

平成 30 年 5 月 10 日現在

機関番号：24403

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2016～2017

課題番号：16K13738

研究課題名(和文) 統計的不確実性が信頼性に基づく最適設計におよぼす影響を見える化する指標の構築

研究課題名(英文) Development of visualization index to investigate statistical uncertainty on reliability-based design optimization

研究代表者

小木曾 望 (KOGISO, NOZOMU)

大阪府立大学・工学(系)研究科(研究院)・准教授

研究者番号：70295715

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,300,000円

研究成果の概要(和文)：この研究を通して、統計的不確実性が信頼性に基づく最適設計におよぼす影響を表す epistemic reliability index を提案し、学術論文として発表することができた。統計的不確実性を考慮すると、従来の物理的不確実性のみを考慮した設計よりもより大きなマージンを必要とするが、この指標は、そのマージンを定量的に示すことができる。また、この指標は設計変数によらず、一定の値をとることを明らかにした。その結果、最適設計の過程で繰り返し計算をする必要がなく、計算負荷を抑えることができる。数値計算例だけでなく、スマート宇宙構造の設計にもこの指標を適用し、「見える化する指標」としての有効性を示した。

研究成果の概要(英文)：During the two-year research, "epistemic reliability index" is proposed as a visualization index to quantify the effect of the statistical uncertainty on the reliability-based optimum design considering the physical uncertainty. This index is proposed through an academic paper published online in FY2018. This index quantifies a necessity margin to consider the statistical uncertainty to the design considers only the physical uncertainty. In addition, it is clarified theoretically that this index takes a constant value regardless of design variables. Therefore, the index is obtained efficiently that is sufficient to calculate once during the optimization process. The validity of the proposed method is demonstrated through the actual design example of smart space structural component as well as numerical examples.

研究分野：信頼性工学，航空宇宙システム工学

キーワード：統計的不確実性 信頼性に基づく最適設計 見える化 信頼性指標 CRI

1. 研究開始当初の背景

研究代表者は、これまでに荷重や材料特性の変動である「物理的不確定性」を考慮した「信頼性に基づく最適設計」や「ロバスト設計」に関する研究に取り組んできた。設計において不確定性を考慮することの重要性は広く認識されているけれども、不確定性を考慮した設計法は「大事なのはわかるけど難しいから」と避けられることが多い。

その一方で、自動車の衝突解析のような複雑な解析は、難しくても役立つから発展してきた。ということは、信頼性に基づく最適設計が避けられる理由は「難しいから」ではない。どちらかといえば、「役に立っていない」からである。「どうしたら役に立つか」という視点から、問題点を以下の二点に整理した。

- ✓ 統計的不確定性が考慮できていない。「平均値、分散などの確率変数のパラメータを確定値として入力としているけれど、これが異なれば最適解が変わってしまうでしょう」と聞かされることがある。つまり、統計的不確定性が最適解におよぼす影響が評価できる方法を構築する必要がある。
- ✓ 信頼性と性能とのトレードオフを示す指標がない。「信頼性を計算する手間に見合う価値はあるのか」と聞かされることがある。性能と信頼性とのトレードオフが考慮できる指標が必要である。

そこで、この二つの問題を解決するために、物理的不確定性と物理的不確定性が設計におよぼす影響を見える化する指標を構築すべきと考えるに至った。

2. 研究の目的

上記の背景を踏まえ、本研究は「統計的不確定性が信頼性に基づく最適設計におよぼす影響を見える化する指標」を構築することを目的とし、次の項目に取り組むこととした。

1. 統計的不確定性に関しては、標本数と平均値や分散の推定精度との関係をベイズ統計に基づいて定式化する。また、ベイズ統計を用いてパラメータの推定精度向上法を確立する。
2. 不確定性が信頼性に基づく最適設計解におよぼす影響を「最適設計解の信頼区間」として求める。そして、不確定性が、最適設計の目的関数、信頼性、信頼区間におよぼす影響をトレードオフ情報として見える化する指標を構築する。
3. 構築した指標の妥当性を検証するための設計問題として、研究代表者が別に取り組んでいる宇宙構造システム設計問題から抽出した問題に適用する。具体的には、高精度宇宙スマート構造の構成要素である変位拡大機構を対象とする。

