

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和元年6月3日現在

機関番号：33917

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K17092

研究課題名(和文)多対1マッチング問題におけるコア解の性質の多面的解明と市場設計への応用

研究課題名(英文) Analysis of the core solution in matching problems and applications to market designs

研究代表者

赤星 立 (Akahoshi, Takashi)

南山大学・経済学部・講師

研究者番号：30609219

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、多対1マッチング問題における代表的解概念であるコア解の性質の多面的解明を行った。まず、von Neumann-Morgenstern (vNM) 解に着想を得て、ペア外部安定性という性質を提示し、コア解がそれを満たすための必要十分条件を提示した。続いて、ペア安定性(ペア内部安定性+ペア外部安定性)という性質を提示し、それを満たす集合が存在すること、コア解の代表的性質を満たす(集合の包含関係についての)最大元がその集合であることを示した。

さらに、これらの結果を市場設計問題に応用する上で、メカニズムへの複数の要求が同時に成立しないとき、それらをどのように統合すべきかについて研究を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究は、コア解がさらなる望ましさを備える環境がいかなるものであるかを特定することで、特定環境下ではコア解を用いることに追加的な根拠が与えられることを示した。さらに、コア解の重要な性質を共有する解がまだまだ広がり得ることを示すことで、コアの本質的な特性がそれらの性質ではないことを明らかにした。マッチング理論応用としての市場設計問題におけるコア解の重要性から、本研究の実践的な価値は大きいと考えられる。

また、メカニズムに対する複数の要求をいかに統合するのかという問題は、あらゆる経済問題の分析で考慮すべき問題である。基準統合のための基準作りという新規性も評価されるべき点だと考える。

研究成果の概要(英文)：This research studies properties of the core solution in many-to-one matching problems. First, we study when the core obtains addition desirable properties. We define a property of solutions, called the pairwise external stability, and show a necessary and sufficient condition for the core solution to satisfy it. Second, we study the pairwise stability of matchings, which is defined by modifying von Neumann and Morgenstern's stability as a set of matchings satisfying the pairwise internal and external stability properties. We show that there exists a unique set of matchings satisfying the pairwise stability and prove that the set is a maximum (in terms of set inclusion) set sharing some representative properties of the core.

In addition, we investigate the applicability of our results to the matching market design. Under a very abstract setting, which includes matching problems, we study how to integrate criteria on mechanisms.

研究分野：理論経済学

キーワード：マッチング問題 コア 安定性 vNM解 基準の統合

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

この研究で考察する(多対1)マッチング問題では、2つの(共通部分を持たない)有限集合 S と C (S と C の要素をそれぞれ学生と大学と呼ぶ)各大学の持つ定員が与えられたとき、 S と C の要素を、定員を制約条件として組み合わせる。それぞれの組合せを表現する関数をマッチングと呼ぶ。すなわち各学生に C の要素の一点集合または空集合を、各大学に定員以内の濃度の S の部分集合を与える関数がマッチングである。男性と女性、新興国へ進出する企業とその買収・提携先となる現地企業、学生とその配属先となる研究室、医学部卒業生とその研修病院、労働者と企業など、現実には様々なマッチング問題が存在するが、ここでは代表的なマッチング問題である大学入学者選抜(Gale and Shapley, 1962)を念頭に置いている。市場の各プレイヤー(学生と大学の総称)は資源配分(ここではマッチングのこと)を評価するための選好関係を持つ。 S と C と各大学の定員と各プレイヤーの選好関係の組 R をマッチング問題と呼ぶが、ここでは、 S と C および定員を所与のものとするので、各問題は選好関係の組 R で与えられることになる。

考えるべき問題全体の中で、何らかの基準に従って実現が期待される資源配分の集合を絞り込む関数を解と呼ぶ。マッチング問題の研究で中心的役割を担ってきた解概念はコア解である。コア解は、協力ゲーム理論における代表的な解概念であるが、これは各問題においてそのコアと呼ばれる集合を指定する関数である。コアは、全プレイヤーが協力して可能な資源配分を模索するとき、最終的な帰結として提案されればどの提携(プレイヤーの部分集合)もその実現に反対しないような資源配分の集合である。問題 R のコアを $C(R)$ で表す。すなわち、各問題 R にそのコア $C(R)$ そのものを対応させる解がコア解である。 $C(R)$ の各要素を(問題 R における)コアマッチングと呼ぶ。各問題 R にそのコアマッチングを1つ対応させる関数をコアメカニズムと呼ぶ。

