

令和 2 年 6 月 19 日現在

機関番号：32665

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2016～2019

課題番号：16K16689

研究課題名（和文）図形表現と文表現を組み合わせたヘテロジニアスな日常的推論の論理学研究

研究課題名（英文）A logical investigation on heterogeneous reasoning combining sentences and diagrams

研究代表者

竹村 亮 (TAKEMURA, Ryo)

日本大学・商学部・准教授

研究者番号：70583665

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,800,000円

研究成果の概要（和文）：オイラー図や表、グラフ等のこれまでに研究を進めてきた具体的な個々のヘテロジニアスシステムを抽象化して体系化し、抽象的なヘテロジニアス論理を導入した。またヘテロジニアス論理の正規化定理を確立し、それに基づくヘテロジニアス推論の証明論的特徴づけを行い、さらに認知的な観点からも分析を行った。

経済学におけるグラフを用いた推論を中心に非演繹的なヘテロジニアス推論の分析を行い、図形を用いたアブダクションの定式化を行った。

さらに、本研究の分析を、形式的体系における「証明」から、非演繹的推論を含む「論証」へと拡張するために、論証概念の分析を開始した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

これまでのヘテロジニアス推論の先行研究では、演繹推論のみが対象とされてきた。またこれまでの非演繹的推論研究では、文（記号）表現に基づく推論のみが対象とされてきた。これらを統合した、ヘテロジニアスな非演繹的・日常的推論の研究は、本研究の独創的な点である。

論理学が果たす役割の1つは、われわれが行う推論の規範を与えることである。本研究でのヘテロジニアスな日常的推論の形式化では、できる限りわれわれが実際に行っている推論に沿った形式化を意図しており、従来の文表現のみに妥当する論法よりも、さらに現実的な推論に近く、また応用力のあるものとなっている。

研究成果の概要（英文）：I introduced heterogeneous logic by abstracting concrete heterogeneous logical systems such as Euler-Venn diagrammatic systems, correspondence table systems, and graphical systems. For the abstract heterogeneous logic, I established the proof normalization theorem, which gives the basis of proof-theoretical analysis. Based on the theorem, I gave a proof-theoretical characterization of the heterogeneous proofs, and I investigated the heterogeneous proofs in terms of a cognitive viewpoint.

I investigated non-deductive heterogeneous reasoning with a focus on economic reasoning with graphs, and I formalized an abduction in economic reasoning with graphs.

I further started an investigation on the notion of argument to apply my analysis not only to proofs in a formal system, but also to arguments containing non-deductive inferences.

研究分野：論理学

キーワード：論理学 証明論 図形推論 heterogeneous reasoning

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

20世紀論理学はおもに、「文(記号)表現」に基づく「数学における演繹推論」を研究対象としてめざましい発展を遂げ、その厳密な数理モデルを確立してきた。しかしながら、実際にわれわれが日常的に行う推論においては、必ずしも言語表現だけでなく、視覚的な映像やイメージ、図やグラフなどさまざまな非言語的表現もしばしば用いられる。また日常的には演繹的推論法則に限らないさまざまな論法が用いられ、状況に依存した推論が行われる。

#### 図形を用いた推論

日常的推論において用いられる非言語的表現のなかでも、もっとも身近なものが図形表現である。たとえば図形描画と代数計算の組み合わせで幾何学の定理が証明されたり、オイラー図やヴェン図によって集合論の定理や三段論法推論が表現されたりする。1990年代になって、推論に用いられる図形の特徴が、論理学、哲学、数学、情報科学、認知科学等の観点からさかんに研究されるようになってきた。(たとえば、Allwein and Barwise (1996)を参照。)

#### 非演繹的な日常的推論

数学に限らない日常的な推論においては、演繹推論に加えて、非単調推論やインダクション、アブダクションといった非演繹的推論が行われる。これらの非演繹的推論は、人工知能研究や哲学、認知科学においてとくに研究が進められている。(たとえば、Gabbay, Hogger, and Robinson, with Nute (1994)や Gabbay and Woods (2007)を参照。)

#### 文と図を組み合わせた非演繹的な日常的推論

自然科学や社会科学では一般に、実際に起こった自然・社会現象を、特定の理論のもとで分析・説明するための推論が行われる。たとえば経済学では、予想外の市場の変化に直面したときに、需要・供給曲線のグラフを描いて市場均衡の変化を分析し、もっとも的確にその現象を捉える説明や仮説を探求し、既存の理論を拡張・更新していく。このような推論の特徴は、

