

平成 30 年 6 月 21 日現在

機関番号：13102

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2016～2017

課題番号：16K17611

研究課題名(和文)有限軌道の分類による大偏差原理の研究

研究課題名(英文)Study of large deviation principle by the classification of finite orbits

研究代表者

山本 謙一郎 (Yamamoto, Kenichiro)

長岡技術科学大学・工学研究科・講師

研究者番号：30635181

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では明記性を満たさない力学系に関する大偏差原理を考察し、以下の成果を得た。一方通行の明記性という概念を提案し、それを満たす力学系に関する大偏差原理成立のための判定法を構築した。その応用として、いくつかの典型的な公理A力学系やsoficな負変換がルベグ測度をリファレンス測度として大偏差原理を満たすことを示した。

研究成果の概要(英文)：In this research project, we consider a large deviation principle for systems without the specification property. In particular, we introduce a weaker form of the specification property, called the one-way specification property, which holds for some typical Axiom A diffeomorphisms and sofic minus-beta-shifts. We also introduce criteria for systems with this property to satisfy the large deviation principle. As an application, we show that these three examples satisfy a large deviation principle with the normalized Lebesgue measure.

研究分野：エルゴード理論

キーワード：大偏差原理 明記性 記号力学系 公理A力学系 非双曲型力学系

1. 研究開始当初の背景

平均から大きくずれた振る舞いをする点全体の測度の指数的減衰率を記述する力学系の大偏差原理は近年多くの研究者によって研究されている重要な研究対象である。

力学系は双曲型と非双曲型の2つに分類されるが、双曲型力学系に関しては1990年頃に大偏差原理の成立が示された。これらの証明には、双曲型力学系の持つ「任意個の有限軌道が、1つの点の有限軌道で同時に追跡できる」という明記性と呼ばれる性質が用いられている。一方、近年の研究により広いクラスの非双曲型力学系はこの明記性を保有していないことが明らかになっており、一部の非双曲型力学系を除いて大偏差原理の研究があまり進んでいない状況であった。

2. 研究の目的

本研究の目的は上記の背景を踏まえて、明記性を持たない非双曲型力学系に対する大偏差原理の研究手法を開発することであった。特に、有限軌道を追跡可能な有限軌道と追跡可能でない有限軌道に分類することにより、マニエの導来アノソフ写像などの部分双曲型力学系に対して大偏差原理が成立することを示すことを目的としていた。

3. 研究の方法

本研究が開始した当初の研究の方法は以下の通りである。

(1) 次の一般的な位相力学系に対する大偏差原理成立のための判定法を示す。

位相力学系が以下の三条件を満たすとす。

[A1] 有限軌道全体をクラスA (以降、「追跡可能な有限軌道全体」と呼ぶ) と、クラスB (以降、「追跡不可能な有限軌道全体」と呼ぶ) に分類する。但し、クラスAは、「クラスAに属する任意個の有限軌道は、1つの点の有限軌道で同時に追跡できる」なる性質を持つものとする。

[A2] ボレル確率測度が追跡可能な有限軌道に対してギブス性を満たす。

[A3] 任意の有限軌道が追跡可能な有限軌道で近似できる。

この時、[A2]のボレル確率測度をリファレンス測度として大偏差原理が成立する。

(2) 対象とするマニエの導来アノソフ写像などの非双曲型力学系が(1)の三条件を満たすことを確認することにより大偏差原理の成立を示す。即ち、対象とする力学系に対して以下を確かめる。

[B1] 有限軌道を追跡可能な有限軌道全体と

追跡可能でない有限軌道全体に分類する ([A1]を確かめる)。

[B2] 平衡測度の一意性および追跡可能な有限軌道に対してギブス性が成り立つことを示す ([A2]を確かめる)。

[B3] 任意の有限軌道が追跡可能な有限軌道で近似できることを示す ([A3]を確かめる)。

ところが、[4. 研究成果]において詳しく述べるが、この有限軌道を分類する手法は、マニエの導来アノソフ写像などの部分双曲型力学系に対して適用不可能であることが研究の過程において明らかになった。そこでそれ以降は後述する一方通行の明記性を用いた方法で大偏差原理の研究を行った。

4. 研究成果

本研究で得られた結果は主に2つある。まず位相力学系に関して[3. 研究の方法]で述べた(1)の判定法が正しいことを確認した。この結果の応用として、明記性を持たない記号力学系の例として近年注目されているシフトやS-gapシフトに対して、ヘルダー連続関数の不変測度をリファレンス測度として大偏差原理が成立することを示せる。

