

令和 3 年 6 月 9 日現在

機関番号：12102

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2016～2020

課題番号：16K17639

研究課題名（和文）大規模疎な制約付固有値問題に対する頑健かつ効率的な解法

研究課題名（英文）Robust and Efficient Solutions of Large Sparse Constrained Eigenproblems

研究代表者

保國 恵一（Morikuni, Keiichi）

筑波大学・システム情報系・助教

研究者番号：90765934

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,100,000円

研究成果の概要（和文）：現象が複雑でモデル化が困難であるために不完全な問題や観測値に誤差・欠損が含まれるデータに対して、従来技術では求解後に解の性質を発見的にしか解釈できず、積極的な意図をもって所望の解を選別・抽出することができない。このような根源的な弱点を克服するために既知の物理制約や未知数の先見情報を適切に組み込む方法を考案し、今後ますます多様・複雑化する需要に対して数理的裏付けのある知識獲得を可能にする固有値計算技術を構築したい。本研究では、こうした需要に応えうる、大規模疎な制約付固有値問題に対する頑健で効率的な数値解法を考案した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究の意義は、実際の工学、社会科学および産業にあらわれる問題の頑健な求解を可能にすることにある。こうした現場における需要は、今後ますます複雑・多様化し、モデル設計が困難なシミュレーションが多くなるのが想定される。また、波及効果として、他分野における数値計算の基盤となるこうした数値解析を支え、今後の発展を促進させることができる。

研究成果の概要（英文）：For incompletely formulated problems due to difficulty in modeling complicated phenomenon and missing and contaminated data due to measurement errors, previous techniques can heuristically interpret the property of the solution only afterward and cannot intentionally select and extract the solution of interest. To overcome this problem, the purpose of this project is to develop methodologies to incorporate known physical constraints appropriately and prior information on the unknown, cope with increasing demands, becoming more multifaceted and complicated in the future, and enable the acquisition of knowledge with mathematical support. This project focus on the development of robust and efficient numerical methods for constrained eigenvalue problems.

研究分野：数値線形代数

キーワード：固有値問題 周回積分 線形方程式 数値計算アルゴリズム 疎行列

1. 研究開始当初の背景

工学、社会科学、産業の問題において、現象が複雑でモデル化が困難であるために不完全な問題や観測値に誤差・欠損が含まれるデータに対して、従来技術では求解後に解の性質を発見的にしか解釈できず、積極的な意図をもって所望の解を選別・抽出することができないことがある。

力学系における構造解析を行うために物体接触時の相互作用を固有値問題としてモデル化することは困難であるが、制約条件を課すことで現実的な問題設定を行うことができる。そのため、構造体の接触点における物理的な制約に基づく解の性質を用いて固有値問題に適切な制約条件を課して解くことは重要である。

近年では問題の巨大さゆえに情報の局所的な特徴を効率的に抽出するアルゴリズムが不可欠であり、データやそこから獲得する知識の複雑さが内包する解の多様性ゆえに個性や少数意見などを反映した計算を行いたい。複雑なクラスタリングや観測誤差により精度が損なわれた問題に対して、制約条件は解が充足すべき性質を補うことが確認されている。

画像領域分割問題において、先見情報を適切に与えることで精度が向上することがある。先見情報を線形制約として固有ベクトルに課した固有値問題は適当な変換を行うことで等価な無制約の固有値問題に帰着できることを示した。これを踏まえて至った着想は、本アプローチを拡張し、画像データに限らない広いクラスの制約付固有値問題に対する解法を構築することである。

固有ベクトルに様々な制約等を課した固有値問題の固有値に相当する量の理論解析や小規模な場合の数値解法に関する研究があるが、大規模な場合の典型的な性質である行列の疎性を活用した数値解法は記憶容量及び計算時間に関して一般的に効率的であるが、そのような制約付固有値問題解法はあまりなかった。

広範なクラスの固有値問題に対して適用できる複素モーメントを用いた固有値解法に注目が集まり、世界中で活発に研究が進められている。この手法は効率が良いが、固有ベクトルに制約条件を活用できなかった。しかし、例えば物理的な制約や解の先見情報がある場合、これらを制約条件として適切に扱う必要がある。こうした固有値解法の部分問題において解くべき線形方程式はスカラーのシフトや複数の右辺ベクトルをもつ。この求解が計算量の大部分を占める。

