

令和元年6月16日現在

機関番号：13301

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2016～2018

課題番号：16K13848

研究課題名（和文）弱くりこみ群による相転移物理の新解析法

研究課題名（英文）New analysis of phase transition physics by weak renormalization group

研究代表者

青木 健一（AOKI, KEN-ICHI）

金沢大学・数物科学系・教授

研究者番号：00150912

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,400,000円

研究成果の概要（和文）：くりこみ群方程式による場の理論の解析とはミクロから順に量子効果を加えていく事である。量子効果で自発的対称性の破れが起こる場合には、くりこみ群方程式はどこかで相転移スケールにぶつかり、解析的な性質が失われて、そこから先には解けない。他方、マクロの情報はくりこみ群方程式をマクロ極限まで解ききらないと得られない。

我々は、くりこみ群方程式を弱方程式と考え、その弱解を求めて、マクロ極限までの大域解が得られること、物理的に正しい自由エネルギー最小の真空を自動的に選ぶことを示した。また、深層学習とくりこみ群の関係の解析から、深層学習が系の自由エネルギーを記憶して、比熱から相転移の情報が得られることを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

くりこみ群は、この世界を変化によって捉える普遍的な方法論である。空間的・時間的なミクロのスケールから少しずつ疎視化・平均操作を行い、ミクロからマクロへの系の変化を記述する。それを微分方程式や逐次変換で表したものがくりこみ群方程式である。ミクロからマクロへの変化の途中で、相転移と呼ばれる系の性質の大きな変化が起こることがある。このときくりこみ群方程式はその点で解けなくなるのだが、方程式を「弱く」することによって回避する方法を提案し、実効性を確認した。今後の応用は広い。

くりこみ群は、画像認識の方法論と類似しており、深層学習の論理とも直結しているため、AI関係でも今後の展開が期待できる。

研究成果の概要（英文）：Renormalization group analysis is equivalent to contiguous addition of quantum effects to the micro system. If the spontaneous symmetry breakdown occurs at a scale, then the analyticity of the system is lost there, and we have no global solution beyond there. This means failure of the renormalization group analysis. We reconsider the situation by taking the idea of weak solution. We got the weak global solution, and we calculate the macro physical quantities with it. Due to the spontaneous symmetry breakdown, there appear multiple solutions satisfying the stationary condition of the free energy. The weak solution correctly picks up the minimum free energy solution.

We also investigate the intrinsic relation between renormalization group and deep learning. We found that the optimized machine by learning the statistical system configurations, memorizes the free energy of the system as a function of temperature. Then the machine knows the phase transition temperature of the system.

研究分野：素粒子論、場の理論、くりこみ群、深層学習

キーワード：くりこみ群 相転移 弱解 一次相転移 深層学習 AI QCD カイラル対称性

様式 C-19、F-19-1、Z-19、CK-19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

強い相互作用は QCD と呼ばれる SU(3)非可換ゲージ理論で記述される。この相互作用はエネルギーの低いところで強くなる性質があるために、クォークと反クォークの引力が強まり、ペア凝縮を起こす。この時カイラル対称性が自発的に破れて、クォークの力学的な質量が生じる。この現象は有限温度、有限密度においては相転移となり、パラメタ領域によって2次転移あるいは1次転移となる。

このカイラル対称性の自発的破れを非摂動くりこみ群で解く。くりこみ群方程式はエネルギースケールの高い(波長の短い)量子ゆらぎから先に足していくという物理的意味を持っているので、あるスケールで十分な量のゆらぎが足されて、自発的に対称性が破れることになり、そこでは解析性が失われてしまう。つまり、くりこみ群方程式はあるスケールで特異点にぶつかり、通常の微分方程式の意味では、その先の解は存在しない。

2. 研究の目的

しかし、くりこみ群方程式を赤外の最後まで解かないことには、自発的に生成したクォークの力学的質量やカイラル凝縮という重要な物理量を計算することはできない。従来は裸の質量や補助場でカイラル対称性を陽にやぶってこの特異性を回避する方法がとられていたが、十分な精度で計算することはできない。

そこで、くりこみ群方程式自体を弱くりこみ群に切り替え、弱解によってカイラル対称性が自発的に破れるスケールを乗り越え、赤外極限までくりこみ群方程式の大域解を定義し、それによって、クォークの力学的質量やカイラル凝縮を計算可能とする。