3. 研究の方法

一般的な信頼性に基づく最適設計は次式で

定式化される。

$$\begin{aligned} & \text{Minimize: } f(\mathbf{d}) \\ & \text{s. t. : } P[g_i(\mathbf{x}) \geq 0] \leq \Phi(-\beta_j^T), \\ & \quad \quad \quad (j = 1, \dots, m) \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_n)^T$ は設計変数、 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ は確率変数である。 g_i は j 番目の制約関数 $P[g_i(\mathbf{x}) \geq 0]$ はその制約に対する破損確率を表す。 Φ は標準正規分布関数、 β_j^T は目標信頼性指標 (target reliability index; TRI) である。本研究で対象とする信頼性に基づく最適設計では、設計変数は確率変数の平均 $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)^T$ と等しいものとする。

(1) 統計的不確定性のモデル化

まず、確率変数が正規分布にしたがうときを考える。正規分布では、平均 μ と標準偏差 σ により、確率密度関数が規定される。このパラメータは実験や過去の経験により決定され、通常、これらのパラメータは確定値として考える。しかし、十分なサンプル数が確保できてない場合は、これらのパラメータの変動を考慮する必要がある。つまり、平均値 $\hat{\mu}_i$ と標準偏差 $\hat{\sigma}_i$ の変動を確率分布として表す。

$$\hat{\mu}_i \sim N\left(d_i, \frac{\sigma_{s(i)}}{\sqrt{n}}\right), \quad \hat{\sigma}_i \sim \frac{\sigma_{s(i)}}{\sqrt{n-1}} \chi(n-1)$$

ここで、 $\sigma_{s(i)}$ は標本標準偏差、 n はサンプル数である。

一方、確率変数が正規分布にしたがわない場合は、これらは信頼区間によって区間推定することが一般的である。

$$\mu_{s(i)} - \frac{t\sigma_{s(i)}}{\sqrt{n}} \leq \hat{\mu}_i \leq \mu_{s(i)} + \frac{t\sigma_{s(i)}}{\sqrt{n}}$$

$$\frac{(n-1)\sigma_{s(i)}}{\chi_u^2} \leq \hat{\sigma}_i^2 \leq \frac{(n-1)\sigma_{s(i)}}{\chi_l^2}$$

ここで、 $\mu_{s(i)}$ は標本平均、 t は t 分布から導かれる定数、 χ_u^2 、 χ_l^2 はカイ 2 乗分布の上側、下側パーセント点である。

本研究では、パラメータの統計的不確定性として、この信頼区間幅の一樣分布とみなしたモデルで表現することとし、これが信頼性指標や最適設計にどのように影響するかを合理的に求める。

(2) 統計的不確定性を表す指標：Conservative Reliability Index (CRI)

統計的不確定性がある場合、破損確率 $P[g_i(\mathbf{x}) \geq 0]$ は変動を有し、ある確率分布にしたがう。これを表わするために、文献の「確信度に基づく定式化」では、 j 番目の制約に対応する破損確率の $\alpha\%$ 点を求め、それに対して制約を課している。

しかし、破損確率の分布や $\alpha\%$ 点を求めることは困難であり、多くの場合はモンテカルロ法などの数値シミュレーションを用いることとなり、計算量が莫大となる。

そこで、本研究は確信度を組み込む方法として、統計的不確定性を考慮する場合のパラ

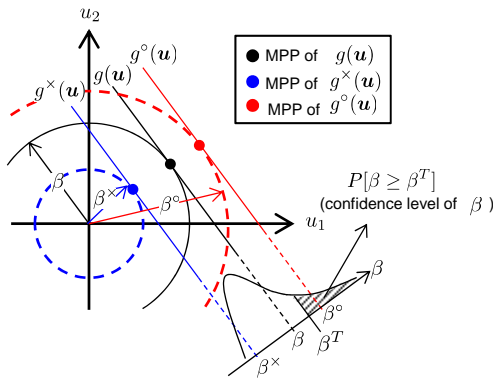


図 1: 信頼性指標の分布

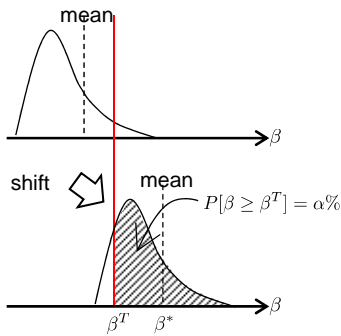


図 2: 信頼性指標分布の比較

メータの変動を定量的に評価する指標である Conservative reliability index(CRI)を提案した。これは次式の β_j^* で定義する。

