

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 6 月 13 日現在

機関番号：14301

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2016～2017

課題番号：16K14338

研究課題名(和文)疑似可展面を用いた初期応力を有する曲面構造の設計法

研究課題名(英文) Design method of curved structure with initial stress using pseudo-developable surfaces

研究代表者

大崎 純 (Ohsaki, Makoto)

京都大学・工学研究科・教授

研究者番号：40176855

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,500,000円

研究成果の概要(和文)：ベジエ曲線を導線とする可展面を、可展条件を制約した最適化問題を解くことによって生成し、それらを接続して、さまざまな力学特性を考慮した自由曲面シェルの最適化が可能であることを示した。また、柔軟な梁部材を格子状に接合し、曲げ変形を与えることによって生成されるグリッドシェルを対象とし、離散的エラスティカモデルを用いた最適設計法を開発した。さらに、平面を変形させて生成される曲面について、曲面のガウス曲率とひずみの関係を導出し、ひずみの範囲を与えたときのガウス曲率の範囲を求める最適化問題を定式化して、簡単な2次曲面について検討した。

研究成果の概要(英文)：Developable surfaces are obtained by optimizing the control points of Bezier curves defining the directing curves of the ruled surface. It has been shown that the free-form shells modeled by developable surfaces can be optimized considering various mechanical properties. An optimization method has also been developed for gridshells generated by applying bending deformation to plane grids of beams. Furthermore, relation between the strain and Gaussian curvature has been analytically derived, and optimization problem has been formulated to find the range of Gaussian curvature and strains of a quadratic surface.

研究分野：建築構造・材料

キーワード：可展面 膜構造 グリッドシェル 最適化

1. 研究開始当初の背景

自由曲面シェル構造の設計法に関しては、1990年代からベジエ曲面などのパラメトリック曲面を用いた方法が提案されており、近年の材料と生産技術の進歩により、複雑な形状のシェル構造を設計・施工できるようになった。しかし、意匠デザインを優先した形状は、力学的性能が十分でなく、また、多くの施工コストと工期を必要とすることが多い。そのため、コンクリートシェルの型枠の作成の観点からは、平面から生成できる可展面あるいは直線を移動させて生成できる線織面で曲面を構成するのが望ましい。

一方、膜構造も平面の裁断膜を接続して形成されるため、可展面あるいは線織面に近い形状が望ましい。自由曲面を可展面あるいは多面体で近似する方法は、折り紙やコンピュータグラフィックスの分野で研究されている。しかし、そこでは曲げ以外の変形は考慮されておらず、膜構造の設計には適用できない。また、初期曲げ (active bending) を有するグリッドシェルについては多くの研究が存在するが、曲面については同様の研究は存在しない。

膜構造の応力一様化を目的とした裁断図形状の最適化については、1990年代から多くの研究が存在する。しかし、数理計画法や発見的な手法などの最適化手法を適用するためには、釣合い形状解析を繰り返し実行しないといけないので、多くの計算量を必要とする。

2. 研究の目的

平面から形成できる可展面に近い形状として疑似可展面を定義し、以下の目的を達成して、初期応力を有する曲面構造物の設計法を提案することにより、膜構造物と自由曲面シェルの力学的性能向上と施工コスト削減に寄与する。

- (1) 平面に微小な面内変形とねじりを与えて生成できる膜構造物の曲面形状において満たされなければならない条件を、初期応力と曲面の不変量の関係から理論的に明らかにする。
- (2) 板材を曲げて接続することにより形成される自由曲面シェルの形状設計法を提案し、初期応力を有する膜構造とシェル構造の統一的な設計法の基礎を構築する。

3. 研究の方法

- (1) 平面の裁断膜を接続して形成される膜構造や、平面に曲げ変形を作用させて製作する型枠を用いて施工されるコンクリートシェルなどの曲面構造を対象とし、微分幾何学、シェル理論と最適化手法を用いた設計法を提案する。
- (2) 曲面のガウス曲率と膜面の面内ひずみの関係を、微分幾何学の理論と浅いシェルの理論を用いて導出する。
- (3) 研究代表者らによる逆問題形式の骨組

