

令和 3 年 5 月 26 日現在

機関番号：14401

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2016～2020

課題番号：16K17550

研究課題名（和文）微分方程式に対する汎用的並列構造保存数値解法の基礎理論構築と数値的検証

研究課題名（英文）Parallel Structure-Preserving Algorithms: Theory and Numerical Verification

研究代表者

宮武 勇登 (Miyatake, Yuto)

大阪大学・サイバーメディアセンター・准教授

研究者番号：60757384

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,400,000円

研究成果の概要（和文）：現代科学の多くの分野で長時間スケール数値計算の需要が高まっており、そのためには方程式の構造に着目した構造保存数値解法が適切だが、精度と計算コストのギャップといった問題が顕著化している。本研究では、数理的な立場から汎用性の高い高速かつ高精度な並列構造保存数値解法を開発した。さらに、実装の段階で必要となる行列計算についても新しいアルゴリズムを開発し、それを組み込むことで、当初の狙い以上に性能を持つ数値解法を開発に成功した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

現代の科学技術計算では、計算機の発展より遥かに速いスピードで現場のニーズが多様化・大規模化しており、これまで以上に計算の品質とコストの両立が困難になっている。このような問題に対し、特定の分野や方程式、計算機環境に特化した研究が主流だが、本研究では、より数理的な立場から、高い汎用性を維持して品質とコストが両立するような数値解法の開発に成功したものである。このような考え方は、数値解析や高性能計算分野で新しい研究スタイルの基盤となり、さらには既存解法を遥かに凌ぐ数値解法が次々と生成されることが期待される。

研究成果の概要（英文）：Long time simulation becomes important in many research fields. Structure-preserving algorithms have been proved to be effective, but it is a challenging task to develop algorithms that are both accurate and efficient. In this study, parallel structure-preserving algorithms are developed that balance the high accuracy and efficiency. Moreover, new algorithms for matrix computation are also developed, which further improves the efficiency of the proposed parallel algorithms.

研究分野：数値解析

キーワード：数値解析 偏微分方程式 行列計算

1. 研究開始当初の背景

現代科学の多くの分野で、銀河形成過程の数億年スケールのシミュレーションに代表される超長時間スケール数値計算の需要が高まっている。そのためには、微分方程式の数理的/物理的構造(エネルギー保存則や時間発展フローのシンプレクティック性など)を活用した構造保存数値解法の利用が適切である。しかし、計算機パワーのハード面の成長に伴って、計算の現場のニーズも多様化・大規模化しており、近年、これまで以上に精度と計算コストのギャップの問題が顕著になっている。そして、このような問題に対して、現状、各分野の研究者の専門性や経験によるアプローチが行われている。このような個別の研究も重要だが、より抜本的な解決が強く期待されているように思われる。

2. 研究の目的

上述の背景のもと、本研究では、汎用的な高精度・高速並列構造保存解法の構築を目指す。高精度な解法は高コストであることが多く、並列計算技術を取り入れる事自体はありふれたアイデアであるが、本研究では次の特徴を持つ解法の構築を目指す。

- 個々の方程式の具体系には依存せず、非常に広範囲(例えばハミルトン系のような問題クラス)に自動的に適用可能である。
- 数理解法の数理的構造に基づいて並列計算を実現し、例えば常微分方程式であれば、2次精度解法と同程度のコストで4次精度や6次精度の数値計算が可能である。

3. 研究の方法

具体的な計画を示す。

- (A) 並列エネルギー保存解法理論の構築：標準的な2次精度エネルギー保存解法と比較して、既存の高精度(2s次)解法ではおおよそ s^3 倍の計算コストがかかる。これに対して2次精度解法と同程度のコストで計算可能な高精度エネルギー保存解法を構築する。
- (B) Symplectic性などその他の構造に着目した数値解法に対しても同様の研究を行う。
- (C) 偏微分方程式に対して、高精度な空間離散化手法と(A)および(B)の研究結果を組み合わせ、より実用的な数値解法を設計する。
- (D) 数値的検証や、関連する行列計算などのアルゴリズムの研究を行う。

4. 研究成果

幾つかの主要な結果を述べる。

【並列構造保存エネルギー保存解法とその検証】

まず、高精度な並列構造保存解法の設計は逆固有値問題に帰着される。すなわち、構造保存性の要請から定まるある種の行列に対して、その全固有値が特定の領域に含まれるようにその行列に含まれるパラメータ群を決定する必要がある。高精度な解法を狙うほど、行列のサイズとパラメータの数が大きくなり、このような問題の解決は困難になる。本研究では、6次精度の解法まで設計することができたが、一方でより高次の解法が設計できるかは依然として未解決である。また、4次精度解法については、物理・数値線形代数・高性能計算の研究者と共同で、量子ダイナミクス計算に応用し、実用的な時間で高精度な計算が可能であることを示した。