2. 研究の目的

こうした既存手法の欠点を克服するために既知の物理制約や未知数の先見情報を積極的に活用する方法を考案し、今後ますます多様・複雑化する需要に対して数理的裏付けのある知識獲得を可能にする固有値計算技術の構築を目指した。本研究の目的は、既知の情報や知識を適切に取り込めるような固有値問題の定式化を行うことで、実現象の性質をより反映した解を要求する需要に応え、大規模疎である制約付固有値問題に対する頑健で効率的な数値解法を考案することであった。この解法の計算時間における大部分は、特異線形系やランク落ちの最小二乗問題の求解にある。これらを効率よく解くためにKrylov部分空間法の開発および解析を並行した。さらに、数値計算により得られる固有値を検証するために精度保証付き計算技術の開発も並行した。

3. 研究の方法

制約付固有値問題に対する数値計算アルゴリズムを開発し、その性質を明らかにした。制約付固有値問題を等価で無制約なものへ変換するための定式化を与え、これに対する新しい数値計算アルゴリズムを設計した。計算時間のボトルネックは積分点ごとに生じるブロック型シフト線形方程式の求解である。行列の疎性を生かして効率的にKrylov部分空間法で解けるようにアルゴリズムを設計した。数値的安定性を解明するために提案法の有限精度の誤差解析を行う。提案法及び従来法の性能を比較して実効的な性能を明らかにするために、計算機実装を行った。実装はMATLAB、もしくはFortran 90/95言語で行った。ベンチマーク問題及び実問題を用いた計算機実験で、計算時間及び精度等を計測した。

4. 研究成果

既知の情報や知識を固有ベクトルに制約条件として課した制約付固有値問題に対する効率的な求解技術を開発した。特に、問題が大規模な場合に、行列の非ゼロ成分の疎性を活用した効率の良い頑健な数値計算アルゴリズムを考案した。さらに、特異な行列束に対する既存の複素モーメントを用いた射影法の拡張を行った。これに付随する特異線形系やランク落ちの最小二乗問題に対する頑健な前処理付きKrylov部分空間法の開発や解析も行った。開発した手法を分類問題へ応用し、教師あり機械学習手法を考案した。いずれも計算機による従来法との比較評価実験を行い、考案した手法が優れることを示した。主な研究成果には以下のものがある。

i. 非正方な線形行列束の固有値問題

非正方な線形行列束の固有値問題に対する射影法を考案した。これは、制約付固有値問題を無制約化すること等により得られる問題である。既存の複素モーメントを用いる固有値解法に基づき、適当な条件の下で、複素平面上にある固有値のうち指定領域内のもの及び対応する固有ベクトルを抽出することができる。既存の固有値解法と比較して、頑健性及び計算時間に関して提案法が優れることを数値実験により示した。

ii. 教師あり機械学習への応用

分類問題に対する新しい教師付次元削減手法を提案した。スペクトラル次元削減手法は複雑なデータに対する分類を行えるが、特徴量の不整さや不確かさに由来して所望の分類が行えない事がある。そこで、積極的に特徴量のスケールを変更し、クラス分類の性能を向上させることを考えた。標本データの一部に関するラベル情報を使い、スペクトラルクラスタリングにおけるFiedlerベクトルに制約を課すことで、所望の分類が得られるような特徴量のスケールを調整するための因子(スケーリング因子)を固有ベクトルとして持つような非正方な線形行列束の固有値問題を定式化した。これを解いて得られるスケーリング因子をデータ全体に施すことで精度の良い分類を実現するような教師付きスペクトラルクラスタリングを提案した。従来法では分類が困難となる人工的に生成した分類問題や実際の遺伝子発現データによる疾病の分類問題に対して提案法の有効性を示した。

iii. 特異および非適切な線形系に対する一般化最小残差法(GMRES法)の数値的な振る舞い

大規模な非対称線形系を解くための頑健で定評がある手法に一般化最小残差法(GMRES法)がある。線形系が特異な場合にGMRES法が理論的に破綻することなく解を与える条件は係数行列が群行列(GP行列)、最小二乗解を与える条件は係数行列が等射影行列(EP行列)であることである。しかし、これらの条件が満たされたとしても、数値的には正しい解を与えない場合がある。特異系に対するGMRES法の数値的な振る舞いについて解析した。

