

令和 2 年 4 月 15 日現在

機関番号：13101

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2016～2017

課題番号：16K13375

研究課題名（和文）多者間ネットティングの数理的基盤の構築とその応用

研究課題名（英文）Mathematical Formulation of a Multilateral Netting Scheme and Its Application

研究代表者

家富 洋（Iyetomi, Hiroshi）

新潟大学・自然科学系・教授

研究者番号：20168090

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,100,000円

研究成果の概要（和文）：金融市場におけるシステムック・リスクを緩和するにあたり、多者間ネットティングは重要である。本研究では、変分原理によって多者間ネットティングの解を一意的に決定する方式を考案した。その多者間ネットティングの定式化は柔軟性があり、参加者の信用度をネットティングに反映させることもできる。加えて、得られた多者間ネットティング理論を貿易収支ネットワークと企業間取引ネットワークにおける階層・循環構造の解明に応用した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

多者間ネットティングの相殺方法には無数の解がある。そのため、金融のシステムック・リスクに対する多者間ネットティングの重要性（特にリスクの分散化において）は十二分に認識されているものの、その実装は進んでいない。本研究では、数式を使って誰もが合理的に理解できる多者間ネットティングの方式を確立した。本研究の成果は、多者間ネットティングの実装における困難に対して風穴を開けるとともに、多者間ネットティングの法整備に資すると期待される。

研究成果の概要（英文）：Multilateral netting is a promising clue to mitigation of systemic financial risk. In this study, we worked out a variational principle leading to a unique solution for multilateral netting. The formulation is so flexible that we can incorporate degree of credibility of participants into the netting. In addition, the multilateral netting theory developed here was applied to trade imbalance and interfirm transaction networks to elucidate hierarchical and circular structures embedded in those directed networks.

研究分野：経済物理学，多変量解析，ネットワーク科学

キーワード：多者間ネットティング 債権債務関係 金融決済システム 変分原理 Helmholtz-Hodge分解 貿易収支 企業間取引関係

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。

1. 研究開始当初の背景

(1) ネットティングとは、債権債務の精算のために、支払うべき額と受け取るべき額の差額を算出し、当該差額のみを決済する手続き(帳簿上での相殺手続き)である。ネットティングは、実際の取引金額を小さくし、取引に伴うリスクの低減、為替手数料や事務処理費用の削減、決済資金の削減などの効果をもたらし、金融システムを安定化させる。

(2) 経済の電子化やグローバル化が急速に進みつつあり、決済システムは、今後、2者間でのネットティング(バイラテラル・ネットティング)から多者間でのネットティング(多者間・ネットティング)へ発展していくと予想される。多者間ネットティングの適用例としては、グループ企業内での債権債務関係の精算、提携する複数のクレジットカード会社や電子マネー発行会社間の債権債務関係の精算、相互乗り入れする鉄道会社間の債権債務関係の精算など枚挙にいとまが無い。

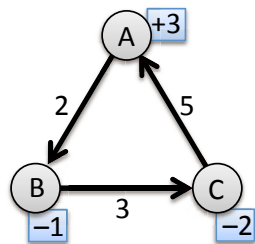


図1: 3者間の債権債務関係の例 (AはBに対して2の負債, Cに対して5の債権を持っていること表示, 差し引き3のプラスである)

(3) 2者間でのネットティングの場合には、誰に対する債務、債権なのかは明白である。ところが、図1のような3者間の債権債務関係となると、とたんにネットティング後の債務・債権の帰属がわからなくなってしまう。言い換えれば、多者間ネットティングの相殺方法には無数の解があるのである。図2は、図1の債権債務関係に対するネットティングの例である。どのネットティング方式においても、個々の債務あるいは債権額は元のものと同じであるが、それぞれの債務債権関係は大きく異なる。例えば、Cが破綻すると仮定する。その場合、方式(a)ではAが3の債権を

回収できず、方式(b)では同じくAが2の債権を回収できない。方式(c)ではBが2の債権を回収できなくなる。

(4) 以上の理由で、金融のシステミック・リスクに対する多者間ネットティングの重要性(特にリスクの分散化において)は十二分に認識されているものの、その実装は進んでいない。

