

令和元年6月18日現在

機関番号：36102

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2016～2018

課題番号：16K13781

研究課題名(和文)革新的な重力N体問題向け数値積分法の開発と系外惑星系への応用

研究課題名(英文)Breakthrough integrator for the gravitational N-body problem and its application to extrasolar systems

研究代表者

峯崎 征隆 (Minesaki, Yuki taka)

徳島文理大学・保健福祉学部・講師

研究者番号：70378834

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：重力N体問題の微分方程式は複数の平衡解と保存量を持ち、時間を逆向きにしても式の形は変わらない。研究代表者は、これらの性質全てを保つ数値解法を初めて示した。重力3体問題に対して、保存量と平衡解は運動領域を決めるので、この新解法は運動領域を正確に再現できる。実際にこの解法を用いて、二重星や二惑星系内にある惑星の運動領域を数値的に与えた。この領域から、惑星軌道が安定であるか否かも明らかにできる。

研究成果の学術的意義や社会的意義

太陽系外惑星が持つ軌道の安定性を数値的に評価する際、複雑な座標変換や惑星質量を無視するなどの近似が行われることが多かった。このような操作なしに数値計算を行っても、軌道を正確に計算できる保障はなかったからである。研究代表者が開発した新解法はこの問題を克服した。二重星内の一惑星や単独星を周回する二惑星に新解法を適用することで、それらの軌道安定性を簡便・高速・極めて長時間かつ高精度に判定できるようにした。

研究成果の概要(英文)：The general N-body problem has some equilibrium solutions and conserved quantities. Further, it is time-reversible. We designed a numerical integrator which maintains all the properties. Because these conserved quantities and equilibrium solutions have important roles in deciding the motion regions for the general three-body problem, our new integrator can precisely trace these regions. Actually, we numerically utilized our integrator to the motion regions of a planet in a binary or two-planet system. By observing the regions, we can clarify whether the orbit of this planet is stable or not.

研究分野：数値計算 可積分系

キーワード：保存量 時間可逆性 スケーリング変換 N体問題 安定運動可能領域 平衡解

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

連星内の惑星や二惑星系の運動は 3 体問題によって記述される。連星内の惑星軌道の安定性を評価する際は、惑星質量をゼロで近似し、煩雑な座標変換を行った後に、symplectic 数値積分法等で得た惑星の位置と制限 3 体問題のゼロ速度曲面を比較する。それに対して、二惑星系が持つ軌道安定性を判定する際は、一般 3 体問題とみなして数値積分を行い Lyapunov 指数や、それから派生した MEGNO 指数を計算する。しかしながら、symplectic 数値積分法等の既存の数値解法では、長時間にわたって高精度に惑星位置を計算できるとは限らないので、惑星の軌道安定性を必ずしも正確に判定できない。

3 体を含む N 体問題の質点位置を正確に定めるための必要条件は、全ての保存量を保つことである。さらに平衡解は、N 体問題における質点の運動範囲を定めるのに重要な役割を持っている。したがって、(i) 全ての保存量を保ち、(ii) 平衡解を持つことを解析的に示す数値解法を構成できれば、従来法より高精度な N 体問題向け数値解法を構成できると予想した。さらに、この新解法の数値結果を利用することで、連星や二惑星系における惑星軌道の安定性評価の精度向上も期待した。

2. 研究の目的

系外惑星系内の惑星が安定した軌道上を公転し続けるか否かを判定するためには、惑星の位置を長時間にわたって精度良く計算する必要がある。高精度な惑星位置の計算を達成するため、1 節で述べた (i)、(ii) を満たす N 体問題向け数値解法を構成することが、本研究の目的である。構成された解法が軌道を長期間にわたって再現することを示すために、既知の周期軌道の再現性の確認も行う。この確認を行うことで、(i)、(ii) を満たす新解法で惑星位置を高精度に判断できるかどうかを判断する。

惑星質量を 0 とみなし、連星内での惑星運動を制限 3 体問題で近似することによって、Szenkovits と Mako (2008) は Hill のゼロ速度曲面に基づいた安定性評価法を構成した。しかしながら、伴星質量に対して惑星質量が大きい連星系や二惑星系内での惑星軌道の安定性評価には使えない。惑星質量が無視できない場合、これらの系は一般 3 体問題となり、制限 3 体問題ではもはや近似できないからである。

一般 3 体問題の場合、2 体が固定された座標系内で、残り 1 体の運動範囲は Sundman 不等式で定まる。Sundman 不等式を元に一般 3 体問題での軌道安定性の評価法を確立することで、惑星質量が大きい連星系や二惑星系の軌道安定性を評価することも、本研究の目的である。

