幅強制振動に対する2次精度応答解析手法に基づく時間平均量最適化

研究課題名(英文) Optimization of time-averaged quantities based on the second-order response analyses to arbitrary small-amplitude forced vibration

研究代表者

石田 秀士 (ISHIDA, Hideshi)

摂南大学・理工学部・准教授

研究者番号：80283737

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では安定定常状態のまわりで任意微小振幅周期的強制振動に対する応答が摂動論により解析的に得られることを利用して、内積型と呼ばれる物理量の時間平均値を大域的に最大・最小化する複素振動源分布をノンパラメトリックで非反復に求める手法を提案している。この手法を正方容器内熱対流場に適用した結果、熱交換効率(ヌセルト数)を最大・最小化する渦度と温度の振動源分布を求めることに世界で初めて成功した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

ダンバを導入するなどして無振動状態で安定静止状態を保つ工学的対象物は多い。このような対象に周期振動を加えた場合にある種の量の時間平均値を大域的に最大・最小化する振動源の分布を極めて短時間に求める手法を開発した。この手法は"無振動で安定静止"の条件さえ満足していればいいので、流体と構造物が相互作用して振動する場合の最適な機体の設計や、流体を離れて、ある都市部の建物群に最もダメージを与える地震動を特定するなど、多くの応用が考えられる。

研究成果の概要(英文)：A perturbative expansion is obtained analytically that describes the response to an arbitrary small-amplitude periodic forced vibration around linearly stable steady solutions, providing the method to maximize or minimize time-averaged quantities categorized into inner-product type by optimizing for the complex field of vibrational sources. Applying this method to the thermal convection field in a square cavity, vibrational heat and vorticity sources are firstly obtained that maximize or minimize the heat transfer rate, Nusselt number.

研究分野：熱工学，熱力学，機械力学，応用数学

キーワード：振動 最適化 時間平均量 大域最適解 非反復 ノンパラメトリック 熱対流

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。

## 1. 研究開始当初の背景

本研究代表者らはこれまで自然対流場の熱的・機械的強制振動に対する応答や共鳴について数多くの研究を行ってきたが、この分野の研究は流体を納める容器の形状や振動の形態(加振方法: 容器全体を振動させるのか、側壁の一部の温度を振動させるのかなど)が変わるたび、その応答の変化を論文の形で報告するような個別的な様相を呈していた。そこで、我々はこれらの結果を統一的に解釈する手法として、ベクトル場が非線形の常微分方程式系(ODEs: Ordinary Differential Equation System)において、線形安定定常解の周りで振動振幅についての線形近似を行って、任意の微小振幅強制振動に対する応答を表す解析解を求めた。この解は任意の振動を表すベクトル(振動形態) $\mathbf{b}$ とそれと独立な周波数応答関数に相当する行列  $\mathbf{Y}$  により構成されており、 $\mathbf{b}$  を入れ替えることで、任意の振動に対する場の全ての量の応答を求めることができる。さらにこの解を利用して最適化問題を固有値問題に帰着させることで、温度・速度場の振幅を最大にする振動の形態をパラメータスタディーを伴うことなく一回の数値計算で求めることに世界で初めて成功した[1]。しかしながらこの線形近似では漸近解析でよく知られている通り、振動の時間平均量に対する寄与を求めることができず、振幅の2乗以上の効果を考慮した弱非線形解析が必要となっていた。