3. 研究の方法

くりこみ群方程式は、スケールと場の秩序変数の2次元偏微分方程式となるが、いわゆる梯子型近似の場合には、偏微分の次数が共に1階となる。この場合、保存則型方程式となるので、積分型の保存則と見直せば、弱くりこみ群方程式を定義可能であり、この解析的な性質を調べ、また、数値的に物理量を解析する。

研究の途中から、深層機械学習による相転移解析という新しい分野が勃興した。深層学習はくりこみ群との関連性が強く、また、秩序変数と最適化された機械の内部パラメタの関係も興味深い。そこで、統計系配位の深層学習によって最適化される機械の内部特性についての研究、及び、制限ボルツマン機械とくりこみ群の関係の再検討を加えることとした。

4. 研究成果

梯子型近似の弱くりこみ群方程式については、カイラル対称性の破れのもっとも基本的な模型である南部・ジョナラシニオ模型を用いて解析を行い、2次転移だけでなく、有限密度系での1次転移の場合にも、弱解が正しく物理的解に対応することがわかった。更に、有限温度系でも解析し、温度と密度の2次元パラメタ空間での相図を計算できた。ゲージ理論の場合にも解析を進め、質量関数の弱解についての結果も発表した。ゲージ理論の場合には、グルーオンの質量が0であるために、無数の質量関数解が現れるが、弱解はその中から自由エネルギー最小の正しい物理的解を選びだすことがわかった。

また、カイラル対称性に限らない一般的な相転移解析での自己無撞着方程式を、等価な偏微分方程式に変換する方法を発見し、その弱解を求めることによって、正しい真空が選ばれることを確認し、論文を投稿準備中である。

深層学習については、それまでに発表されていた秩序変数が最適化機械に刻まれるという論に対して批判的に検討し、深層学習が捉えたものは相転移を記述する秩序変数ではなく、温度の関数としての自由エネルギーそのものであるということを新たに発見して、発表した。

また、深層学習とくりこみ群の関係を解析する中で、逆くりこみ群の概念に到達した。通常のくりこみ群はマイクロ変数からマクロ変数への一意的な変換であるが、逆くりこみ群は、マクロ変数からマイクロ変数への確率的な変換である。確率はベイズの事後確率の概念を用いて定義できる。この方法で、深層制限ボルツマン機械を定義すれば、逆くりこみ群による統計系の配位生成を行うことができる。自己相関がない配位生成を行えるので極めて効率良く、完全な配位サンプルを生成できる。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 5件)

① [Ken-Ichi Aoki](#), Tatsuhiko Fujita, Tamao Kobayashi, Logical Reasoning for Revealing the Critical Temperature through Deep Learning of Configuration Ensemble of Statistical Systems, *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol. 88 (2019) 54002, 査読有。
DOI: 10.7566/JPSJ.88.054002

② [青木健一](#), 藤田達大, 小林玉青, 深層学習は統計系の温度推定から何を学ぶのか, 人工知能, 33巻 (2018) 420-428, 査読有。

③ [Ken-Ichi Aoki](#), Shin-Ichiro Kumamoto, Masatoshi Yamada, Phase structure of NJL model with weak renormalization group, Nuclear Physics B, B931 (2018) 105-131, 査読有。
DOI: 10.1016/j.nuclphysb.2018.04.005

④ [Ken-Ichi Aoki](#), Tamao Kobayashi, Restricted Boltzmann Machines for the Long Range Ising Models, International Journal of Modern Physics Letters, B30 (2016) 1650401-1-10, 査読有。
DOI: 10.1142/S0217984916504017

⑤ [Ken-Ichi Aoki](#), Tamao Kobayashi, Shin-Ichiro Kumamoto, Shinnosuke Onai, Daisuke Sato, Singularity Free Direct Calculation of Spontaneous Mass Generation, Science reports of Kanazawa University, Vol 61 (2017) 1-29, 査読有。

[学会発表] (計 2 2 件)

① [青木健一](#), 藤田達大, 小林玉青、深層学習は統計系の配位から何をどう学ぶのか?、北陸信越地区素粒子論グループ研究会、2019 年。

② [青木健一](#), 藤田達大, 飯嶋まりこ, 神宮翼, 小林玉青、ベイズ統計逆くりこみ群による正確な制限ボルツマンマシンの構成、日本物理学会、2019 年。