3. 研究の方法

時間変換と離散変分法を組み合わせることで、研究代表者はすでに N 体問題向け数値解法(以下 d-GNBP と略す)を提案した。d-GNBP は近接遭遇も高精度で再現し、平衡解を持つことも解析的に示したが、角運動量を保存しない。d-GNBP は時間対称性を持つ 2 次の解法に過ぎないが、これを元に合成法で高精度(4,6,8 次)の数値解法を構成した。得られた高精度解法は、高精度で角運動量を近似し、それ以外の全ての保存量を(解析的には)厳密に保つ(5 節 [雑誌論文] (1), (2))。しかしながら、これら高精度解法も厳密に角運動量を保つわけではないので、長時間にわたって高精度に N 体問題の軌道を再現できるかは疑わしい。

一方、Mikkola, Tanikawa 等は仮想時間ステップを持つ symplectic 数値積分法(以下 LogH と略す)を 1999 年に開発した。LogH は時間可逆性を保つ 2 次の解法にすぎないが、N 体問題のエネルギー以外の全ての保存量を保ち、平衡解を持つことを、研究代表者は証明した。さ

らに合成法によって、高次の LogH も構成できる(5 節 [雑誌論文] (3)). 高次化された d-GNBP と同様、高次の LogH も全ての保存量を保つわけではないので、長時間にわたって高精度に N 体問題の軌道を再現できない場合がある(5 節 [雑誌論文] (4)).

LogH 法とスケールリング法を組み合わせることによって、(i) 全ての保存量を保ち、(ii) 平衡解を持つことが証明され、(iii) 様々な周期解が数値的に再現できる数値解法を、研究代表者は構成した(5 節 [雑誌論文] (4)). 以前に研究代表者が開発した、離散変分法に基づく数値解法(5 節 [雑誌論文] (1), (2))とは異なり、この解法は座標変換を必要としない。そのため、この解法は以前の解法より実装が容易である。

さらに、Sundman 不等式に基づいた軌道安定性の評価式に、この解法の数値結果を代入することで、伴星質量に対して惑星質量が大きい連星系や二惑星系内での惑星軌道の安定性評価を行う。