(5) そのような問題を回避するための方策として、バーゼル委員会は、中央決済機関を介させた多者間・ネットティング(セントラル・カウンターパーティー方式)による資金取引の可能性について検討を行っている。また、国内においては、参加金融機関の間で全国銀行内国為替制度や外国為替円決済制度などの集中決済システムが構築されている。しかし、セントラル・カウンターパーティー方式(図3に例示)を採用した場合には、そのような債務・債権の帰属における任意性は残らないが、全リスクが中央決済機関に集中してしまうという大きな欠点がある。また、そもそもいかに信頼できる中央決済機関を設置・維持するかとの問題がある。

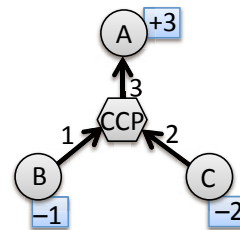


図3: 図1の債権債務関係に対するセントラル・カウンターパーティー(CCP)方式のネットティング

2. 研究の目的

(1) 本研究は、多者間ネットティングに対する数理的基盤を構築し、多者間・ネットティングの応用や法的整備に向けての下地慣らしを行う。具体的には、変分原理を新しく導入し、その原理の下で多者間ネットティングにおける債権債務の相殺処理方法を数理的に明瞭化する。さらに、本研究で開発する多者間ネットティングの新方式について特許化を目指す。

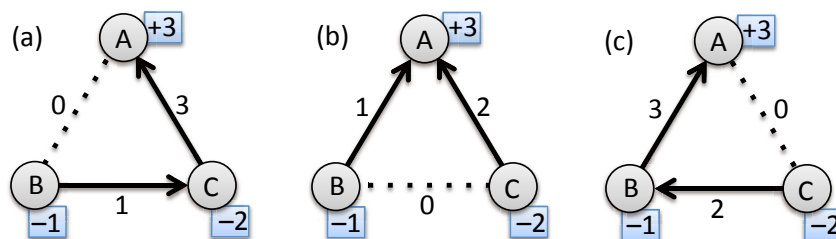


図2: 図1の債権・債務関係に対する多者間ネットティングの例 (どれも解!)

(2) 誰もが合理的に理解できる多者間ネッティングの方式を確立できれば、多者間ネッティングの実装における困難に対して風穴を開けることができる。また、多者間ネッティングの法整備を容易にすると期待される。ネッティングの要諦が相互相殺によつての債権債務関係の減却であることを思い起こすと、その減却の最適化を促す本研究で提案する変分原理は極々自然な要請である。

### 3. 研究の方法

(1) 本研究の根幹となる新しいアイデアは、何らかの数理的な最適化原理を導入し、その原理を基に無数に存在する多者間ネッティングの解を固定化しようというものである。具体的には、ネッティングによる相殺後の決済差額から定義される目的関数を最小化する。目的関数としては、ネッティングの決済差額の総和、決済差額の2乗和などが考えられる。

(2) 本研究の多者間ネッティングの変分問題は、与えられた電源、抵抗の下で各素子に流れる電流を求める回路の問題（ジュール発熱最小化原理）と定式化において共通する部分があり、回路問題の1解法であるループ電流法を利用する。

(3) 得られた決済差額最小化原理に基づく多者間ネッティング方式の応用の可能性を広げるためには、大規模ネットワーク（100万オーダーの参加者を想定）に対しても高速にネッティング計算を実行できることが望ましい。そのために、並列計算アルゴリズムやネットワークのコミュニティ検出手法を活用する。

### 4. 研究成果

#### 多者間ネッティング理論の構築

(1) 図1の3者間の債権債務関係を例に、本研究で開発した決済差額最小化原理に基づく多者間ネッティング理論（ループ電流法）を説明する。3者間のループ流の大きさを $c$ とすると、関与する全取引の決済差額の総和 $I_1$  (L1距離) および2乗和 $I_2$  (L2距離) は次のように与えられる：

$$I_1(c) = |2-c| + |3-c| + |5-c|,$$

$$I_2(c) = (2-c)^2 + (3-c)^2 + (5-c)^2$$

これらの目的関数を $c$ について最小化する。 $I_1$ に対して得られる結果は、 $c^* = 3$ （取引額の中央値）であり、対応する最小値は $I_1^* = 3$ である。また、 $I_2$ に対しては、 $c^* = 10/3$ （取引額の平均値）、 $I_2^* = 14/3$ であり、結果を図4に示す。これらのネッティング方式による