## 2. 研究の目的

そこで本研究では基準となる安定定常解の周りで、振動振幅を摂動パラメータに取った摂動論を適用した結果、振幅の2乗に比例した応答に対する寄与もまた解析的に求まることを発見した。この寄与は時間平均量(直流成分)を含み、振動の時間平均量に対する寄与を議論することが可能となる。本研究ではこの解析解を利用して、研究期間内に特定の時間平均量、例えば高温壁から低温壁へ向かう熱移動量や熱流束を固定した壁面上での剪断応力を大域的に最大・最小化するような振動の形態(振動源の空間分布)を繰り返し計算やパラメータスタディーによらず、時間  $t$  に依存するパラメトリック最適化問題をノンパラメトリックな最適化問題に変換して、一回の数値計算で求めることを目的としている。このような解析は熱交換器の最適化設計に不可欠なものであり、このような逆問題的アプローチは加振方法に依存した従来の周波数応答解析や、弱非線形解析では不可能なものである。また本研究は多自由度振動系の例として熱対流場を扱っているが、この手法は原理的に構造・流体連成系などあらゆる系に適用可能であり、本研究で得られた知見はありとあらゆる系で有効である点が優れている。

## 3. 研究の方法

本研究では典型的な非線形系として二次元熱対流場を扱っている。本研究代表者らはこのような系に種々の振動を加えた結果、振動振幅の増大に伴って、種々の振動熱対流場のモードが励起されるなど、極めて非線形性が強い場であることを確認している(例えば[2])。従ってこのような系で本手法の有効性を確認できれば、本研究の計算手法が常微分方程式系の上での理論に基づいているという特性上、あらゆる強制振動系に適用可能であると結論できる。

そこで本研究ではまず、振幅  $a$  の二次の非線形性をあらかず修正項までで打ち切った二次近似の有効性を確認した。そしてこの近似を利用すると、内積型と称するある種の指標(物理量)に対してその時間平均量を大域的・ノンパラメトリック・非繰り返し手法により最適化(最大・最小化)できることを理論的に示し、その適用例として二次元熱対流場の熱移動量もしくは壁面剪断応力の時間平均値を最大・最小化する温度・渦度振動の空間分布を求め、その最適化された熱対流場の特性を議論した。計算には目的に応じて(1)左側面で熱流束を一定にした場合と、(2)温度を一定にした場合の2通りの境界条件で検討を行った。なお、この最適化の際、得られた最適解が離散化の際の分割数に依存しないことも併せて確認した。これも今回の一連の研究で特筆すべき成果である。

## 4. 研究成果

### 4.1 二次近似の有効性

本研究では正方容器内熱対流場を扱っており、上下面は断熱、右側面は無次元温度 0 に固定している。左側面については上述の通り、2つの条件を用いている。離散化して ODEs のベクトル場を構成するために、Boussinesq 流体の渦度-流れ関数-エネルギーの方程式系を、対流項について QUICK、拡散項について中心差分を用いて離散化した。このベクトル場は格子分割によって生じる内点(総点数  $L$  点)の各点の渦度  $\zeta$  と温度  $\theta$  を並べることによって生じる、以下のような相空間  $\mathbf{x}$  上の時間発展を記述する。

$$\mathbf{x}=(\zeta_1, \dots, \zeta_L, \theta_1, \dots, \theta_L)$$

流体は空気を想定して  $Pr=0.71$  とし、線形安定定常解が存在するように熱流束一定条件では  $Ra=10^6$ 、温度一定条件では  $Ra=10^5$  に固定した。左壁面熱流束一定条件下での二次近似の有効性については下壁面熱流束振動に対して既に Ishida, Sugimura ら[3]が示しているの、特に本研究では左壁面に温度の正弦振動を加えた場合の二次近似の有効性について検討した。

その結果、振幅  $a=0.2$  までの範囲内であれば、近似を用いない直接計算結果と二次近似は非常によく一致し、 $a=0.4$  まで大きくすると若干の差異が見られて三次近似が望ましいと判断される位相は存在するものの、概ね二次近似は直接数値計算結果をよく再現することが確認できた。

ここで二次近似が有効な振幅  $a$  は基準となる安定定常解に基づく振動形態  $\mathbf{b}$  の大きさに依存することに注意する必要がある。特に左壁面温度振動の場合、この大きさが分割数  $N$  に対して  $N^{3/2}$  に比例する、すなわち分割数  $N$  の増大に対して発散することを考慮すると、工学的に極めて大きな振幅の振動に対しても二次近似は精度よく現象を再現できることを示唆している。