本研究では、特異系に対するGMRES法の精度悪化の原因が、系の矛盾性、係数行列とその転置の像空間における最大・最小正準角の比、および係数行列の核空間から初期残差への距離に依ることを理論及び数値実験により示した。さらに特異系に対して有効であることが知られている従来のrange restricted GMRES法(RR-GMRES法)とGMRES法を比較し、RR-GMRES法がEP系に対しては有効であるが、GP系に対してはGMRES法と同等であることを示した。

iv. シフト付きおよびブロックKrylov部分空間法

考案した固有値解法における計算時間のボトルネックは線形方程式の求解にある。高速化技術として、新しいシフト付きおよびブロックKrylov部分空間法を開発した。これらの手法がテスト問題に対して従来法よりも優れることを実験的に例証した。

v. 固有値の精度保証

一般化エルミート固有値問題に対して指定領域内にあるすべての固有値に対する精度保証付き数値計算手法を提案した。複素モーメント行列を与える周回積分を近似する数値積分の打切り誤差および丸め誤差を区間演算によって見積もるために適した定式化を与えた。半正定値行列をもつ一般化エルミート固有値問題に対する精度保証法を提案した。提案法が固有値の精度保証を超並列で実行することで効率的なことが示唆される実験結果を初めて与えた。パラメータの設定において、必要とするだけの積分点数を事前に決定できるような技術を開発した。

vi. 線形計画問題に対する内点法の部分問題に対するKrylov部分空間法の内部反復前処理

最適化分野において基礎的だが重要な線形計画問題に対する標準的な解法である内点法には、各反復で線形方程式が現れる。内点法が収束するに従い、係数行列が悪条件になり、数値的には特異になることから、その求解は難しくなる。そのような線形方程式に対する頑健な求解法を提案した。

線形計画問題に対する内点法の定式化を見直し、Krylov部分空間法による求解に適した設計を行い、各反復での計算量を削減した。約140題の標準的なベンチマーク問題に対する実験評価により、考案した手法が比較したオープンソースのコードよりも頑健なこと、市販のコードにも比肩しうることを実験的に示した。

vii. 特異系に対する内部反復前処理

大規模疎な特異線形方程式を解くため、一般化最小残差法(GMRES法)及びflexible GMRES法に対する新しい前処理の枠組みとして、行列分離反復を複数回行うような一般化を提案している。これらが理論的に破綻することなく解を与えるための十分条件及び収束上界を与えた。これらの条件を満たすことができる従来の分離反復法には、例えばエルミート・歪エルミート分離(HSS)、シフト分離、宇澤法等近年盛んに研究されているものが多い。これらの分離(HSS)反復を複数回適用した前処理が、従来の前処理と比較して頑健で計算時間について優れることをいくつかのテスト問題に対する数値実験で示した。さらに、提案前処理付きGMRES法は同前処理付きFGMRES法よりも効率が良いことを実験的に示した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計10件（うち査読付論文 8件 / うち国際共著 2件 / うちオープンアクセス 6件）

1. 著者名 Akira Imakura, Keiichi Morikuni, Akitoshi Takayasu	4. 巻 369
2. 論文標題 Verified partial eigenvalue computations using contour integrals for Hermitian generalized eigenproblems	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Computational and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 112543 ~ 112543
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cam.2019.112543	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Yiran Cui, Keiichi Morikuni, Takashi Tsuchiya, Ken Hayami	4. 巻 74
2. 論文標題 Implementation of interior-point methods for LP based on Krylov subspace iterative solvers with inner-iteration preconditioning	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Computational Optimization and Applications	6. 最初と最後の頁 143 ~ 176
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10589-019-00103-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 保國 恵一	4. 巻 29
2. 論文標題 対称な特異線形系に対する対称な分離行列を持つ内部反復前処理	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 日本応用数学会論文誌	6. 最初と最後の頁 62 ~ 77
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.11540/jsiamt.29.1_62	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Matsuda Momo, Morikuni Keiichi, Sakurai Tetsuya	4. 巻 IJCAI-18
2. 論文標題 Spectral Feature Scaling Method for Supervised Dimensionality Reduction	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proceedings of the Twenty-Seventh International Joint Conference on Artificial Intelligence	6. 最初と最後の頁 2560-2566
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.24963/ijcai.2018/355	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Morikuni Keiichi、Rozložnik Miroslav	4. 巻 39
2. 論文標題 On GMRES for Singular EP and GP Systems	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 1033 ~ 1048
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/17M1128216	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Keiichi Morikuni	4. 巻 75
2. 論文標題 Multistep matrix splitting iteration preconditioning for singular linear systems	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Numerical Algorithms	6. 最初と最後の頁 457 ~ 475
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11075-017-0330-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 保國 恵一	4. 巻 2037
2. 論文標題 特異線形方程式に対する内部反復前処理	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 数理解析研究所講究録 現象解明に向けた数値解析学の新展開II	6. 最初と最後の頁 44-51
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Keiichi Morikuni	4. 巻 -
2. 論文標題 Projection method for eigenvalue problems of linear nonsquare matrix pencils	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 保國 恵一	4. 巻 28
2. 論文標題 特異性をもつ線形方程式に対する反復法とその前処理	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 応用数理	6. 最初と最後の頁 11 ~ 18
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.11540/bjsiam.28.2_11	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Matsuda Momo, Morikuni Keiichi, Imakura Akira, Ye Xiucui, Sakurai Tetsuya	4. 巻 24
2. 論文標題 Multiclass spectral feature scaling method for dimensionality reduction	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Intelligent Data Analysis	6. 最初と最後の頁 1273 ~ 1287
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3233/IDA-194942	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計49件 (うち招待講演 4件 / うち国際学会 18件)