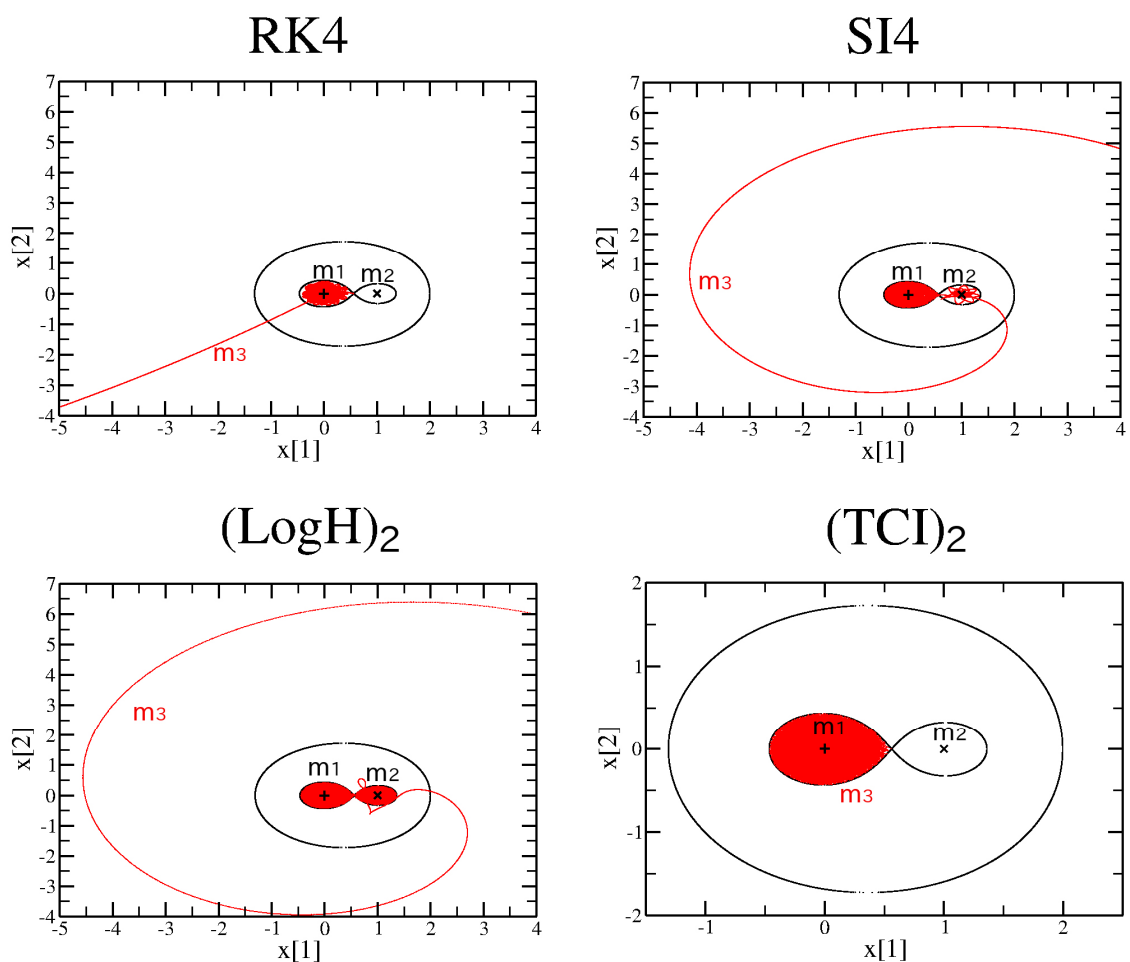


図 1 : エネルギーと角運動量から定まる運動領域 (ダンベルの左側) 内に留まる m_3 の運動の再現性テスト (RK4 : 4 次の Runge-Kutta 法, SI4 : 4 次の汎用的 symplectic 数値積分法, (LogH)₂ : Mikkola & Tanikawa による 2 次の LogH 法, (TCI)₂ : 研究代表者の解法)

4. 研究成果

重力 N 体問題の全ての保存量を保つ数値解法として Greenspan (1974) のエネルギー保存型差分法、平衡解を持つ解法として時間変換を伴う Mikkola 等の symplectic 数値積分法 (LogH) や研究代表者による離散変分法 d-GNBP が既に知られていた。しかしながら、全ての保存量を保ち、かつ、平衡解も再現できる N 体問題向け数値解法は本研究での LogH 法とスケールリング法の組み合わせによる解法が初めてである。この解法は 2 次の陰解法にすぎないが、3 体問題が持つ様々な周期軌道を汎用的な 8 次の symplectic 数値積分法よりは高速かつ高精度に再現できる(5 節 [雑誌論文] (4))。軌道の再現性を上げるには、数値解法の高次化するよ

り，保存量と平衡解を保つように数値解法を構成する方が効果的であることを，この事実は示している．

数値解法が質点の周期的でない運動を再現できることを確認する方法の 1 つとして，保存量によって定まる運動領域内に留まっているか否かを確認する方法がある．汎用的な symplectic 数値積分法，LogH を含む数値解法では，そのような運動領域内に質点を留めることができない．(例えば，図 1 を参照せよ．)留められるのは，本研究の解法のみである (5 節 [雑誌論文] (4)) ．したがって，3 体問題の周期・非周期軌道の双方とも高精度に再現できるのは，現状ではこの解法だけとなる．

系外惑星系内の惑星軌道の安定性評価を行うためには，長時間にわたる数値計算を非常に多くの初期値に対して行うことがある．その際は高速かつ高次の symplectic 数値積分法が使われることが多い．しかしながら，正確な安定性評価は正確な軌道計算結果に基づいて得られることを考えると，symplectic 数値積分法の結果を用いるのは不適切かもしれない．本研究の解法 (5 節 [雑誌論文] (4)) を利用することで，惑星軌道の安定性評価の精度が改良されることが期待できる．

5 . 主な発表論文等

[雑誌論文](計 4 件)

Yukitaka Minesaki, Totally Conservative Integration Method for the General Three-body Problem and Its Lagrangian Solutions, The Astrophysical Journal, 査読有, Vol.873, 2019, 4 (18pp)

DOI: 10.3847/1538-4357/ab03cc

Yukitaka Minesaki, Equilibrium Solutions of the Logarithmic Hamiltonian Leapfrog for the N-body Problem, The Astrophysical Journal, 査読有, Vol.857, 2018, 92 (19pp)

DOI:10.3847/1538-4357/aab2ab

Yukitaka Minesaki, Discrete-time N-body Problem and its Equilibrium Solutions, MI Lecture Note, 査読無, Vol.74 : Kyushu University IMI-La Trobe Joint Conference -- Geometric Numerical Integration and its Applications, 2017, 34-39

Yukitaka Minesaki, n-gon Equilibria of the Discrete (1+n)-body Problem, The Astrophysical Journal, 査読有, Vol.835, 2017, 253 (20pp)

DOI:10.3847/1538-4357/835/2/253

[学会発表](計 3 件)

Yukitaka Minesaki, Totally conservative integration method for N-body problem and its equilibrium solutions, Symmetries and Integrability of Difference Equations (SIDE 13) [ポスター], Fukuoka, 2018.11.13

Yukitaka Minesaki, Discrete time N body Problem and its Equilibrium Solutions, Kyushu University IMI-La Trobe Joint Conference -- Geometric Numerical Integration and its Applications, 2016.12.06

Yukitaka Minesaki, Accurate Integration of the general N body Problem which retains elliptic relative equilibrium orbits, The 3rd China Japan Joint Workshop on Integrable System, Xi'an (China), 2016.06.20

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況 (計 0 件)

取得状況 (計 0 件)

〔その他〕

ホームページ等

なし.

6. 研究組織

(1) 研究分担者

なし.

(2) 研究協力者

なし.

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。