膜構造の張力指定設計法を発展させ、簡便な繰返し計算による設計法を提案し、空気膜構造に拡張する。

- (4) 可展面を接続して、目標形状に近く、かつ力学的にも優れた曲面を生成するため、パラメトリック曲面の理論と最適化手法を用いた方法を提案する。
- (5) 骨組膜構造の支持部材となるグリッドシェルの設計のため、梁の座屈後の大変形形状であるエラスティカを用いた設計法を提案する。また、それを離散化した「離散的エラスティカ」の形状をエネルギー最小化問題を解いて求める手法を提案する。
- (6) 平面を折り曲げてさまざまな形態を生成する剛体折り紙において、平面に折り畳むことができる平坦折は、完全展開時の製作が容易であるうえ、完全収納時の体積が最小となるため、その工学的応用が注目されている。本研究では、全域的平坦可折性の必要条件として、単頂点平坦折の折り畳み方を全列挙する方法を提案する。

以上のように、本研究では、微分幾何学、構造最適化、シェル構造の力学などに基づく理論と数値解析によって、さまざまな形状と材料の曲面構造を設計するための新しい方法を提案する。

4. 研究成果

(1) 自由曲面シェルの形状設計

円筒シェルや球形シェルなどの簡単な数式で表現できる解析曲面とは異なり、パラメトリック曲面によって定義され、複雑な形状を有するシェルを自由曲面シェルという。このような曲面は、さまざまな建築形態を実現できるため、最近になって、建築家と構造技術者との協調により、力学性能の合理性が確保できる多様な形態が提案されている。しかし、合理的な建築形態を創生するためには、施工性や経済性も同時に考慮することが不可欠である。

施工性も考慮に入れたシェル形状の最適化については、線織面を接合してひずみエネルギー最小化を目的とした研究がある。曲面を線織面で形成することにより、ラチスシェルでは1方向に直線材を配置することが可能となるが、コンクリートシェルでは、曲面にねじりが存在するので、施工性の面では線織面では不十分である。本研究では、複数の可展面を接続して形成されるシェルの曲面形状を最適化する方法を提案した[雑誌論文②, 学会発表②, ③, ④]。

テンソル積ベジエ曲面において、一つの方向が直線である曲面を、 $(1,n)$ ベジエ曲面という。 $(1,n)$ ベジエ曲面を用いると、線織面を容易にモデル化できる。また、線織面に対して、次数 n で定まる数の点で離散的に可展条件を満たすことにより、可展面が得られることが

知られている。

本研究では、複数の可展面を、曲面の連続条件と、曲面の法線の連続条件の2種類の連続条件を用いて接続し、自由曲面シェルを設計する手法を提案した。可展面の導線をモデル化するためのベジエ曲線の制御節点座標を設計変数とし、鉛直荷重と水平荷重に対する最大主応力を最小化するような最適形状を求めて、その特性を考察した。得られた曲面の例を図1に示す。また、プラスチックの薄板を用いて製作した模型の写真を図2に示す。

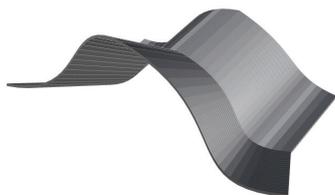


図1: 可展面を接続した自由曲面シェル



図2: 可展面を接続した自由曲面シェルの模型

(2) ひずみ制約による疑似可展面の定義

平面に微小な面内変形とねじり変形を与えて生成される曲面を、「疑似可展面」と定義した。また、平面の変形量(ひずみ)の範囲を与えることにより、生成可能な曲面の局所的形状の範囲を、基本計量と主曲率を用いて定量的に表現するための基礎式を導いた。



図3: ひずみ制約の下でガウス曲率を最小化して得られた疑似可展面の例

対象としている構造は膜構造であり、面外の曲げ剛性は無視できるが、面内に変形を与えることにより、初期応力が発生する。したがって、面内の釣合い条件を満たす必要がある。以上より、浅いシェル理論に基づく曲面

の釣合い式の制約の下で、面内ひずみの範囲を指定して、曲面のガウス曲率を最大化(最小化)する問題を定式化した。ここで、曲面の局所的形状を平面の座標の2次関数で近似したときの係数を変数とする。最適化問題を解いて得られた疑似可展面形状の例を図3に示す。