1. 発表者名 Miroslav Rozložnik, Keiichi Morikuni
2. 発表標題 On GMRES for linear EP and GP systems
3. 学会等名 International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 保國 恵一
2. 発表標題 Time series motif discovery in matrix profiles via low-rank approximation
3. 学会等名 日本応用数理学会 2019年度 年会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 保國 恵一
2. 発表標題 対称行列レゾルベントの双線形形式に対するshifted Lanczos法
3. 学会等名 日本応用数理学会「行列・固有値問題の解法とその応用」研究部会 第28回研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 保國 恵一
2. 発表標題 エルミート行列レゾルベントの二次形式に対するシフト付きランチョス法
3. 学会等名 日本応用数理学会 2020年 研究部会連合発表会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 今倉 暁, 保國 恵一, 高安 亮紀
2. 発表標題 一般化エルミート固有値問題の部分固有値計算における周回積分に基づく精度保証法の改良
3. 学会等名 日本応用数理学会 第15回研究部会連合発表会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Miroslav Rozložnik, Keiichi Morikuni
2. 発表標題 Numerical behavior of GMRES for singular systems
3. 学会等名 90th GAMM Annual Meeting (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 保國 恵一, Miroslav Rozložnik
2. 発表標題 特異EPおよびGP系に対する一般化最小残差法の数値的振る舞い
3. 学会等名 日本応用数学会「行列・固有値問題の解法とその応用」研究部会 第26回研究会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Keiichi Morikuni, Miroslav Rozložnik
2. 発表標題 On GMRES for linear EP and GP systems
3. 学会等名 GAMM Applied Numerical Linear Algebra Workshop (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yiran Cui, Keiichi Morikuni, Takashi Tsuchiya, Ken Hayami
2. 発表標題 Implementation of Interior-point Methods for LP without a Direct Linear Equation Solver
3. 学会等名 The 3rd IMI-ISM-ZIB MODAL Workshop on Challenging in Real World Data Analytics and High-Performance Optimization
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Akitoshi Takayasu, Akira Imakura, Keiichi Morikuni
2. 発表標題 Verified computing for partial eigenvalues using a contour integral-type eigensolver
3. 学会等名 18th International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic, and Verified Numerical Computations (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松田 萌望, 保國 恵一, 今倉 暁, 櫻井 鉄也
2. 発表標題 スペクトラル特徴量スケーリングの多クラス分類問題への拡張
3. 学会等名 日本応用数学会2018年度年会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 今倉 暁, 保國 恵一, 高安 亮紀
2. 発表標題 一般化エルミート固有値問題の周回積分型精度保証付き部分固有値計算
3. 学会等名 日本応用数学会2018年度年会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Keiichi Morikuni, Miroslav Rozložnik
2. 発表標題 GMRES method for singular EP and GP linear systems
3. 学会等名 The Seventh China-Japan-Korea Joint Conference on Numerical Mathematics
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 保國 恵一
2. 発表標題 線形行列束の部分固有値問題に対する周回積分法
3. 学会等名 岩手数理科学セミナー
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Momo Matsuda, Keiichi Morikuni, Tetsuya Sakurai
2. 発表標題 Spectral Feature Scaling Method for Supervised Dimensionality Reduction
3. 学会等名 Twenty-Seventh International Joint Conference on Artificial Intelligence (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松田 萌望, 保國 恵一, 今倉 暁, 櫻井 鉄也
2. 発表標題 高次元データのスペクトラルクラス分類における特徴量スケーリング
3. 学会等名 第33回情報論的学習理論と機械学習研究会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松田 萌望, 保國 恵一, 今倉 暁, 櫻井 鉄也
2. 発表標題 多クラス分類問題に対するスペクトラル特徴量スケーリング
3. 学会等名 第47回数値解析シンポジウム
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 今倉 暁, 保國 恵一, 高安 亮紀
2. 発表標題 Verified Partial Eigenvalue Computation for Generalized Hermitian Eigenproblems Using Contour Integrals
3. 学会等名 第47回数値解析シンポジウム
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Akira Imakura, Keiichi Morikuni, Akira Takayasu
2. 発表標題 Contour integral methods for partial eigenproblems of linear rectangular matrix pencils
3. 学会等名 SIAM Conference on Applied Linear Algebra (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Akira Imakura, Keiichi Morikuni, Akira Takayasu
2. 発表標題 Verified computation of partial eigenvalues using contour integrals