コアは協力ゲームの分野で伝統的に研究が進められてきた古典的な解概念であるが、近年のマッチング理論の急速な発展に伴ってその重要性が再認識されるようになってきた。各問題のコアの有する諸性質の中でも代表的なものは、次の - である： . コアは非空集合； . コアは順序集合であり更に束(lattice)の構造を持つ； . (a) 各プレイヤーはどのコアマッチングにおいても割り当てられる集合の濃度は等しく、(b) さらに各 $c \in C$ はあるコアマッチングで割り当てられる集合の濃度が定員未満であるならば、どのコアマッチングにおいても同じ集合を割り当てられる(the rural hospital theorem, 僻地病院定理)。もちろん - 以外にもコアの性質を示す有名な定理が存在するが、これら3つの性質から導かれるものも多く、マッチング問題におけるコアの性質の鍵となるのがこれらの3つであると言える。実際に、マッチング理論を包括的に学ぶための標準的な教科書である Roth and Sotomayor (1992) においても、コアの性質を示す多くの定理が上記の3つの性質を利用して証明される。

また、コアは理論研究の対象としてだけでなく、現実のマッチング市場の設計という実践的な分野においても重要性を増している。近年、マッチング理論の発展に伴い、世界中の様々な国で、マッチング市場の設計が盛んに行われている。米国を始めとする諸外国では、公立学校選択制度(地域内の学生を、その希望に応じて地域内の複数の学校のうち1つに配属する制度)の設計が盛んであるし、米国に始まった研修医マッチングプログラム(医学部卒業生を希望する研修医受け入れ病院の1つに配属するプログラム)やそれに類似した制度は世界中の多くの国で実施されており、各国の事情に応じて市場が設計されている。こうした現実のマッチング市場設計において重視されてきたことは、コアマッチングが実現するような制度を設計することであった。例えば、米国各地域の学校選択制度においては、非コアメカニズムを採用していた地域の多くがコアメカニズムの利用に切り替え、今ではほとんどの地域が特定のコアメカニズムを採用していると言われている。研修医マッチングにおいても、米国を始め多くの国が全国統一の市場でコアメカニズムを採用している。英国では当初地域毎に異なるメカニズムが採用されたが、非コアメカニズムが次第に淘汰されていったことも報告されている(Roth, 2008)。

しかし近年の理論研究において、先に挙げたコアの代表的性質 - は、コアだけが持つ性質ではないことが明らかにされてきた。Ehlers (2007) は1対1マッチング(全大学の定員が1)において、von Neumann and Morgenstern (1944) の定義した安定集合(任意の問題にその安定集合を対応させる解を vNM 解と呼ぶ)が、(1) コアを部分集合として含み；(2) 上の を満たす；(3) 上の を満たすことを示し、さらにこれら(1)から(3)を満たす集合が一意に存在すればそれは安定集合であることを示した(彼の議論は安定集合の非空性を前提にしているが、非空であることは後に Wako (2010) で示された)。しかし彼自身が言及するように、Ehlers (2007) の結論は多対1マッチングでは一般に成り立たない。

2. 研究の目的

以下は、プロジェクト申請時に掲げていた研究目的である。概ね達成されたと考える。

本研究の目的は、市場設計等への応用可能性をも視野に入れながら、多対1マッチング問題においてコア解の性質を新しい観点から解明することにある。そのためにまず、マッチングモデルにおけるコア解の代表的性質 - が、コア解固有のものであるかどうかを解明する。また、これらの性質がコア解固有のものでない場合には、どのような解のクラスで - の性質のすべ

てまたは一部が維持されるかを研究する。続いて同様の疑問をより具体化されたマッチング市場（例えば学校選択等のマッチング市場）でも投げかけてみる。このようにして、マッチング市場設計で本質的な役割を担ってきたコアメカニズムの持つ意義をより深くかつ多面的に解明したい。