本手法を用いると、膜構造のひずみの範囲を指定して局所的曲面形状の範囲を求めることができる。しかし、本手法で得られる可展面は、2次関数近似曲面の勾配に依存するため、一般的な理論に向けて、さらなる検討が必要である。

(3) 離散エラスティカを用いたグリッドシェルの形状設計

グリッドシェルは、梁部材を曲げて相互に組み合わせた格子状の曲面屋根架構であり、トラス材で構成されるラチスシェルとは異なる構造形態をもつ。柔軟かつ意匠性に富んだ設計が可能であるが、曲面形状によっては接合部への作用力が過大となる。

このような問題点を解決するため、座屈後の自己釣合い形状であるエラスティカを用いて、部材間のヒンジに作用する力を低減する手法を提案した[学会発表①, ⑤]。しかし、エラスティカの形状を解析的に求めることは困難であり、微分方程式を差分近似で解く必要がある。したがって、エラスティカを接続した複雑なグリッドシェルの自己釣合い形状を求めることは困難である。

このような問題点を解決するため、エラスティカを離散化した「離散エラスティカ」とよばれるモデルを用いた形状設計法を提案した。離散エラスティカの形状は、エネルギー最小化問題を解いて得られる。図4に示すように、エネルギー最小化で得られた形状(○印)と、連続体のエラスティカを有限要素梁モデルの大変形解析で求めた形状(実線)は、ほぼ同じであることを検証した。

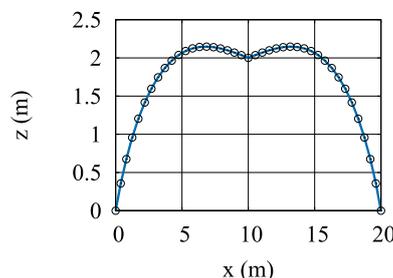


図4: 離散エラスティカ(○印)と連続体の大変形解析で得られた形状(実線)

複数の離散エラスティカを主要部材とし、それらを2次部材で接続して得られたグリッドシェルを図5に示す。ここで、離散エラスティカの反力を処理するため、タイバーを設置している。また、提案手法で得られた自己釣合い形状と、梁モデルによる大変形

解析で得られた形状がほぼ等しいことを確認した[雑誌論文③, 学会発表⑥, ⑦, ⑩, ⑫]。

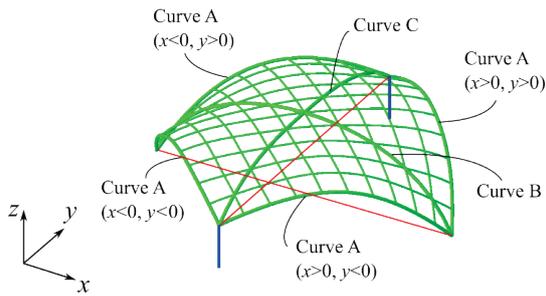


図5: 離散的エラスティカを接続して得られたグリッドシェル为例

離散的エラスティカを用いることにより、ヒンジでの作用力は低減できるが、部材の軸方向には大きい作用力が残る。そのため、ヒンジに図6に示すようなスロットを設置することにより、ヒンジでの作用力が低減した。また、限定された数のスロットの位置を最適化することにより、効率よく作用力を低減できることを示した。

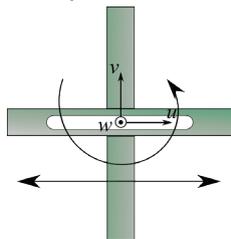


図6: 材軸方向に移動するスロット

(4) 膜構造の簡易形状設計システム

膜構造物の裁断図形状の高精度化は、応力の偏りによる剛性低下やしわの発生を防ぐため、極めて重要である。そのため、骨組膜構造の釣合い形状解析のための計算コストを低減する方法や、簡便な形状修正アルゴリズムが提案されている。しかし、それらの手法の有効性は、小規模な(自由度の小さい)モデルで検証されているにすぎず、大規模な(自由度の大きい)膜構造モデルに適用するのは困難である。

本研究では、厳密な最適化手法ではなく、釣合い形状での応力分布を効率よく修正するための簡便な手法を提案した。手法の概要は以下のとおりである[学会発表⑨]。

- Step 1: 膜面を三角形分割し、釣合い形状と目標応力を仮定する。
- Step 2: 釣合い状態から目標応力を除去したときの三角形の形状と、裁断図上の三角形の形状の誤差が最小となるように、最適化問題を解いて裁断図形状を求める。
- Step 3: 平面裁断膜を接合して境界骨組に接続することによって、釣合い形状を求める。