③ [青木健一](#), 藤田達大, 小林玉青, 熊本真一郎、クォーク質量関数の弱解、日本物理学会、2019 年。

④ [青木健一](#), 藤田達大, 神宮翼, 小林玉青、2 次元イジング模型の温度推定深層学習、日本物理学会北陸支部定例学術講演会、2018 年。

⑤ [青木健一](#), 藤田達大, 飯嶋まりこ, 小林玉青、ベイズ統計逆くりこみ群による深層制限ボルツマンマシン、日本物理学会北陸支部定例学術講演会、2018 年。

⑥ [青木健一](#), 藤田達大, 小林玉青, 熊本真一郎、クォーク質量関数の弱解、日本物理学会北陸支部定例学術講演会、2018 年。

⑦ [青木健一](#), 藤田達大, 小林玉青、深層学習は統計系の温度推定を通じて何をどのように学ぶのか、日本物理学会、2018 年。

⑧ [青木健一](#), 藤田達大, 小林玉青、統計系配位の深層学習による相転移温度推定の論理、日本物理学会、2018 年。

⑨ [青木健一](#), 藤田達大, 小林玉青, 小内伸之介、深層学習による統計系の温度推定と正答率の理論的上限の比較、日本物理学会、2018 年。

⑩ [青木健一](#), 藤田達大, 小林玉青、深層学習は統計系の温度推定から何を学ぶのか、Deep Learning and Physics, 2018 年。

⑪ [青木健一](#), 藤田達大, 小林玉青, 小内伸之介、深層学習による 1 次元長距離イジング模型の温度と相転移点の推定、日本物理学会、2017 年。

⑫ [青木健一](#), 藤田達大, 小林玉青, 熊本真一郎、長距離イジング模型スピン相関関数のテンソルくりこみ群による評価、日本物理学会、2017 年。

⑬ [青木健一](#), 藤田達大, 小林玉青, 堀祐輔, 小内伸之介、機械学習による 1 次元長距離イジング模型の相転移観測可能性 I、日本物理学会、2017 年。

⑭ [青木健一](#), 藤田達大, 小林玉青, 堀祐輔, 小内伸之介、機械学習による 1 次元長距離イジング模型の相転移観測可能性 II、日本物理学会、2017 年。

⑮ [青木健一](#), 小内伸之介, 小林玉青, 熊本真一郎、偏微分方程式の弱解による Ising モデルの相転移現象の記述、日本物理学会、2017 年。

⑯ [青木健一](#), 小内伸之介, 小林玉青, 熊本真一郎、Schwinger-Dyson 方程式の弱解によるカイラル対称性の力学的破れの解析、日本物理学会、2017 年。

⑰青木健一、小林玉青、熊本真一郎、小内伸之介、偏微分方程式の弱解の Ising モデルへの応用、第4回山陰基礎論・解析学研究集会、2017年。

⑱青木健一、藤井康弘、小林玉青、熊本真一郎、小内伸之介、自発的対称性の破れと弱解 —イジング模型の平均場近似—、日本物理学会北陸支部定例学術講演会、2016年。

⑲青木健一、藤田達大、小林玉青、堀祐輔、小内伸之介、制限ボルツマンマシンとくりこみ群—長距離イジング模型への適用、日本物理学会北陸支部定例学術講演会、2016年。

⑳Ken-Ichi Aoki, Tatsuhiko Fujita, Yusuke Hori, Tamao Kobayashi, Restricted Boltzmann Machines for the Long Range Ising Model, 8th International Conference on the Exact Renormalization Group, 2016年。

㉑青木健一、小林玉青、藤田達大、堀祐輔、制限ボルツマン機械による1次元長距離イジング模型の表現とくりこみ群、日本物理学会、2016年。

㉒Ken-Ichi Aoki, Tatsuhiko Fujita, Yusuke Hori and Tamao Kobayashi, Correspondence between the renormalization group in the Long Range Ising models and Restricted Boltzmann Machines, 北陸信越地区素粒子論グループ研究会、2017年。

〔図書〕(計 0件)

〔産業財産権〕

○出願状況(計 0件)

○取得状況(計 0件)

〔その他〕

ホームページ等

<https://hep.s.kanazawa-u.ac.jp/web/home.html>

6. 研究組織

(1) 研究分担者

(2) 研究協力者

研究協力者氏名：小林 玉青

ローマ字氏名：KOBAYASHI, tamao

研究協力者氏名：藤田 達大

ローマ字氏名：FUJITA tatsuhiko

※科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。