- 文と図形(グラフ)を組み合わせた推論である
- 演繹のみならず、非演繹的推論が行われる

ことである。とくに、上記のような推論で用いられる非演繹的推論は、説明のための推論や、仮説推論などと呼ばれるアブダクションである。哲学者 Peirce (1933)によって定式化されたアブダクションは、人工知能研究の分野でとくに研究が進んでいるが、そこではコンピュータによる自動計算が主眼であり、実際にわれわれが行っているような形での推論の形式化は探求されていない。

文と図形を組み合わせた推論は、ヘテロジニアス推論(heterogeneous reasoning)と呼ばれる。ヘテロジニアス推論は図形推論研究の初期の段階からすでに Barwise and Etchemendy (1993)によってその重要性が指摘され、その一部は Hyperproof と呼ばれるプログラムによって実装されている。そこでは、種々の block(積み木)の位置や大きさ、形に関して一階述語論理の論理式と図形表現を組み合わせた推論が可能となっている。また、オイラー図、ヴェン図、対応表等に基づくヘテロジニアス推論システムも研究開発されている。しかしながらこれまでの先行研究は、おもに実装を目的としたアドホックなものや、個々の図形システムについての分析が中心であり、ヘテロジニアス推論一般を特徴づけるような理論的研究はいまだに少なく不十分なままにとどまっている。

### 2. 研究の目的

本研究では、以下のような目的のもとで研究を進めてきた。

- (1) 文・記号表現を対象としてきた論理学研究を拡張し、図形表現と文表現を組合わせたヘテロジニアス推論の形式化・分析を行う。
- (2) インダクションやアブダクションといった非演繹的な日常的推論に基づくヘテロジニアス推論の形式化・分析を行う。

とくに、ヘテロジニアスな日常的推論を、実際にわれわれが行う形に沿って形式化し、証明論、計算論、認知科学を組み合わせた分析を行う。これにより、多様な表現形式に基づく日常的推論の数理モデルを構築することを目指す。

### 3. 研究の方法

#### (1) 証明論的分析

本研究の中心的な手法は、論理学における証明論的手法である。証明論的手法の中心的なものの一つが、証明の正規化定理である。証明の正規化定理は、どんな証明もそれと同じ結論をもつ正規形の証明に書き換えられることを述べる定理であり、とくに正規形証明は、そのシステムにおける証明の構造を特徴づけるものである。報告者は正規形証明の概念を用いて、オイラー図の認知的特性の証明論的な特徴づけを行ってきた。これを応用し、本研究で導入するヘテロジニアスシステムに対して、証明の正規化定理を確立し、そのシステムにおける証明の特徴づけ、および認知的特性の証明論的分析を行う。

(2) 図形(グラフ)を用いたヘテロジニアス推論であり、なおかつアブダクション等の非演繹的推論が頻繁に用いられる具体的なケースとして、経済学におけるグラフを用いた推論を数学的に形式化し、その分析を行う。

(3) ヘテロジニアス推論一般の分析と特徴づけ

これまでのオイラー図やヴェン図、対応表等のケーススタディから、図形を用いた推論は一般に、情報の追加による図形の構成・書き換え操作と、図形からの情報の読取りの組合せで成り立っていることがわかってきた。また近年の研究で、図形は論理式に対応するものとして証明の中で扱えることが明らかとなっている。したがって、これまで言語表現のみに妥当すると考えられてきた自然演繹等の伝統的な推論体系を拡張することで、ヘテロジニアス推論一般を特徴づける推論体系を形式化できるものと考えられる。本研究では、これまでのケーススタディを抽象化し、個々の図形に依存しないヘテロジニアス推論一般の形式化・特徴づけを目指す。

(4) 教育への応用

報告者はこれまでに、オイラー図によって証明のみならず、反証も同時に構成できることを示し、論理学の授業では、反証概念の習得のために、オイラー図を応用している。また、「日本大学理事長特別研究」において、eラーニングを用いた論理学教育の研究を進めてきた。本研究におけるヘテロジニアスな日常的推論の形式化は、たとえば前述のような経済学で行われる推論の習得や、より一般に論理トレーニング等への応用が可能であり、それを積極的に試みていく。