【SOR法の幾何学的解釈】

偏微分方程式に対する数値計算は、最終的には連立一次方程式に帰着されることが多く、構造保存数値解法でもその傾向は変わらない。このような場合、例えば定常反復法であるSOR法などの利用が考えられる。一方で本研究では、とある常微分方程式に対するエネルギー散逸解法が、算法としてSOR法と同値であることを見出した。通常、微分方程式の数値計算のために連立一次方程式の解法を研究するが、この発見により、連立一次方程式の解法を微分方程式の数値解法の知見を使って研究するアプローチが行えるようになり、適応的な緩和パラメータの制御法の提案なども行った。また、海外の研究者により、この視座に基づくアイデアで画像処理のアルゴリズムが提案されるなど、新たな発展もはじまっている。

【非整数階微分を含む偏微分方程式に対する構造保存数値解法】

非整数階微分を含むSchrödinger方程式に対して、構造保存数値解法の研究を行った。非整数階微分由来する行列は密行列となることから、低コストな解法の重要性は大きい。本研究では、構造保存性や全体の精度を損なわずに、最終的に帰着される連立一次方程式を極めて高速に数値計算するための前処理を提案し、実際にKrylov部分空間法を適用したときに、離散化の精度に依らず、3~5反復で収束するという驚異的な性能を確認した。

【その他，構造保存数値解法に関連する研究】

偏微分方程式の数値計算は非常に大規模になりうるが，並列計算とは別のアイデアになるが，構造を損なわずに問題サイズを縮減する構造保存モデル縮減の研究も行い，空間 1 次元の問題でしか検証できていないが，偏微分方程式を離散化した常微分方程式のサイズを問題の定性的挙動を損なわず極めて小さく縮減できることを数値実験で確認した．その他にも，移動境界問題に対する構造保存解法の提案などを行った．

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計20件（うち査読付論文 20件 / うち国際共著 2件 / うちオープンアクセス 7件）