$$P[g_i(\hat{x}) \geq 0] \leq \Phi(-\beta_j^*)$$

図 1 に示すように、パラメータの変動に伴い、限界状態曲面が変動するため、信頼性指標自体がある分布に従う。ここで、図 1 で示した $g(u)$ に対する信頼性指標は信頼性指標分布の平均値と見なすことができる。さらに、分布形が変化しないことを利用して、図 2 に示すように信頼性指標分布を移動させることで、 $\alpha\%$ の確率で信頼性指標が TRI を超えない確信度を得ることができる。つまり、CRI は TRI とその補正項の輪として定義できる。

$$\beta^* = \beta^T + \beta^e$$

この補正項 β^e は統計的不確定性の影響を表現する指標であるから、Epistemic reliability index(ERI)と呼ぶ。

(3) CRI の導出方法

われわれは、ERI が設計変数によらず一定であることを明らかにした、その詳細は雑誌論文を参照されたい。その関係を用いて、信頼性に基づく最適設計の初期設計に対して、CRI を導出する。信頼性指標の分布を求めるために、モンテカルル法を利用する。

正規化された空間内の原点からの距離が β^* となる超球面上の点のうち、最も限界状態関数の値が大きくなる点を Maximum Performance Target Point (MPTP) と呼ぶ。まず、初期設計において MPTP を評価し、

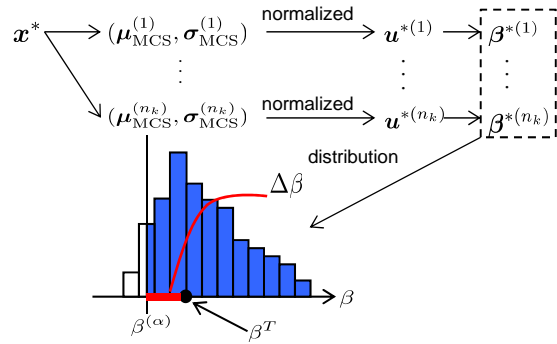


図 3: 信頼性指標分布の評価

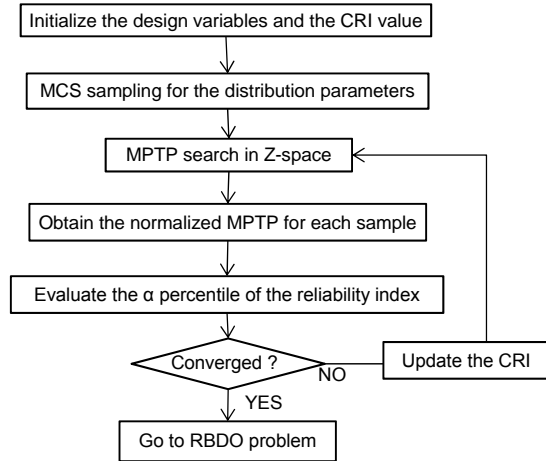


図 4: 提案手法のアルゴリズム

それを x^* とする。そして、初期設計における平均と標準偏差の候補($\mu_{MCS}^{(k)}, \sigma_{MCS}^{(k)}$)をモンテカルル法により発生させ、それぞれの候補について MPTP を求め、信頼性指標の分布を求める。(図 3 参照)

そして、このサンプルから信頼性指標の $\alpha\%$ 点を評価し、それを β^α とする。そして、この値がもし TRI(β^T)と一致するなら、「信頼性指標が TRI 以上の確率 $P[\beta \geq \beta^T]$ が $\alpha\%$ である」と言える。

そして、一致しない場合は、 $\beta^* = \beta^* + (\beta^T - \beta^\alpha)$ として、収束するまで繰り返す。

そして、収束すれば、得られた TRI を目標信頼性指標として、信頼性に基づく最適設計に進めばよい。その提案アルゴリズムを図 4 に示す。

従来手法では、最適設計の繰り返し過程において統計的不確定性を評価するためにモンテカルル法を必要としていた(引用文献)。これに対し、本提案手法では TRI を求めるためのモンテカルル法は初期解に対してのみ行えばよい。そのため、計算効率が高らかに優れている。

