

様 式 C - 1 9、F - 1 9 - 1、Z - 1 9 （共通）

科学研究費助成事業 研究成果報告書



令和 元 年 6 月 1 3 日現在

機関番号：33917

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K16023

研究課題名（和文）大規模化する金融リスクへの確率・統計的方法 多次元GARCHモデルの新展開

研究課題名（英文）Statistical and probabilistic approach to large-scale monetary risk - tackling novel problem in multivariate GARCH models

研究代表者

松井 宗也（Matsui, Muneya）

南山大学・経営学部・准教授

研究者番号：70449031

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,300,000 円

研究成果の概要（和文）：計量ファイナンス分野で用いられる、GARCHモデルの裾確率に関して新しい研究成果を得た。ここでの裾確率とは、GARCHモデルの定常分布が極端な値をとる確率のことである。定常分布の裾確率を評価できることから、リスク管理にも用いられる。例えば、株式の大幅な下落に対してその下落幅を確率的に評価できる。これまでの研究では各時次元で裾確率が漸近的に等しくなる条件しか求まっていなかった。本研究では、各次元で裾確率が異なるための条件を導いた。各次元で裾確率が異なることは、過去の実証結果と整合的でありより現実に即したものである。なお、得られた結果は確率的漸化式の理論を応用したものである。

研究成果の学術的意義や社会的意義

GARCHモデルは、1980年代にロバート・エンゲル（ノーベル経済学賞受賞）により導入されて以来、計量ファイナンス分野において爆発的に研究されている。モデルの推定方法やモデルを用いた実証研究は、日本を含む世界中で研究されている。しかし肝心のモデルの性質はまだ未解明のものも多い。特に多次元では様々なモデルが提案されているものの、各モデルの特徴は十分に解明されていると言い難い。本研究では基本的な多次元GARCHモデルの定常分布の裾確率の挙動を明らかにした。具体的には各次元で裾確率が異なるための条件を導いた。この条件は現実に即したもので、モデルのより適切かつ正確な応用が期待できる。

研究成果の概要（英文）：Novel results are obtained for the tail behavior of multivariate GARCH models, which are frequently used in financial econometrics. It is known that GARCH models have expressions by stochastic recurrence equations (SREs). According to theories of SREs the stationary solutions of GARCH models could have regularly varying tails. Under the well-known condition, the tail indices are the same in all coordinates. However, for applications, this framework is too restrictive. We study SREs when coefficients are triangular matrices and prove that the coordinates of the solution may exhibit regularly varying tails with different indices. The results are used to characterize regular variations of multivariate GARCH models, where tail indices are not always the same along the components.

研究分野：確率・統計

キーワード：確率的漸化式 多次元GARCHモデル 定常過程 正則変動 裾確率

1. 研究開始当初の背景

近年、申請者は大規模なリスクに焦点を絞って研究している。それは、研究課題「大規模化するリスクに対する確率・統計モデルの構築 その適切な応用へ向けて」(平成25~27年度若手研究(B))が科研費に採用されて以来のことである。この研究課題に取り組む過程で、GARCHモデルを用いて株価や為替の高頻度データ(多次元)を分析した。そこではリスク管理のために多次元データの極端な値の挙動が重要となる。特に裾の厚い(極端な値が比較的出現し易い)データが重要となる。しかし、多次元 GARCH モデルは裾の厚いデータを実現できるものの、各次元で裾の厚さ(極端な値の出現する度合い)が等しくなる条件しか知られていない。つまり各次元で裾の厚さが異なるデータを実現するための条件は未解決であった。このことは、多次元のデータ系列を用いて、総合的にリスクを管理するという応用上望ましくなかった。申請者は直ちに国外の研究者と協力して、2次元 GARCH(1,1)モデルで裾確率が異なるための条件を研究した。そして部分的な条件(一部の除外)の導出に成功した。しかしその研究はまだ不十分で、得られた理論をより一層発展させリスク管理に資する必要があった。

2. 研究の目的

近年、金融市場の高度化・グローバル化が進み、起こり得る金融リスクが巨大化・複雑化している。一方でそういったリスクに適応できる確率・統計モデルも年々発展してきている。しかしその研究はまだ十分とは言えないし、不適当なリスク管理がかえって損失を大きくすることもある。本研究では、金融リスク管理への応用へ向けて、計量ファイナンス分野で有望視されている多次元 GARCH モデルを取り扱う。特にモデルから生成される多次元時系列データのうち、各次元・各系列での極端に大きな値(裾の値)を理論的に特徴づけ、さらにそれらの間の依存関係を明らかにする。そして理論的な結果を実データ(株価や為替レート)と照合し検証する。この研究を通して、金融市場での大規模リスクへのより良い対処を実現することで、人間社会に貢献する。

3. 研究の方法

申請者は、以下の3つの段階に分けて研究を進めた。(1) 2次元 GARCH(1,1)の結果(開始当初の背景欄参照)を発展させて、2次元 GARCH(p,q)あるいは3次元 GARCH(1,1)モデルにおいて、各次元の定常過程の裾確率の漸近挙動を明らかにする。特に各次元で裾確率が異なるための条件を導く。(2) より一般にn次元で裾確率の漸近挙動が異なる条件を導出し、更に各次元・各時点における裾確率の依存関係を Extremogram (エクストレモグラム)という新しい指標を用いて特徴付ける。(3) 数値実験を通して理論を確認すると共に、実データで適用可能性を探る。いずれの場合にも海外の研究者と密に連絡を取りながら共同研究を進める。

4. 研究成果 (論文番号は雑誌論文欄を参照)