このような過程を大変形釣合い形状解析として定義し、それをひずみエネルギー最小化問題として定式化し、非線形計画法を用いて解く。

Step 4: 釣合い形状での応力に基づき、目標応力を修正し、Step 2に戻る。

本手法で得られた骨組膜構造の裁断図形状と応力分布を、図7, 8に示す。図7において、青線は初期形状、赤線は最適形状である。

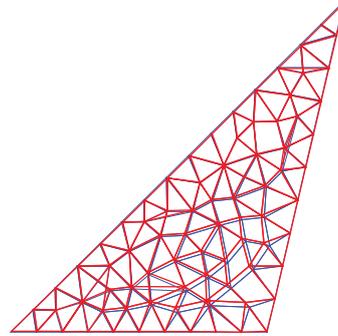


図7: 骨組で支持された膜構造の裁断図形状

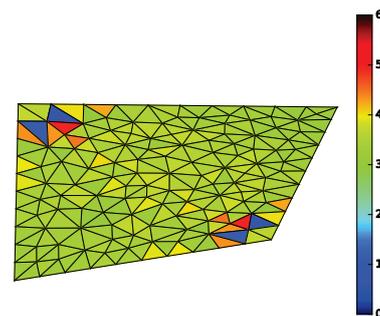


図8: 骨組で支持された膜構造の応力分布

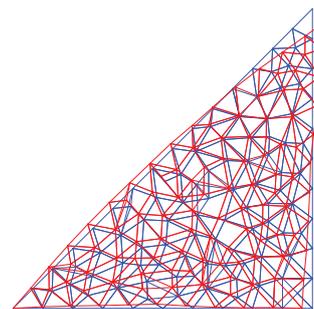


図9: 空気膜構造の裁断図形状

一方、空気膜構造では、ひずみエネルギーの最小化で釣合い形状を求めることはできない。また、外力である圧力のポテンシャルは、形状に依存するため、空気膜構造の釣合い形状を求める問題は、非保存系の解析問題となる。本研究では、既存のポテンシャル関数を改良して、ライズの大きい空気膜構造にも適用できる最小化問題を定式化した。

また、空気膜構造に用いられることの多いETFE (Ethylene TetraFlouroEthylene)材料は、強い非線形性を持っている。そのため、骨組膜

構造の裁断図形状最適化手法を非線形弾性材料に拡張し、ETFE 空気膜の裁断図形状を最適化した。得られた裁断図形状を図 9 に示す。また、釣合い形状での応力分布を図 10 に示す。

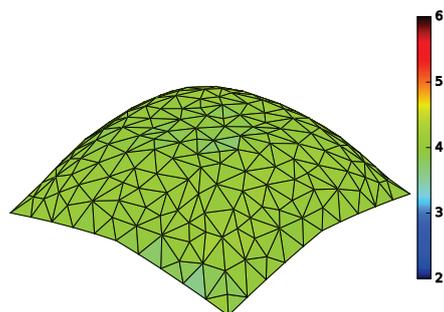


図 10: 空気膜構造の応力分布

(5) 可展面を用いた膜構造の設計法

前項で述べたように、膜構造は、曲げ剛性を持たない平面裁断膜を接合して形成され、張力を導入することで安定化される。

骨組膜構造では、等張力状態が実現されれば、その形状は平均曲率が 0 の極小曲面となる。一方、曲面が平面裁断膜から生成されるため、その変形が小さい場合、曲面は可展面に近い形状となる。以上より、膜曲面は、可展面と極小曲面の中間的な形状となるものと考えられる。

本研究では、可展面、極小曲面とそれらの中間的な曲面を目標形状とする多目的最適化問題を解いて目標釣合い曲面を求めて、それらを平面に展開して釣合い形状と裁断図形状を設計する方法を提案した。本手法は、目標釣合い曲面を前項 Step 2 の方法を用いて平面に展開し、裁断図形状を一回の操作で求めることができる簡便な手法である[学会発表⑧, ⑩]。