4. 研究成果

(1) 数値計算例

以下に示す簡単な数値計算例を通して、提案手法の妥当性を明らかにした。詳細は雑誌論文 および学会発表を参照されたい。

$$\text{Min. } f(\mathbf{d}) = (d_1 + 2)^2 + (d_2 + 2)^2 - 2d_1d_2$$

$$s. t. \quad P_{f(j)}^\alpha \leq \Phi(-\beta_j^T) \quad (j = 1, 2, 3)$$

$$g_1(x) = \frac{x_1^2 x_2}{20} - 1$$

$$g_2(x) = \frac{(x_1 + x_2 - 5)^2}{30} + \frac{(x_1 - x_2 - 12)^2}{120} - 1$$

この問題に対して $\beta^T = 3.0$, $\alpha = 90\%$ と設定した場合を考える。まず、各制約に対して得られた CRI と ERI の値を表 1 で比較する。CRI は β^T に ERI を加えた値であり、ERI が大きいほど統計的不確定性に対する感度が大きい。つまり、この問題にとっては、 g_1 の方が統計的不確定性の影響を受けやすいことがわかる。CRI は設計変数の値に依らないことから、最適設計を解く前に、統計的不確定性の影響度がわかることが、本提案手法の一つの利点である。

次に、信頼性に基づく最適設計解に対して統計的不確定性を考慮した場合としない場

表 1: 制約条件に対する CRI, ERI の比較

	$g_1(x)$	$g_2(x)$
CRI	3.892	3.560
ERI	0.892	0.560

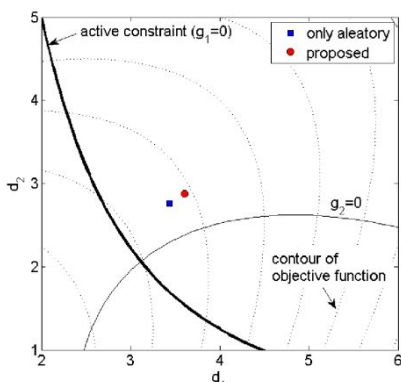


図 5: 信頼性に基づく最適解への統計的不確定性の影響

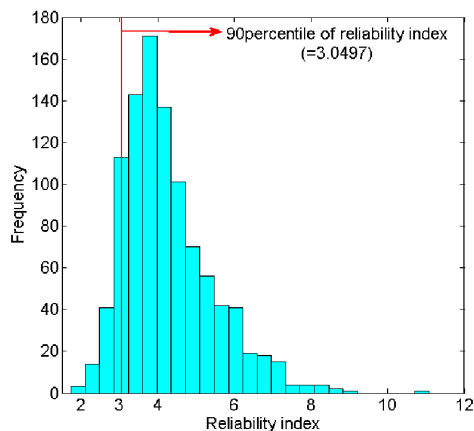


図 6: 統計的不確定性を考慮した最適解においてモンテカルロ法(サンプル数=1000)により求めた信頼性指標のヒストグラムと 90%点

合の最適解を図 5 で比較する。統計的不確定性を考慮することで、最適解が安全側にシフトしていることがわかる。次に、この統計的不確定性を考慮した最適解において、パラメータの変動をモンテカルロ法で再現して得られた信頼性指標の分布を図 6 に示す。これより、信頼性指標の分布に対して 90% の確信度を持つときの信頼性指標の値が 3.05 であり、十分に高い精度であることがわかる。このことは、本提案手法で求めた CRI が妥当であることを示している。

(2) 宇宙スマート構造への適用例

次に、この問題を、宇宙スマート構造で我々が提案している変位拡大機構(引用文献)に対する適用例を示す。この変位拡大機構は、図 7 に示すように、中央に格納されたアクチュエータの変位に対して、上端部の変位を拡大することを目的としたものである。この変位拡大機構の設計は、最大応力および一次固有値に対する制約のもとで、上端の変位を最大化する問題として定式化でき、形状最適設計問題を通して、図 7 の形状を求めた。そして、性能検証のために 3 機製作した。

本研究では、製作精度が性能におよぼす影響を評価するために、図 7 に示した実機の寸法を計測している。その統計的不確定性を考慮した最適設計を実施し、確定的な最適設計解、物理的不確定性を考慮した最適設計解と比較した。その結果を図 8 に示す。これは、性能指標である最大応力および一次固有値に対する統計的不確定性の影響度を定量化