研究計画の段階(1)に関しては、まず論文[9](既出の結果)の最終版を仕上げ、正式に国際誌に出版した。続けて2次元 GARCH(1,1)で得られていた裾の異なる条件をプレプリント(論文[3])としてまとめた。これは、2次元確率的漸化式の係数(ランダムな係数)に3角行列を仮定したもので、条件により各次元で異なる裾確率を実現できる。論文は棄却・再投稿を繰り返した後に、国際誌に掲載された。その他、裾確率に関係する論文[8]の最終稿を完成させ出版した。

段階(2)に関しては、論文[2]で2次元 GARCH(1,1)の結果をd次元 GARCH(1,1)に拡張した。プレプリントしてまとめ、現在雑誌掲載へ向けて努力中である。一度雑誌に投稿したが棄却されてしまった。レフェリーレポートもとに改訂を進め、近いうちに再投稿する予定である。論文に掲載され次第、やり残した研究を行いたい。それは各次元・各時点における裾確率の依存関係を Extremogram により明らかにするというものである。

段階(3)の研究に関しては、当初予定の数値実験や実証分析の研究を変更し、新たに理論的な研究を行った。その理由は、我々の確率的漸化式の結果は BEKK-ARCH モデル(多次元の ARCH モデル)にも応用できると分かったからである。これは国際研究集会に参加した折、他の研究者から指摘された。当初の計画のそれより応用の期待される研究であるため、計画を変更した。実際に計算を進めたところ、すんなり応用できたので、論文としてまとめた(論文[1])。現在国際誌へ投稿中である。

その他、研究テーマに間接的に関連する研究もいくつか行い論文としてまとめた(論文[3,4,5,6])。それらの中には、次の科学研究費補助金(次の年度に獲得)の研究テーマとつながりの深いものもある。継続して研究を進めて行きたい。研究の連続性という意味では、次の

研究にスムーズに進むことができた。

なお、この科学研究費補助金を用いて行った研究の多くは、国外の研究者との国際共同研究である。研究費のおかげで、海外渡航旅費や滞在費に悩まされることなく研究できたことに感謝したい。

5 . 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計9件)

Muneya Matsui, Rasmus Søndergaard Pedersen, Characterization of the tail behavior of a class of BEKK processes: A stochastic recurrence equation approach, 査読無, arXiv:1902.08364, 2019

Muneya Matsui, Witold Świątkowski, Tail indices for $AX+B$ recursion with triangular matrices, 査読無, arXiv:1808.09678, 2019

Damek Ewa, Matsui Muneya, Swiatkowski Witold, Componentwise different tail solutions for bivariate stochastic recurrence equations with application to GARCH(1,1) processes, Colloquium Mathematicum, 査読有, 2019, 155, 227-254, DOI: 10.4064/cm7313A-5-2018

Muneya Matsui, If and only if condition that time-changed subordinaors have independent (stationary) increments, 統計数理研究所共同研究レポート「無限分解可能過程に関連する諸問題(22)」, 査読無, 2018, 402, 125-128

Richard A. Davis, Muneya Matsui, Thomas Mikosch and Phyllis Wan, Applications of distance correlation to time series, Bernoulli, 査読有, 2018, 24, 3087-3116, doi:10.3150/17-BEJ955

Muneya Matsui, Thomas Mikosch and Gennady Samorodnitsky, Distance covariance for stochastic processes, Probability and Mathematical Statistics, 査読有, 2017, 37, 355-372, doi:10.19195/0208-4147.37.2.9

Muneya Matsui, Log-convexity and the cycle index polynomials with relation to compound Poisson distributions, 統計数理研究所共同研究レポート「無限分解可能過程に関連する諸問題(21)」, 査読無, 2017, 385, 88-93

Muneya Matsui, Zbynek Pawlacz, Fractional absolute moments of heavy tailed distributions, Brazilian journal of probability and statistics, 査読有, 2016, 30, 272-298, DOI: 10.1214/15-BJPS280

Muneya Matsui, Thomas Mikosch, The extremogram and the cross-extremogram for a bivariate GARCH(1,1) process, Advances in Applied Probability, 査読有, 2016, 48A, 1-27, <https://doi.org/10.1017/apr.2016.51>

〔学会発表〕(計7件)

Muneya Matsui, Characterization of the tail behavior of a class of BEKK processes: A stochastic recurrence equation approach, International Symposium on Econometric Theory and Applications (国際学会), 2019年6月2日, 大阪大学豊中キャンパス(大阪府)

松井宗也, Applications of Distance Correlation to Time Series: 距離の相関係数の時系列解析への応用, 科研費シンポジウム「融合する統計科学」, 2018年12月1日, 金沢大学サテライトプラザ(石川県)

松井宗也, Applications of Distance Correlation to Time Series, 関西計量経済学研究会, 2018年01月06日, 神戸大学(兵庫県)

松井宗也, Necessary and sufficient condition that certain time-changed Levy processes, 共同研究集会「無限分解可能過程に関連する諸問題」, 2017年12月2日, 統計数理研究所(東京都)

松井宗也, 組み合わせ論と無限分解可能分布のひとつの接点, シンポジウム「統計科学の現代的課題」, 2017 年 01 月 27 日, 金沢大学サテライトプラザ (石川県)

松井宗也, The extremogram and the cross-extremogram for a bivariate GARCH(1,1) process の続編, 関西計量経済学会, 2017 年 01 月 08 日, 広島大学東千田キャンパス (広島県)

松井宗也, 組み合わせ論と無限分解可能分布のひとつの接点, 共同研究集会「無限分解可能過程に関連する諸問題」, 2016 年 12 月 10 日, 統計数理研究所 (東京都)

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況 (計 0 件)

取得状況 (計 0 件)

〔その他〕

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。