4. 研究成果

(1) 本研究ではまず、図形(グラフ)を用いたヘテロジニアス推論であり、なおかつアブダクション等の非演繹的推論が頻繁に用いられる具体的なケースとして、経済学におけるグラフを用いた推論の分析を開始し、線形グラフに基づくヘテロジニアス推論の形式化を行った。また、経済学の需要・供給曲線を用いた市場分析におけるアブダクションの定式化を行った。(研究成果は国際学会 Diagrams 2016 にて論文採択され、口頭発表を行った。)

さらに、そのヘテロジニアスな推論の分析を進め、経済学におけるグラフの効果的な使用方法について分析した。一般の需要・供給曲線を用いた演繹的推論は線形グラフに還元することはできないが、アブダクションおよび反例構成においては、一般の需要・供給曲線を線形グラフに還元できることを示した。(2020年に海外雑誌に採択された。)

(2) オイラー図や表、グラフ等のこれまでに研究を進めてきた具体的なヘテロジニアスシステムを抽象化し、アブストラクトなヘテロジニアスシステムの形式化を行った。さらに、そのアブストラクトシステムにおける証明の正規化定理を確立し、ヘテロジニアスな証明一般の特徴づけを行った。通常の文表現に基づく証明は、前提の分解と結論の構成から成ることがよく知られている。本研究ではそれに対して、ヘテロジニアスな証明は、前提に含まれる情報を統合した合成図の構成と、そこからの結論の読み取りで構成されることを示した。研究成果は「Diagrams 2018」に論文採択され、口頭発表を行った。また、「日本大学哲学会第68回(平成29年度)学術研究発表会」および「証明論研究会2017」において口頭発表を行った。

(3) 図形をある種の論理的なモデルとみなすことで、認知科学の文脈で議論されてきたメンタルモデル理論とフォーマルルール理論の関係を、ヘテロジニアス論理の観点から議論した。また、ヘテロジニアス論理における証明構成に基づいて、種々の課題形式における認知的な証明構成戦略について考察した。研究成果は「日本認知科学会第34回大会」において論文採択され、口頭発表を行った。

(4) 本研究での図形と文表現を組合わせたヘテロジニアスな日常的推論の分析を、論理トレーニングに応用し、教材開発を行った。また、eラーニング教材の開発も行った。

(5) 本研究の分析を、形式的体系における「証明」から、非演繹的推論を含む「論証」へと拡張するために、論証概念の分析を開始した。そのために、シンタクティカルな推論規則によってセマンティックな妥当性の概念を定める証明論的意味論(Prawitz (1971))の完全性の概念について分析した。(研究成果はThe 3rd Asian Workshop on Philosophical Logic (AWPL 2016)において口頭発表した。)証明論的意味論は、自然演繹の推論規則と証明の正規化過程に基づく意味論であり、証明論的妥当性の概念は、形式的体系における証明に限らず、より広い推論へと応用することができる。本研究ではまず、このような証明論的意味論を伝統的な集合論的意味論の枠組みで分析した。研究成果は「Journal of Humanities and Sciences Nihon University(総合文化研究)」、「Journal of Philosophical Logic」において論文採択された。

これまでの研究から、図形の使用が、実際にわれわれが行う演繹・非演繹的推論の効率化に寄与することが論理学・計算論・認知科学的な分析で明らかとなっている。抽象的な言語・記号表現と比べて、図形表現が持つ有効性のひとつは、具体性・明示性といった認知的な特性にある。

このような図形の特性は、個人が自身で推論を行う際に役立つだけでなく、他者とのコミュニケーションツールとして、説明のための道具としての図形の有効性を示唆する。そのような説明のための図形の使用においては、そこから他者との間の議論や論争が展開されうる。また、報告者のこれまでの研究において、伝統的な論理学が対象としてきた演繹推論体系における「証明」から、不確実な推論を含む「論証」への論理学的手法の応用を検討する際に、論証の定義・同定の困難さ、論証の評価・正当化の困難さに行き当たった。論証の評価の問題についてはとくに、AI argumentation framework において、複数の論者間の議論・論争を通じた論証の評価方法が近年さかんに研究されている。

このような経緯から、日常的推論についての本研究をさらに進めるためには、個人で行う論証にとどまらず、複数の論者で行う議論・論争・対話も含めたより広い枠組みで分析する必要が生じたことから、研究計画最終年度前年応募を行い、本研究は基盤研究(C)「不確実な推論を含む論証の証明論的研究」(19K00021)へと発展し、現在も継続して研究を進めている。