この有限軌道の分類による大偏差原理の研究手法を中心方向の殆ど伸びた部分双曲型力学系に適用することが当初の目的であったが、その典型的な例であるマニエの導来アノソフ写像に対して適用不可能であることが研究の過程において明らかになった。より正確には[A3]の性質が満たされないことが明らかになった。この困難性は、安定方向の次元が空間全体で一定でないことに起因する。そこでそのような性質を持つもので比較的扱いやすいと思われる公理A力学系を考察してみたところ、任意個の有限軌道を不安定方向の次元が大きい部分集合から順番に選んできたとき、それらが1つの点の有限軌道で同時に追跡できるという性質を保有することがわかった。そこで、この性質を一方通行の明記性と呼び、以下の判定法を構築したのが次の2つ目の結果である。

コンパクト距離空間上の連続写像が一方通行の明記性を満たし、エントロピー写像が不変測度上で上半連続だとする。さらに、連続関数がボレル確率測度に関してエネルギー関数になっているとする。この時、このボレル確率測度をリファレンス測度として大偏差原理が成立する。

この結果の応用として、スメールの馬蹄写像やDA写像といった典型的な公理A力学系に対しルベグ測度をリファレンス測度として大偏差原理が成立することを示せた。これまでは公理A力学系のbasic set上に制限した力学系に対してのみ大偏差原理の成立が確認されていたので、本研究により不安定方向の次元が空間で一定でないような公理A力学系で空間全体において大偏差原理が

成立する初めての例が得られた。もう一つの応用例として、近年注目されている負変換が Sofic 型である場合にルベーク測度をリファレンス測度として大偏差原理が成立することを示した。

上記において述べたように、マニエの導来アノソフ写像に対して当初考えていた有限軌道の分類による大偏差原理の研究手法が適用不可能であることが本研究の過程で明らかになった。このため、本研究の目標であったマニエの導来アノソフ写像に対する大偏差原理の成立を確認できなかったことは当初の思惑からは外れたが、解決策を考える過程において、一方通行の明記性を用いた新たな大偏差原理の研究手法を開発することが出来た。この手法は上記において述べた典型的な公理 A 力学系だけでなく、より複雑な公理 A 力学系にも適用可能であることがほぼ確認できており、将来的にはマニエの導来アノソフ写像を含む広いクラスの非双曲型力学系に適用可能であることが期待できる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計2件)

V. Climenhaga, D. Thompson and K. Yamamoto, Large deviations for systems with non-uniform structure, Trans. Amer. Math. Soc., 369 (2017), no.6, 4167-4192.

K. Yamamoto, On the one-way specification property and large deviations for systems with non-dense ergodic measures, Kyushu J. of Math., 72 (2018), no.1, 71-94.

[学会発表](計8件)

1. 山本謙一郎, 題目: Large deviations for systems whose ergodic measures are not entropy-dense, 2016年度 RIMS 研究集会-力学系とその関連分野の連携探索, 京都大学, 2016年6月7日.

2. 山本謙一郎, 題目: On the one-way specification property and its applications, 関東力学系セミナー, 東京大学, 2016年10月14日.

3. 山本謙一郎, 題目: Large deviations beyond specification, Advances in Ergodic Theory, Hyperbolic Dynamics and Statistical Laws, The Australian National University, 2016年11月30日.

4. 山本謙一郎, 題目: On the one-way specification property and large deviations for non-transitive systems,

2016年度冬の力学系研究集会, 日本大学軽井沢研修所, 2017年1月8日.

5. 山本謙一郎, 題目: Global large deviations for classical Axiom A diffeomorphisms, RIMS 共同研究 力学系-理論と応用の連携探索, 京都大学, 2017年6月8日.

6. 山本謙一郎, 題目: On the one-way specification property and large deviations for systems with non-dense ergodic measures, Workshop on Dynamical Systems 2017, Peking University, 2017年11月3日.

7. 山本謙一郎, 題目: On the one-way specification property and large deviations for systems with non-dense ergodic measures, エルゴード理論とその周辺, 広島大学, 2017年11月25日.

8. 山本謙一郎, 題目: Large deviations for systems with non-dense ergodic measures, Workshop「数論とエルゴード理論」, 金沢大学, 2018年2月10日.

[図書](計0件)

[産業財産権]

出願状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

[その他]
ホームページ等

6. 研究組織
(1)研究代表者
山本 謙一郎 (YAMAMOTO Kenichiro)

研究者番号: 30635181

(2)研究分担者
なし ()

研究者番号 :

(3)連携研究者
なし ()

研究者番号 :

(4)研究協力者
なし ()