1. 著者名 Satake Yuki, Oozawa Masaya, Sogabe Tomohiro, Miyatake Yuto, Kemmochi Tomoya, Zhang Shao-Liang	4. 巻 96
2. 論文標題 Relation between the T-congruence Sylvester equation and the generalized Sylvester equation	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Applied Mathematics Letters	6. 最初と最後の頁 7~13
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aml.2019.04.007	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Miyatake Yuto	4. 巻 36
2. 論文標題 Structure-preserving model reduction for dynamical systems with a first integral	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Japan J. Indust. Appl. Math.	6. 最初と最後の頁 1021~1037
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13160-019-00378-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Nakano Kosuke, Kemmochi Tomoya, Miyatake Yuto, Sogabe Tomohiro, Zhang Shao-Liang	4. 巻 11
2. 論文標題 Modified Strang splitting for semilinear parabolic problems	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 JSIAM Letters	6. 最初と最後の頁 77~80
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14495/jsiaml.11.77	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Miyatake Yuto, Nakagawa Tai, Sogabe Tomohiro, Zhang Shao-Liang	4. 巻 6
2. 論文標題 A structure-preserving Fourier pseudo-spectral linearly implicit scheme for the space-fractional nonlinear Schroedinger equation	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Computational Dynamics	6. 最初と最後の頁 361~383
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/jcd.2019018	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Miyatake Yuto, Sogabe Tomohiro, Zhang Shao-Liang	4. 巻 342
2. 論文標題 On the equivalence between SOR-type methods for linear systems and the discrete gradient methods for gradient systems	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Computational and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 58 ~ 69
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cam.2018.04.013	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Lee Dongjin, Hoshi Takeo, Sogabe Tomohiro, Miyatake Yuto, Zhang Shao-Liang	4. 巻 371
2. 論文標題 Solution of the k -th eigenvalue problem in large-scale electronic structure calculations	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Computational Physics	6. 最初と最後の頁 618 ~ 632
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jcp.2018.06.002	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 宮武 勇登	4. 巻 28
2. 論文標題 無段式Runge-Kutta 法の構造保存数値解法としての側面	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 応用数理	6. 最初と最後の頁 15 ~ 22
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.11540/bjsiam.28.3_15	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 立岡 文理、曾我部 知広、宮武 勇登、張 紹良	4. 巻 28
2. 論文標題 二重指数関数型数値積分公式を用いた行列実数乗の計算	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 日本応用数学会論文誌	6. 最初と最後の頁 142 ~ 161
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.11540/jsiamt.28.3_142	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Oozawa Masaya, Sogabe Tomohiro, Miyatake Yuto, Zhang Shao-Liang	4. 巻 329
2. 論文標題 On a relationship between the T-congruence Sylvester equation and the Lyapunov equation	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Computational and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 51 ~ 56
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cam.2017.05.044	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 宮武 勇登、曾我部 知広、張 紹良	4. 巻 27
2. 論文標題 微分方程式に対する離散勾配法に基づく線形方程式の数値解法の生成	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 日本応用数学会論文誌	6. 最初と最後の頁 239 ~ 249
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.11540/jsiamt.27.3_239	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Miyatake Yuto, Cohen David, Furihata Daisuke, Matsuo Takayasu	4. 巻 34
2. 論文標題 Geometric numerical integrators for Hunter-Saxton-like equations	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 441 ~ 472
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13160-017-0252-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Y. Miyatake, J. C. Butcher	4. 巻 54
2. 論文標題 A characterization of energy-preserving methods and the construction of parallel integrators for Hamiltonian systems	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 SIAM J. Numer. Anal.	6. 最初と最後の頁 1993-2013
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/15M1020861	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Y. Miyatake, G. Eom, T. Sogabe, S.-L. Zhang	4. 巻 37
2. 論文標題 Energy-preserving H1-Galerkin schemes for the Hunter-Saxton equation	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 J. Math. Res. Appl.	6. 最初と最後の頁 107-118
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3770/j.issn:2095-2651.2017.01.010	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Tatsuoka Fuminori, Sogabe Tomohiro, Miyatake Yuto, Zhang Shao-Liang	4. 巻 373
2. 論文標題 Algorithms for the computation of the matrix logarithm based on the double exponential formula	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Computational and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 112396 ~ 112396
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cam.2019.112396	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Miyatake Yuto, Sogabe Tomohiro, Zhang Shao-Liang	4. 巻 84
2. 論文標題 Adaptive SOR methods based on the Wolfe conditions	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Numerical Algorithms	6. 最初と最後の頁 117 ~ 132
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11075-019-00748-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Sakakibara Koya, Miyatake Yuto	4. 巻 424
2. 論文標題 A fully discrete curve-shortening polygonal evolution law for moving boundary problems	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Computational Physics	6. 最初と最後の頁 109857 ~ 109857
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jcp.2020.109857	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Matsuda Takeru, Miyatake Yuto	4. 巻 388
2. 論文標題 Generalization of partitioned Runge-Kutta methods for adjoint systems	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Computational and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 113308 ~ 113308
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cam.2020.113308	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Sakai Tsubasa, Kudo Shuhei, Imachi Hiroto, Miyatake Yuto, Hoshi Takeo, Yamamoto Yusaku	4. 巻 38
2. 論文標題 A parallelizable energy-preserving integrator MB4 and its application to quantum-mechanical wavepacket dynamics	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 105 ~ 123
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13160-020-00430-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ito Shin-ichi, Matsuda Takeru, Miyatake Yuto	4. 巻 61
2. 論文標題 Adjoint-based exact Hessian computation	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 BIT Numerical Mathematics	6. 最初と最後の頁 503 ~ 522
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10543-020-00833-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Matsuda Takeru, Miyatake Yuto	4. 巻 9
2. 論文標題 Estimation of Ordinary Differential Equation Models with Discretization Error Quantification	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 SIAM/ASA Journal on Uncertainty Quantification	6. 最初と最後の頁 302 ~ 331
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/19M1278405	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

[学会発表] 計29件(うち招待講演 3件/うち国際学会 17件)

1. 発表者名 Y. Miyatake
2. 発表標題 Adjoint-based algorithm for computing the exact Hessian-vector multiplication
3. 学会等名 ANZIAM2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 T. Matsuda, Y. Miyatake
2. 発表標題 Quantifying discretisation errors by isotonic regression and its application to estimating ODE models
3. 学会等名 Geometric Numerical Integration of Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 T. Matsuda, Y. Miyatake
2. 発表標題 Estimation of ODE models with quantifying discretization error
3. 学会等名 SciCADE2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Y. Miyatake, T. Sogabe, S.-L. Zhang
2. 発表標題 On the equivalence between SOR-type methods for linear systems and Itoh-Abe-type discrete gradient methods for gradient systems
3. 学会等名 SciCADE2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 T. Matsuda, Y. Miyatake
2. 発表標題 Quantifying and reducing forward uncertainty in estimating parameters of initial value problems
3. 学会等名 SIAM: East Asian Section Conference 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 F. Tatsuoka, T. Sogabe, Y. Miyatake, S.-L. Zhang
2. 発表標題 On an interval truncation method of the double exponential formula for the matrix logarithm
3. 学会等名 SIAM: East Asian Section Conference 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 宮武勇登, 曾我部知広, 張紹良
2. 発表標題 ウルフ条件を利用した適応型SOR法
3. 学会等名 第47回数値解析シンポジウム
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 宮武勇登
2. 発表標題 保存量を持つ常微分方程式に対するモデル縮減について
3. 学会等名 常微分方程式の数値解法とその周辺2018
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松田孟留, 宮武勇登
2. 発表標題 常微分方程式の初期値推定における離散化誤差に由来するバイアスの軽減に向けて
3. 学会等名 RIMS研究集会：次世代の科学技術を支える数値解析学の基盤整備と応用展開（招待講演）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Y. Miyatake
2. 発表標題 Energy-preserving model reduction for Poisson systems
3. 学会等名 SIAM: East Asian Section Conference 2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Y. Miyatake
2. 発表標題 Structure-preserving model reduction for initial value problems with a first integral
3. 学会等名 CJK2018 Joint Conference on Numerical Mathematics (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 T. Matsuda, Y. Miyatake
2. 発表標題 Reducing the effect of discretization errors in estimating ODE models by iteratively reweighted least squares
3. 学会等名 ANZIAM 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1 . 発表者名 T. Matsuda, Y. Miyatake
2 . 発表標題 Estimating ODE models by iteratively reweighted least squares
3 . 学会等名 A3 Workshop on fluid dynamics and related topics (国際学会)
4 . 発表年 2019年