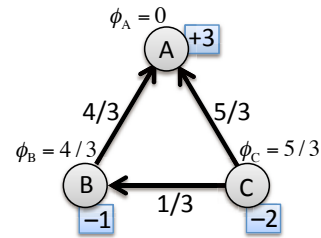


図4: 最適化された多者間ネッティング後の図1の債権債務関係（ネッティング後の取引金額の2乗和を目的関数として採用した場合）

圧縮率は、それぞれ

$$\frac{I_1^*}{I_1(0)} = \frac{3}{10} = 0.3,$$

$$\sqrt{\frac{I_2^*}{I_2(0)}} = \sqrt{\frac{14/3}{38}} = 0.350,$$

である。ここで $I_2$ の圧縮率に対しては、 $I_1$ の圧縮率と比較できるように平方根をとった。一般のネットワークについても同様に定式化が可能である。

(2) ネットワークの基本構成要素は、ノード（バーテックス）とそれらを結ぶリンク（エッジ）である。さらに、リンクに向きの情報が付け加わると、有向ネットワーク上での流れの構造という質的に新しい問題が登場する。流れの構造には、大きく分けて、**階層的な流れ**と**循環的な流れ**がある。実は、変分原理の目的関数として $I_2$ を採用すれば、債権債務の流れ構造は、ポテンシャル流成分とループ流成分に一意的に分解される（ベクトル解析における Helmholtz 分解に対応）。ポテンシャル流は、各リンク上の流れが両端のノードに付随するポテンシャルの差で与えられる水の流れに代表される階層的流れであり、ループ流は各ノードにおいて入出流がバランスしている循環的な流れである。つまり、ポテンシャル流がネッティング後の債権債務関係、ループ流がネッティングによる債権債務の精算を表す。図4では各者のポテンシャル値 $\phi$ も添えてある。この分解は、数学的にはすでに知られており、Helmholtz-Hodge 分解と呼ばれている（代表者は、ベクトル解析における Helmholtz 分解とのアナロジーから独自に定式化した。後にこの事実を知った）。

(3) 変分原理の目的関数として $I_2$ を採用する利点は、Helmholtz-Hodge 分解によって、ネッティング後の参加者同士の債権債務関係が階層的になることである。つまり、信用破綻の波及は上流から下流へ向けての一方向の流れであり、参加者は自分より下流側にいる参加者の信用状態を気にする必要がない。また、当初の予定のように各リンクを流れるループ流の流量を独立変数に取る代わ

りに、各ノードのポテンシャル値を独立変数に取るにより、Helmholtz-Hodge 分解の計算量を大幅に削減できる。加えて、ポテンシャル値の決定方程式は連立一次方程式であることから、LINPACK をはじめとして様々な大規模系用に関与された計算ライブラリーが利用可能であり、100 万オーダーの参加者をもつ大規模ネットワークに対しても通常のパソコン上において Helmholtz-Hodge 分解の実行に問題はない。

(4) 本研究では、Helmholtz-Hodge 分解を一般化し、各リンクに流れる流量とは独立に各リンクに対して重みを導入した。重みを適宜調整することによってネットティングの度合いを制御することが可能である。また、参加者の信用度をネットティングに反映させることもできる。これらのアイデアを特許化することを計画している。

### 多者間ネットティング理論の国際貿易収支関係への応用

(1) 2 国間の貿易不均衡の問題は、しばしば両国間に軋轢を生む。近年の貿易のグローバル化により、貿易不均衡の問題をそのように 2 国間ではなく、ネットティングと同様に多国間で捉える視点が必要となっている。例えば、三角貿易においては、2 国間では貿易不均衡が生じていても、3 国は貿易によって互恵関係にある。IMF によって提供されている貿易データを用いて、貿易収支構造について多者間ネットティング理論に基づく分析を行った。ヘルムホルツ・ホッジ分解におけるポテンシャル流成分が貿易収支関係の階層性（輸出側 vs 輸入側）を、ループ流成分が多国間の互恵関係の度合いを定量的に表す。