#### <引用文献>

- Gerard Allwein and Jon Barwise, eds., Logical reasoning with diagrams, Oxford Studies, In Logic And Computation Series, 1996.
- Dov M. Gabbay, C. J. Hogger, and J. A. Robinson, with D. Nute (eds.), Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming Volume 3: Nonmonotonic Reasoning and Uncertain Reasoning, Oxford University Press, 1994.
- Dov M. Gabbay, John Woods (eds.), Handbook of the History of Logic Volume 8: The Many Valued and Nonmonotonic Turn in Logic, Elsevier, 2007.
- J. Barwise and J. Etchemendy, Tarski's world. Stanford, CSLI, 1993.
- C. S. Peirce, Collected Papers of Charles Sanders Peirce, Volume 4, C. Hartshorne and P. Weiss (eds.), Harvard University Press, Cambridge, MA, 1933.
- Dag Prawitz, Ideas and Results in Proof Theory, Proceedings of the Second Scandinavian Logic Symposium (Oslo 1970), Jens E. Fenstad ed., Amsterdam: North-Holland, 235-308, 1971.

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 6件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Yuta Takahashi and Ryo Takemura	4. 巻 -
2. 論文標題 Completeness of Second-Order Intuitionistic Propositional Logic with Respect to Phase Semantics for Proof-Terms	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Philosophical Logic	6. 最初と最後の頁 1-18
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） <a href="https://doi.org/10.1007/s10992-018-9484-z">https://doi.org/10.1007/s10992-018-9484-z</a>	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ryo Takemura	4. 巻 10871
2. 論文標題 Towards a proof theory for heterogeneous logic combining sentences and diagrams	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Diagrammatic Representation and Inference, Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 607-623
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） <a href="https://doi.org/10.1007/978-3-319-91376-6_55">https://doi.org/10.1007/978-3-319-91376-6_55</a>	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 竹村亮, 片桐恭弘	4. 巻 -
2. 論文標題 オイラー図を用いたヘテロジニアス推論---ルールベースとモデルベースの推論---	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 日本認知科学会第34回大会発表論文集	6. 最初と最後の頁 294-301
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ryo Takemura	4. 巻 23
2. 論文標題 Investigation of Prawitz's completeness conjecture in phase semantic framework	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Humanities and Sciences Nihon University (総合文化研究)	6. 最初と最後の頁 1-19
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ryo Takemura	4. 巻 9781
2. 論文標題 A logical investigation of heterogeneous reasoning with graphs in elementary economics	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Diagrammatic Representation and Inference	6. 最初と最後の頁 98-104
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-42333-3_8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 竹村亮	4. 巻 4
2. 論文標題 eラーニングを用いたアクティブラーニングの試み--LMS glexaを用いた反転授業-- (研究ノート)	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 日本大学FD研究	6. 最初と最後の頁 13-26
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計6件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 3件)

1. 発表者名 Ryo Takemura
2. 発表標題 Towards a Proof Theory for Heterogeneous Logic Combining Sentences and Diagrams
3. 学会等名 10th International Conference on the Theory and Application of Diagrams, Diagrams 2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 竹村亮
2. 発表標題 図形と論理式を組合わせたヘテロジニアスな証明の特徴づけ
3. 学会等名 RIMS共同研究 (公開型) 「証明論と証明活動」 (証明論研究会2017)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 竹村亮
2. 発表標題 オイラー図を使った推論：証明構成と反例構成
3. 学会等名 日本大学哲学会第68回（平成29年度）学術研究発表会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 竹村亮, 片桐恭弘
2. 発表標題 オイラー図を用いたヘテロジニアス推論---ルールベースとモデルベースの推論---
3. 学会等名 日本認知科学会第34回大会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yuta Takahashi and Ryo Takemura
2. 発表標題 Completeness of Second-Order Intuitionistic Propositional Logic with Respect to a Proof-Theoretic Semantics
3. 学会等名 The 3rd Asian Workshop on Philosophical Logic (AWPL 2016) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Ryo Takemura
2. 発表標題 A logical investigation of heterogeneous reasoning with graphs in elementary economics
3. 学会等名 Diagrammatic Representation and Inference: 9th International Conference, Diagrams 2016 (国際学会)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

Ryo Takemura Publications  
<http://abelard.flet.keio.ac.jp/person/takemura/>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----