1 . 発表者名 Y. Miyatake
2 . 発表標題 Structure-preserving continuous stage Runge-Kutta methods
3 . 学会等名 A3 Workshop on Fluid Dynamics and Material Science (国際学会)
4 . 発表年 2017年

1 . 発表者名 D.I. McLaren, Y. Miyatake, G.R.W. Quispel
2 . 発表標題 Finite difference schemes preserving multiple invariants for evolutionary partial differential equations
3 . 学会等名 SciCADE2017 (国際学会)
4 . 発表年 2017年

1 . 発表者名 Y. Miyatake, T. Sogabe, S.-L. Zhang
2 . 発表標題 On the equivalence between the SOR-type methods and the Itoh-Abe discrete gradient methods
3 . 学会等名 SIAM: East Asian Section Conference 2017 (国際学会)
4 . 発表年 2017年

1. 発表者名 Y. Miyatake, T. Sogabe, S.-L. Zhang
2. 発表標題 Iterative solvers based on the discrete gradient method for symmetric positive definite linear systems
3. 学会等名 19th International Conference on Finite Elements in Flow Problems - FEF 2017 (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 宮武勇登, 曾我部知広, 張紹良
2. 発表標題 SOR法の緩和パラメータの幾何学的解釈
3. 学会等名 日本応用数理学会 第14回 研究部会連合発表会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 SOR法と離散勾配法の関係と緩和パラメータに関する考察
2. 発表標題 SOR法と離散勾配法の関係と緩和パラメータに関する考察
3. 学会等名 応用数学合同研究集会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 宮武勇登
2. 発表標題 波動方程式に対するモデル縮減手法を組み込んだ確率的数値解法について
3. 学会等名 日本応用数理学会2017年度年会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 中野航輔, 宮武勇登, 曾我部知広, 張紹良
2. 発表標題 Dirichlet 境界条件下の偏微分方程式に対する splitting 解法の収束性劣化の改善案
3. 学会等名 第46回数值解析シンポジウム
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 宮武勇登
2. 発表標題 発展方程式に対して複数の保存量を再現する差分スキームの導出
3. 学会等名 流体方程式の構造と特異性に迫る数值解析・数值計算 II
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 D. I. McLaren, 宮武勇登, G. R. W. Quispel
2. 発表標題 発展方程式に対する複数の保存量を再現する差分スキーム
3. 学会等名 応用数学合同研究集会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 宮武勇登, 曾我部知広, 張紹良
2. 発表標題 勾配系の数值計算に基づく線形方程式の数值解法の生成について
3. 学会等名 RIMS研究集会：現象解明に向けた数值解析学の新展開 II
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 D. I. McLaren, 宮武勇登, G. R. W. Quispel
2. 発表標題 KdV方程式に対する複数の保存量を再現する差分スキーム
3. 学会等名 日本応用数理学会2016年度年会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Y. Miyatake
2. 発表標題 An energy-preserving H1-Galerkin scheme for the Hunter-Saxton equation
3. 学会等名 SIAM: East Asian Section Conference 2016 (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Y. Miyatake
2. 発表標題 Structure-preserving Galerkin methods based on variational structure
3. 学会等名 IMI-La Trobe Joint Conference "Geometric Numerical Integration and its Applications" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 S. Ito, T. Matsuda, Y. Miyatake
2. 発表標題 Adjoint-based computation of the exact Hessian-vector multiplication
3. 学会等名 ICNAAM 2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 伊藤伸一, 松田孟留, 宮武勇登
2. 発表標題 Second-order adjoint方程式に基づくヘッセ行列の計算について
3. 学会等名 日本応用数学会2020年度年会
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

<https://yutomiyatake.github.io/>

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------