(2) 図 5 に貿易関係に関する解析結果の一例を示す。我が国は産油国に対して 2 国間の貿易収支は赤字であるが、ポテンシャル流成

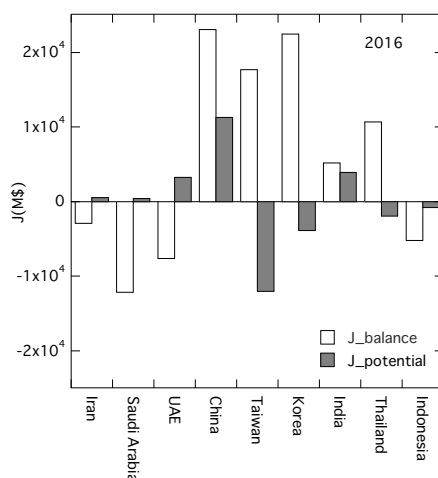


図 5: 2016 年における日本とアジア諸国との貿易収支関係（縦軸は百万ドル単位の貿易収支額；白色および灰色の棒は、それぞれ二国間の直接的な収支、多国的視点に基づく実効的な収支を表す）

分で見ると赤字はほぼ解消されている。つまり、我が国は、2 国間のみならず第 3 国を経由してそれらの国々へ輸出しているのである。他方、我が国と東南アジア諸国（インドネシアを除く）との貿易収支は大きく黒字であるものの、実効的にはその黒字は大幅に減じられることがわかる（中国を除き、実効的に赤字）。また、日米、米中間の貿易に目を向けると、米国の対日、対中の貿易赤字は、2016 年でそれぞれ 628 億ドル、2984 億ドルである。本研究の多国間的視点を採用すると、米国の対中貿易赤字は 35%減少するのに対し、対日ではむしろ 9%赤字は拡大する。

(3) 以上のように、多者間ネットティング理論は、単に金融システムの安定性に資するばかりではなく、2 国間の貿易紛争の緩和に貢献することができる。

### 多者間ネットティング理論の生産ネットワークへの応用

(1) 従来、1 国の実体経済の構造の解明や経済波及効果の分析は、産業連関表を元に議論されてきた。しかし、企業の産業による分類は、多分に形式的な粗視化であり、実体に即したマイクロからマクロへの縮約とは限らない。我が国における実体経済は、約 100 万社の企業間の数百万の取引関係によって特徴づけられる。このようなマイクロの企業間の関係は、企業をノード、取引関係をリンクとした有向ネットワークとして表される。本研究は、最新の日本の企業間取引関係データ（東京商工リサーチ社製、2016 年）を解析対象とし、企業レベルで産業連関の階層・循環構造を明らかにし、我が国の実体経済に対して新しい視点を提供した。

(2) 産業間の財の流れについての基本構造は、「階層構造」と「循環構造」に大別される。図 1 に 2 つの流れ構造を例示する。階層的な財の流れは、サプライチェーンに代表される上流（原材料）から下流（最終製品）へ向かう一方向の流れである。他方、循環的な財の流れとは、ある産業の生産物が他の産業にとっての投入物となり、産業が互いに連鎖し合っているフラットな構造を指す。典型的な例が、第 2 次世界大戦直後に我が国の産業復興のために採用された傾斜生産方式（基幹

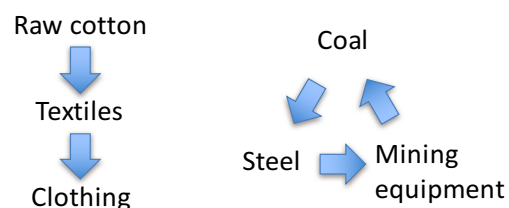


図 6: 生産ネットワークにおける階層構造（左）と循環構造（右）

産業への予算の集中投下)である。石炭の採掘が鉄鋼生産に必要なエネルギーを生み出し、そのエネルギーを使って得られた鉄鋼から採掘機械が製造されれば、財の流れの循環が生まれ、その循環が成長の核となって産業全体が復興するという仕掛けである。これまでに行われた産業連関表に関する多くの分析は、産業間の取引には循環的連結があることは認めるものの、階層的連結の構造が支配的であることを強調している。