## 4.2 時間平均量の最大・最小化

前節まで二次精度近似の有効性が確認できたが、この打ち切り近似を用いると以下のような、内積型指標  $I$

$$I = \mathbf{d}^T \mathbf{x}$$

の時間平均量の最大・最小化問題をあるエルミート行列の固有値問題に帰着させることができる。この時計算で求まる最大・最小固有値が最適な振動によって実現する  $I$  の最大・最小の変化を表しており、対応する固有ベクトルが最適な複素振動分布を表している。このような内積型指標で扱える物理量は熱流体で重要な熱移動量(ヌセルト数)や壁面剪断応力を含んでおり、適用範囲は広い。なお安定定常解に加える振動は本研究では場に加える複素数の渦度・温度振動源の振動であり、ある決まった角周波数  $\omega$  を持っている。本研究ではこの周波数を内部重力波の周波数に固定した。振動二次近似は Ishida, Sugimura ら[3]が報告している通り、原理的にはあらゆる周波数成分が重ね合わされた振動に対する応答を取り扱うことができるので、このような制約は不要であるが、本研究ではまずこのような振動に対して壁面で時間平均ヌセルト数を最大・最小化する振動の形態を1回の数値計算で求めた。

従来の最適化手法からするとこのような最適化は時間  $t$  についてのパラメトリックな最適化であり、熱流体の方程式系が非線形であることを考慮すると、一般に繰り返し計算なしで最適解を得ることは難しい。特に本研究で扱うような振動場の最適化となると事実上不可能となるのでこれまでこのような研究を行った例はなかった。さらに本研究で得られる最適解は繰り返し最適化手法に用いられる探索の初期値に依存するような局所的な最適解ではなく、真に最適な大域最適解であり、それも指標  $I$  を最大・最小化する振動の分布が同時に求まる点が従来法に比べて著しく優れている。

さて、このような手法を用いて左壁面温度固定条件下で時間平均ヌセルト数を最大・最小化する渦度・温度振動源の分布を求めた。これらは複素数の量なので振幅と位相の情報を持っている。これらを分割数  $N$  を変えながら計算を行ったところ、分割数の増大によってこれら最適な振動分布が収束していく様子が確認できた。従って本研究で得られた最適分布は分割数に依存しない、Boussinesq 方程式系に固有の最適解であると断言できる。

こうして得られた最適分布は渦度振動源の振幅が小さく、最適な熱流体場の振動は主に温度振動源(発熱振動源)の振動により、浮力を通じて駆動されることが判明した。この温度振動源の分布は容器内の左右に2つのピークを有しており、これは内部重力波との共鳴を生じさせる分布[1]と定性的によく一致している。従ってこの最適分布は内部重力波との共鳴により大振幅の振動を励起し、その非線形性によって時間平均量を最大化させていることがわかった。一方、ヌセルト数を最小化する振動は左上と右下にピークを有しており、その近傍に逆位相のピークも有することでこれらの振動を打ち消し、静穏で時間平均的に境界層の厚い温度分布を実現していることが明らかとなった。

さらに左壁面剪断応力の時間平均量の最適化や左壁面熱流束一定条件下での左壁面剪断応力の最適化も行った結果、剪断応力の最小化を実現する振動分布は内部重力波を励起する分布に対応することが明らかとなった。

以上、科研費の補助を受け得られた研究成果は熱流体に関するものではあるが、前述の通り本手法は ODEs 上の理論として構築されており、基準となる場が無振動状態で実現する線形安定定常解でありさえすればよいので、流体・構造連成系や、制御を含めた全体系が無振動状態で安定定常状態を実現するような系など、ありとあらゆる系に対して適用できるので、工学的に極めて有効である。