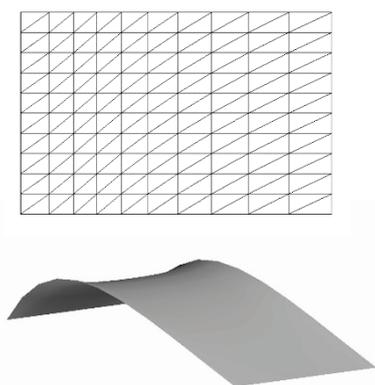


図 11: 可展面でモデル化された膜面の裁断図と釣合い形状

極端な場合を想定して、曲面を一つの裁断図で生成するものとする。曲面を $(1, n)$ ベジエ曲面でモデル化し、(1)項の方法を用いて得られた可展面の裁断図形状と釣合い曲面を図 11 に示す。

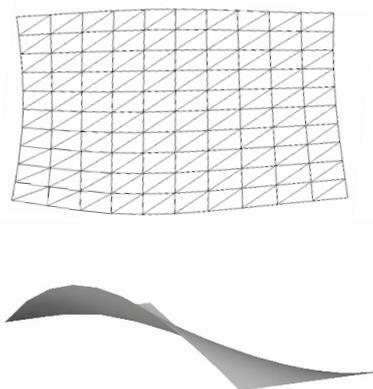


図 12: 極小曲面でモデル化された膜面の裁断図と釣合い形状

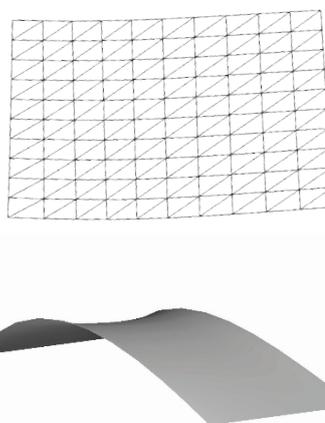


図 13: 可展面と極小曲面の中間的な特性をもつ膜面の裁断図と釣合い形状

次に、曲面を $(1, n)$ ベジエ曲面でモデル化し、平均曲率のノルムを最小化して極小曲面を求めると、裁断図形状と釣合い形状は図 12 のような複曲率をもつ形状となる。さらに、図 11 と 12 の中間的な特性をもつ形状を求めるため、多目的最適化問題を解くと、図 13 のような裁断図と釣合い形状が得られた。

本手法を用いることにより、平均応力が目標値に近いような釣合い形状と裁断図を、容易に求めることができる。また、平面裁断図からの微小な変形によって曲面が形成されることが保証される。

(6) 単頂点平坦折の折り畳み方列挙法

平坦折の可否を検証する際、面とその両側の折り目を組み合わせて、subface と呼ばれる図形を利用する。Subface の線分の長さは角度の大きさに比例し、その番号が奇数のとき右方向に、偶数のとき左方向に進む。折り目は山折りのとき反時計回り、谷折りのとき時計回りに進む。平坦折不可能であれば、面と折り目が交叉する。

平坦折の折り畳み方もれなく効率良く列挙するため、分枝限定法を用いた。図 14(a) に、折り目間の角度が与えられた単頂点折の

モデルを示す。図 14(b)には、単頂点平坦折の必要条件を満たす平坦折可能な折りパターンを示す。それぞれの折りパターンに対して、面と折り目が交叉しない折り畳み方を列挙して得られた平坦折の折り畳み方を図 14(c)に示す。

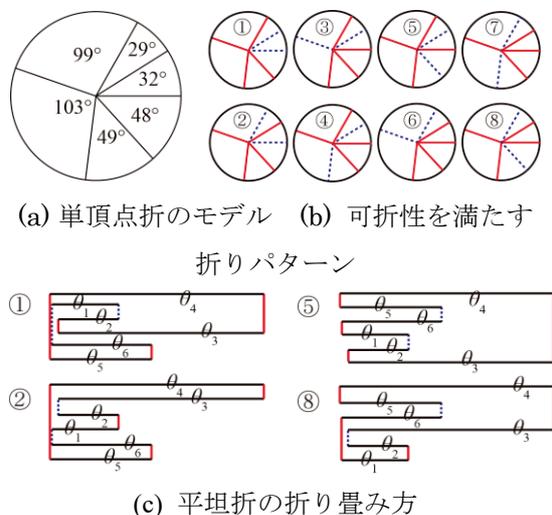


図 14: 単頂点平坦折の折り畳み方探索

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 3 件)