現実のマッチング市場でコアメカニズムが積極的に採用されてきた背景には、コアの定義が示す性質（およびそれと同値の性質）のみならず、コアの有する様々な性質がある。その一方でコアメカニズムは、プレイヤーの戦略的な選好関係の表明に対して頑健でないなどの弱点を有することも知られている (Roth, 1985)。もし、コアの持つ諸性質を導く鍵となる上記の性質 - がコアに固有のものでないならば、それらの性質を有し、さらにはこうしたコアの持ついくつかの弱点を克服するメカニズムを設計することが可能になるかもしれない。本研究は、そうした応用可能性を視野に入れた、多面的なコアの性質の解明を行う点において、理論研究上のみならず、実践上の大きな意義を持つと言える。

3. 研究の方法

以下は、プロジェクト申請時に想定した研究の方法である。補助研究として計画した研究3には手を付けていない。理論研究が停滞しなかった場合にはこれを実施しないことが想定されていたが、実際に理論研究が順調に進んだため補助的役割を担わせる研究に手を付ける必要がなかったからである。

本研究は、純粋な理論研究であり、数学的に厳密に証明をしていく方法を採用する。その際、研究プロジェクト全体を次の3つに分けて考える。主となるのは研究1である。研究1が完遂できれば研究2に移る。研究3は補助研究として計画されている。これ自体が単独で興味深いものであるが、研究1と2が上手く行かなかった場合にはこの研究からヒントを得ることもできると考えている。

研究1：前項で述べた、コア解の代表的性質 - が、コア解固有のものであるかどうかを解明する。これらがコア解固有の性質でない場合には、どのような解のクラスで性質のすべて、または一部が維持されるかを研究する。

研究2：どのような市場において性質 - がコア固有のものであるのかを解明するために、研究1で求めたクラスの解がコア解と一致するための条件（選好関係およびそれらの組、あるいはプレイヤー数や各大学の定員数など市場の構造についての条件）を求める。

研究3：コンピュータ・シミュレーションや現実のマッチング市場のデータを活用し、研究2で求めた条件が成立する蓋然性について議論する。

4. 研究成果

得られた成果は次の3本の論文に反映されている。次項に記載された学会発表時から改題されたものもある。ここでは2019年5月25日現在の題名を記す。

External stability of the core in many-to-one matching problems
Sharing properties with the core in matching problems
Integration of multiple criteria: general properties of the lexicographic and constrained maximality (with Yoichi Kasajima)

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計0件)

〔学会発表〕(計6件)

Takashi Akahoshi and Yoichi Kasajima, "Integration of criteria: general properties of the lexicographic and constrained maximality", The Conference on Economic Design, Corvinus University of Budapest, Budapest, Hungary, June 13, 2019 (Scheduled).

赤星 立, "Von Neumann-Morgenstern pairwise stability in matching problems", 早稲田大学社会科学部, 東京, 2019年3月20日。

③ Takashi Akahoshi and Yoichi Kasajima, "General properties of lexicographically and constrained maximal allocations", The Lisbon Meetings in Game Theory and Applications #10, Lisbon School of Economics and Management, Lisbon, Portugal, October 25, 2018.

④ Takashi Akahoshi, "Sharing properties with the core in matching problems: von Neumann-Morgenstern pairwise stability", The Lisbon Meetings in Game Theory and Applications #9, Lisbon School of Economics and Management, Lisbon, Portugal, November 10, 2017.

Takashi Akahoshi, "Sharing properties with the core in matching problems: von Neumann-Morgenstern pairwise stability", The Conference on Economic Design,

University of York, York, UK, June 14, 2017.

Takashi Akahoshi, "Sharing properties with the core in matching problems", The 13th Meeting of the Society for Social Choice and Welfare, Lund University, Lund, Sweden, June 29, 2016.

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年：
国内外の別：

取得状況(計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究分担者

研究分担者氏名：

ローマ字氏名：

所属研究機関名：

部局名：

職名：

研究者番号(8桁)：

(2) 研究協力者

研究協力者氏名：

ローマ字氏名：

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。