(3) Helmholtz-Hodge 分解を用いることにより、生産ネットワーク上における企業間の取引流構造の階層性と循環性を定量的に解析した。Helmholtz-Hodge 分解で与えられるポテンシャル情報を可視化法に取り入れたことにより、各企業の階層的な位置付けを明確化した。図 7 に可視化の結果を示す。z 軸上方向に配置されればされるほど、その企業は上流側に位置する。上段および中段の図は、生産ネットワーク上の取引流の蝶ネクタイ構造の外観と半断面を示している。取引流構造の観点から企業を分類すると、企業同士が双方向につながっている巨大強連結成分 **GSCC** (約 50%) と巨大強連結成分に対して一方向に連なっている入力部分 **IN** (約 21%) および出力部分 **OUT** (約 26%) へ概ね分解できる。生産活動のコアを形成する巨大強連結成分は階層性と循環性を合せもつものに対して、周辺に位置する入出力部分は階層性のみをもつ。さらに、その循環流成分に着目し、企業同士が循環的取引流によって強く結びついている企業群 (コミュニティ) を Infomap 法に基づき抽出した。主要コミュニティにおいては、上流から下流へ向かっての主要産業の階層的取引流に対して、輸送業、サービス業、設備業、情報産業などの主産業を補完する企

業がコミュニティ内の取引流全体に循環性をもたらしている。図 7 の下段に上位 10 個 (企業数をコミュニティの大きさとして) のコミュニティを示す。

(4) 産業連関表は、経済構造の総合的な把握はもとより、経済波及効果の推計、各種経済指標の基準改定、災害の影響の予測など経済分析の様々な場面で用いられている。しかし、これまでの「産業」の定義は概念的であり、曖昧である。むしろ、企業レベルのミクロなデータから、企業間取引関係の現実に即応した企業集団を定義することが、産業連関分析の精度を高める上で望ましい。現実の生産ネットワークの取引流構造に基礎を置いた産業連関分析の発展は、より効果的な経済政策の立案に資すると大いに期待される。特に、本研究では、我が国の生産システムにおける取引流の循環性に着目 (循環的産業連関構造は経済成長のエンジンになり得る) することにより、明確に企業集団を抽出できることを示した。産業連関分析を創始するにあって財の循環を重要視した Leontief への回帰である。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

① Yuichi Kichikawa, Takashi Iino, Hiroshi Iyetomi, Hiroyasu Inoue, Community structure based on circular flow in a large-scale transaction network, Applied Network Science, Vol. 4, p. 92 (2019). 査読有

② Yuichi Kichikawa, Takashi Iino,

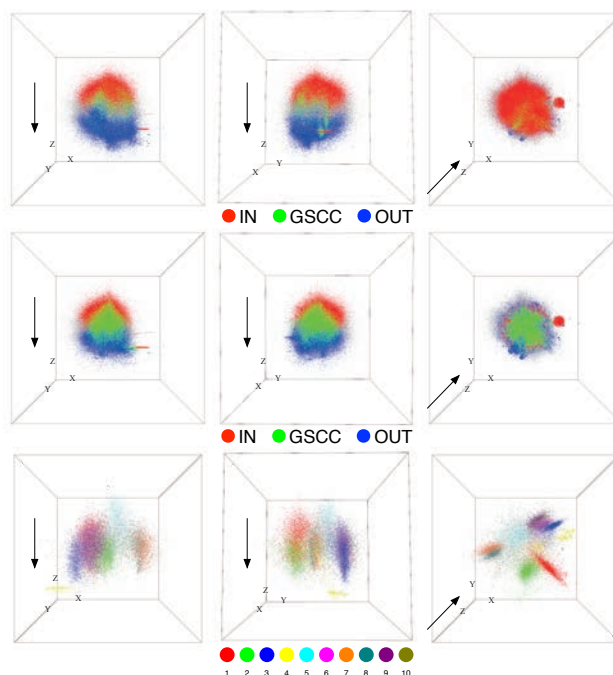


図 7 我が国の生産ネットワーク (TSR 社の企業関連データから構築) の可視化

Hiroshi Iyetomi, Hiroyasu Inoue, Visualization of a directed network with focus on its hierarchy and circularity, Journal of Computational Social Science, vol. 2, pp. 15 - 23 (2019). 査読有