## 参考文献

- [1] H. Ishida, K. Yamamoto, S. Nishihara, T. Oki, and G. Kawahara, "Forced oscillations, optimal forcing and resonance of thermal convection under small, time-varying forcing", *Int. J. Heat Mass Transfer*, **55** (2012), 6618–6631.
- [2] H. Ishida, Y. Takagi, N. Kin, H. Yoshimura, G. Kawahara, "Resonant thermal convections in a square cavity induced by heat-flux vibration on the bottom wall", *Numer. Heat Transfer, Part A*, **58** (2010), 20–40.
- [3] H. Ishida, S. Sugimura, T. Kuroda, G. Kawahara, "Second-order approximation to forced oscillations of thermal convection under small time-varying forcing", *Int. J. Heat Mass Transfer*, **96** (2016), 145–153.

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計1件)

H. Ishida, S. Ihara, C. Okema, S. Yamada, and G. Kawahara, “Global, nonparametric, noniterative optimization of time-averaged quantities under small, time-varying forcing: An application to a thermal convection field”, *Numer. Heat Transfer, Part B*, **76** (2019), 185–202.

(DOI: [10.1080/10407790.2019.1665436](https://doi.org/10.1080/10407790.2019.1665436))

[学会発表] (計4件)

- ① 芝田雄介, 木飼和希, 石田秀士, 任意微小振幅強制振動下での大域的ノンパラメトリック時間平均量最適化—熱対流場への適用—, 第5回摂南大学融合科学研究所講演会, 2019.
- ② 井原詩帆, 山田祥平, 石田秀士, 河原源太, 微小振幅強制振動熱対流場における熱伝達率の時間平均量最適化, 日本機械学会関西学生会 2017年度学生員卒業研究発表講演会, 2018.
- ③ 石田秀士, 井原詩帆, 山田祥平, 河原源太, 微小振幅強制振動下でのノンパラメトリック時間平均量最適化—熱対流場への適用—, 日本機械学会関西支部第93期定時総会講演会, 2018.
- ④ H. Ishida, C. Okema, and G. Kawahara, “Non-parametric optimization of time-averaged quantities under small, time-varying forcing: an application to a thermal convection field”, Optimization2017, Lisbon, Portugal, 2017.

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

○取得状況 (計0件)

[その他]

ホームページ等 なし

## 6. 研究組織

(1)研究代表者

石田秀士 (ISHIDA, Hideshi)

摂南大学・理工学部機械工学科・准教授

研究者番号: 80283737

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 H. Ishida, S. Ihara, C. Okema, S. Yamada, and G. Kawahara	4. 巻 76
2. 論文標題 Global, nonparametric, noniterative optimization of time-averaged quantities under small, time-varying forcing: An application to a thermal convection field	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Numer. Heat Transfer, Part B	6. 最初と最後の頁 185-202
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1080/10407790.2019.1665436	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計4件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 1件）

1. 発表者名 H. Ishida, C. Okema, and G. Kawahara
2. 発表標題 Non-parametric optimization of time-averaged quantities under small, time-varying forcing: an application to a thermal convection field
3. 学会等名 Optimization2017, Lisbon, Portugal（国際学会）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 井原詩帆, 山田祥平, 石田秀士, 河原源太
2. 発表標題 微小振幅強制振動熱対流場における熱伝達率の時間平均量最適化
3. 学会等名 日本機械学会関西学生会2017年度学生員卒業研究発表講演会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 石田秀士, 井原詩帆, 山田祥平, 河原源太
2. 発表標題 微小振幅強制振動下でのノンパラメトリック時間平均量最適化-熱対流場への適用-
3. 学会等名 日本機械学会関西支部 第93期定時総会講演会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 芝田雄介, 木飼和希, 石田秀士
2. 発表標題 任意微小振幅強制振動下での大域的ノンパラメトリック時間平均量最適化-熱対流場への適用-
3. 学会等名 第5回摂南大学融合科学研究所講演会
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考