- ① 田口英和, 張 景耀, 岡野正暉, 単頂点平坦折の折り畳み方列挙法, 構造工学論文集, Vol. 62B, pp. 87-92, 2016.
- ② 崔 京蘭, 大崎 純, 中村奎吾, 可展面を接続した自由曲面シェル構造の形状最適化, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 82, No. 737, pp. 1137-1143, 2017.
<http://doi.org/10.3130/aijs.82.1137>
- ③ Y. Sakai and M. Ohsaki, Discrete elastica for shape design of gridshells, Eng. Struct., Vol. 169, pp. 55-67, 2018.
<http://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.05.002>

〔学会発表〕(計 13 件)

- ① M. Ohsaki, K. Seki and Y. Miyazu, Optimization of locations of slot connections of gridshells modeled using elastica, Proc. IASS Symposium 2016, Tokyo, Int. Assoc. Shell and Spatial Struct., Paper No. CS5A-1012, 2016.
- ② K. Nakamura, M. Ohsaki and J. Cui, Shape optimization of free-form shells consisting of developable surfaces, Proc. IASS Symposium 2016, Tokyo, Int. Assoc. Shell and Spatial Struct., Paper No. CS2E-1057, 2016.
- ③ 崔 京蘭, 中村奎吾, 大崎 純, 可展面を接続した自由曲面シェル構造の形状最適化, 第 39 回情報・システム・利用・技術シンポジウム, 日本建築学会・情報

システム技術委員会, No. H55, pp. 245-248, 2016.

- ④ 中村奎吾, 大崎 純, 可展面を接合した自由曲面シェルの形状最適化, 日本建築学会大会学術講演梗概集(九州), B1, pp. 1077-1078, Paper No. 20539, 2016.
- ⑤ 關 和也, 大崎 純, 宮津裕次, 接合部応力の低減を目的とした elastica を有するグリッドシェルの形態創生, 日本建築学会大会学術講演梗概集(九州), B1, pp. 1073-1074, Paper No. 20537, 2016.
- ⑥ 堺 雄介, 大崎 純, 離散的エラスティカモデルを用いたグリッドシェルの形状設計法, 日本建築学会近畿支部研究報告集, Vol. 57, 構造系, pp. 429-432, 2017.
- ⑦ 堺 雄亮, 大崎 純, 離散的エラスティカモデルの立体配置によるグリッドシェルの形状設計法, 日本建築学会大会学術講演梗概集(中国), B1, pp. 1029-1030, Paper No. 20515, 2017.
- ⑧ 崔 京蘭, 大崎 純, 可展面を用いた膜構造の釣り合い曲面形状生成法, 日本建築学会大会学術講演梗概集(中国), B1, pp. 713-714, Paper No. 20357, 2017.
- ⑨ M. Ohsaki, S. Saburi and F. Takeda, Approximate method for cutting pattern optimization of membrane structures, Proc. IASS Symposium 2017, Hamburg, Germany, Int. Assoc. Shell and Spatial Struct., Paper No. 9503, 2017.
- ⑩ Y. Sakai and M. Ohsaki, Discrete elastica model for shape design of grid shells, Proc. IASS Symposium 2017, Hamburg, Germany, Int. Assoc. Shell and Spatial Struct., Paper No. 9557, 2017.
- ⑪ J. Cui and M. Ohsaki, An optimization method for generating self-equilibrium shape of curved surface from developable surface, Proc. IASS Symposium 2017, Hamburg, Germany, Int. Assoc. Shell and Spatial Struct., Paper No. 9574, 2017.
- ⑫ 堺 雄亮, 大崎 純, 離散的エラスティカを有するグリッドシェルの静的構造特性, コロキウム構造形態の解析と創生 2017, 日本建築学会, pp. 76-81, 2017.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

大崎 純 (OHSAKI, Makoto)
京都大学・工学研究科・教授
研究者番号: 40176855

(2) 研究分担者

張 景耀 (ZHANG, Jingyao)
名古屋市立大学・芸術工学研究科・准教授
研究者番号: 50546736