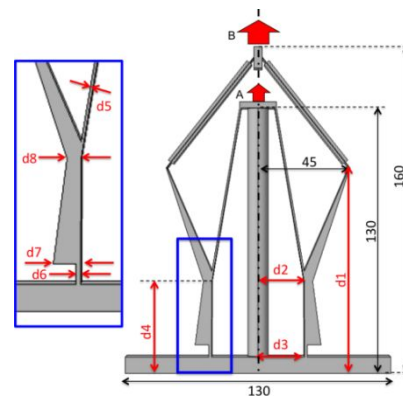


図 7: 変位拡大機構と統計的不確定性を考慮する寸法

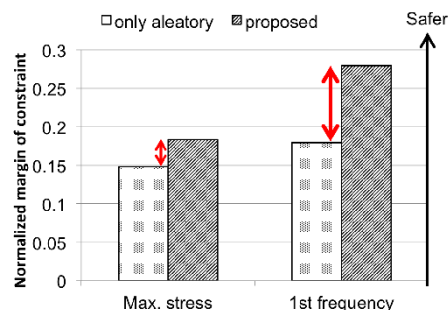


図 8: 性能指標に対する統計的不確定性の影響

したものである。

このように、本研究で提案した指標は、「統計的不確定性が信頼性に基づく最適設計におよぼす影響を見える化する指標」として役立てることができる。

(3) まとめ

本研究では、統計的不確定性が最適解に与える影響を示す新しい指標を提案した。この指標を用いる利点として、まず最適化の繰り返し計算を行う前に統計的不確定性の影響を見える化することができることである。

これにより、設計者がさらなる実験により統計情報を収集しその不確定性を減らすのか、それともマージンを取って対処するのかを、少ないコストで決定することができる。また、得られた指標を信頼性に基づく最適設計のアルゴリズムに容易に適用できる点も利点である。

今後は、ほかの設計例にも適用して、本指標の有効性を具体的に示していく予定である。

<引用文献>

H. Cho, et al., Conservative reliability-based design optimization method with insufficient input data, Structural and Multidisciplinary Optimization, (2016), 54(6), 1609-1630.

N. Kogiso, et al., Optimum structural design for high-precision space smart reflector, 12th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, (2017), 261.

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計2件)

M. Ito, N. H. Kim and N. Kogiso, Conservative reliability index for epistemic uncertainty in reliability-based design optimization, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 57, No. 5, (2018), pp. 1919-1935, 査読有, doi:10.1007/s00158-018-1903-9

M. Ito and N. Kogiso, Information uncertainty evaluated by parameter estimation and its effect on reliability-based multiobjective optimization, Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, Vol. 10, No. 6 (2016), p. JAMDSM0083, pp. 1-13, 査読有, doi: 10.1299/jandsm.2016jamdsm0083

[学会発表](計8件)

M. Ito and N. Kogiso, Conceptual design of displacement magnifying mechanism

considering epistemic and aleatory uncertainty, 12th World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization, (2017), 366.

伊藤 誠, 小木曾 望, Kim Nam-Ho, 統計的不確定性を表現する新しい指標と最適化への適用, 日本機械学会 第27回設計工学・システム部門講演会, (2017), 3105.

田中博基, 小木曾 望, 応答曲面単一ループ法による信頼性に基づく最適設計法の応用, 日本機械学会 第27回設計工学・システム部門講演会, (2017), 3106.

伊藤 誠, 小木曾 望, 認識的不確定性を考慮した構造設計法に関する考察, 第33回宇宙構造・材料シンポジウム, (2017), B14.

M. Ito and N. Kogiso, Robust design method considering information uncertainty based on hyper parameter estimation, Asian Conference on Structural and Multidisciplinary Optimization 2016 (ACSMO2016), (2016), 2E1-2.

小木曾 望, 伊藤 誠, 情報量不足に起因する確定性を考慮した設計についての考察, 第58回構造強度に関する講演会, (2016), 2B13.

伊藤 誠, 小木曾 望, 情報量の不確定性による最適解に対する影響評価, 日本機械学会 第26回設計工学・システム部門講演会, (2016), 2301.

伊藤 誠, 長谷川拓, 小木曾 望, 進化型計算を組み合わせた不確定性を考慮した最適設計について, 日本機械学会 第12回最適化シンポジウム, (2016), 1213.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

小木曾 望 (KOGISO, NOZOMU)

大阪府立大学・大学院工学研究科・准教授
研究者番号: 70295715

(2) 研究分担者 無