- ③ Yuichi Kichikawa, Hiroshi Iyetomi, Takashi Iino, and Hiroyasu Inoue, Hierarchical and Circulating Flow Structure in an Interfirm Transaction Network, Abstracts of the 6th Int'l Workshop on Complex Networks and their Applications (Lyon, France), 2017, pp. 12-14. 査読有
- ④ Hiroshi Iyetomi, Yuichi Ikeda, Takayuki Mizuno, Takaaki Ohnishi, and Tsutomu Watanabe, International Trade Relationship from a Multilateral Point of View, Abstracts of the 6th Int'l Workshop on Complex Networks and their Applications (Lyon, France), 2017, pp. 253-255. 査読有

[学会発表] (計 13 件)

- ① 武田正俊, 家富洋, 国際貿易収支ネットワークのフロー構造: 階層性と循環性, 日本物理学会第 73 回年次大会, 2018 年.
- ② 吉川悠一, 家富洋, 飯野隆史, 井上寛康, 企業間取引ネットワークにおけるコミュニティ構造とショック伝播, 日本物理学会第 73 回年次大会, 2018 年.
- ③ 家富洋, 池田裕一, 大西立顕, 水野貴之, 渡辺努, 多国間的視点における国際貿易関係, 京都大学基礎物理学研究所研究会「経済物理学 2017 - 新たな領域との融合」, 2017 年.
- ④ 武田正俊, 家富洋, 世界貿易関係のネットワーク的研究: 三角貿易関係, 京都大学基礎物理学研究所研究会「経済物理学 2017 - 新たな領域との融合」, 2017 年.
- ⑤ 吉川悠一, 家富洋, 飯野隆史, 井上寛康, 京都大学基礎物理学研究所研究会「経済物理学 2017 - 新たな領域との融合」, 2017 年.
- ⑥ Y. Kichikawa, H. Iyetomi, T. Iino, and H. Inoue, Hierarchical and Circulating Flow Structure in an Interfirm Transaction Network, The 6th International Workshop on Complex Networks and Their Applications (Complex Networks 2017), 2017.
- ⑦ H. Iyetomi, Y. Ikeda, T. Mizuno, T. Ohnishi and T. Watanabe, International Trade Relationship from a Multilateral

Point of View, The 6th International Workshop on Complex Networks and Their Applications (Complex Networks 2017), 2017.

- ⑧ 武田正俊, 吉川悠一, 家富洋, 三角貿易構造の抽出とその変遷, キャノングローバル戦略研究所主催「経済・社会への分野横断的研究会」, 2017 年.
- ⑨ 家富洋, 吉川悠一, 飯野隆史, 井上寛康, 企業間取引ネットワークにおける階層・循環的フロー構造 II, 日本物理学会 2017 年秋季大会, 2017 年.
- ⑩ 武田正俊, 吉川悠一, 家富洋, 世界貿易ネットワークにおける三角貿易関係, 日本物理学会 2017 年秋季大会, 2017 年.
- ⑪ H. Iyetomi, T. Iino, Y. Kichikawa, and H. Inoue, Interfirm Flow Structure of an Exhaustive Production Network in Japan, The 22nd Workshop on the Economic Science with Heterogeneous Interacting Agents (WEHIA2017), 2017.
- ⑫ 家富洋, Interfirm Transaction Relationship as a Directed Network, 第 21 回進化経済学会京都大会年次大会, 2017 年. 招待講演
- ⑬ 吉川悠一, 武田正俊, 家富洋, 貿易収支関係ネットワークのフロー構造, 第 45 回日本物理学会新潟支部例会, 2016 年.

[図書] (計 1 件)

- ① Hideaki Aoyama, Yoshi Fujiwara, Yuichi Ikeda, Hiroshi Iyetomi, Wataru Souma, and Hiroshi Yoshikawa, Macro-Econophysics: New Studies on Economic Networks and Synchronization, Cambridge University Press, 2017, pp. 432.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

家富 洋 (IYETOMI, Hiroshi)  
新潟大学・自然科学系・教授  
研究者番号: 20168090

### (2) 研究分担者

渡辺 努 (WATANABE, Tsutomu)  
東京大学・大学院経済学研究科・教授  
研究者番号: 90313444

### (3) 研究協力者

飯野 隆史 (IINO, Takashi)  
吉川 悠一 (KICHIKAWA, Yuichi)