3. 学会等名 SIAM Conference on Applied Linear Algebra (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Keiichi Morikuni and Miroslav Rozložnik
2. 発表標題 On GMRES for singular EP and GP systems
3. 学会等名 89th GAMM Annual Meeting (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松田 萌望, 保國 恵一, 櫻井 鉄也
2. 発表標題 特徴量スケーリングを用いたスペクトラルクラス分類
3. 学会等名 第14回日本応用数理学会研究部会連合発表会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Momo Matsuda, Keiichi Morikuni, and Tetsuya Sakurai
2. 発表標題 Feature scaling method for supervised spectral clustering
3. 学会等名 SIAM Conference on Parallel Processing for Scientific Computing (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Momo Matsuda, Keiichi Morikuni, and Tetsuya Sakurai
2. 発表標題 Feature scaling method for spectral classification
3. 学会等名 International Workshop on Eigenvalue Problems: Algorithms; Software and Applications, in Petascale Computing (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Keiichi Morikuni, Kaoru Ohyama, Sumire Matsumoto, Momo Matsuda, Masashi Yanagisawa, Robby W. Greene, Kaspar E. Vogt, and Tetsuya Sakurai
2. 発表標題 On-line EM algorithm for long-term tracking of neural activity in a mouse
3. 学会等名 International Workshop on Eigenvalue Problems: Algorithms; Software and Applications, in Petascale Computing (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松田 萌望, 保國 恵一, 櫻井 鉄也
2. 発表標題 高次元特徴量に対するスケーリング法と教師付きスペクトラルクラスタリング
3. 学会等名 第20回情報論的学習理論ワークショップ
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 松田 萌望, 保國 恵一, 櫻井 鉄也
2. 発表標題 特徴量スケールリングを用いた教師ありスペクトラルクラスタリング
3. 学会等名 日本応用数学会 2017年度 年会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 今倉 暁, 保國 恵一, 高安 亮紀
2. 発表標題 複素モーメントの誤差評価を用いた周回積分型精度保証付き部分固有値計算
3. 学会等名 日本応用数学会 2017年度 年会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Keiichi Morikuni
2. 発表標題 Contour integral methods for rectangular eigenproblems
3. 学会等名 21st Conference of the International Linear Algebra Society (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 今倉暁, 保國恵一, 高安亮紀
2. 発表標題 実対称行列に対する周回積分を用いた精度保証付き部分固有値計算
3. 学会等名 第46回数値解析シンポジウム
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 松田萌望, 保國恵一, 櫻井鉄也
2. 発表標題 特徴量スケーリングを用いた教師ありスペクトラルクラスタリング
3. 学会等名 第46回数值解析シンポジウム
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 保國 恵一
2. 発表標題 特異線形方程式に対する一般化最小残差法
3. 学会等名 第46回数值解析シンポジウム
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Keiichi Morikuni
2. 発表標題 Inner-iteration preconditioning for singular linear systems
3. 学会等名 Householder Symposium XX on Numerical Linear Algebra (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 保國 恵一
2. 発表標題 最小二乗問題に対する内部反復前処理とその応用
3. 学会等名 数值解析セミナー (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 保國 恵一
2. 発表標題 長方形列束の固有値問題に対するレイリー・リッツ版周回積分型固有値解法
3. 学会等名 第45回数値解析シンポジウム
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Keiichi Morikuni
2. 発表標題 Application of inner-iteration preconditioning to general least squares problems
3. 学会等名 20th Conference of the International Linear Algebra Society (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Yiran Cui, Keiichi Morikuni, Takashi Tsuchiya, and Ken Hayami
2. 発表標題 Implementation of Interior-point Methods for LP using Krylov Subspace Methods Preconditioned by Inner Iterations
3. 学会等名 The Fifth International Conference on Continuous Optimization of the Mathematical Optimization Society (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Yiran Cui, Keiichi Morikuni, Takashi Tsuchiya, and Ken Hayami
2. 発表標題 Implementation of Interior-point Methods for LP using Krylov Subspace Methods Preconditioned by Inner Iterations
3. 学会等名 Workshop on Advances in Optimization
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Yiran Cui, Keiichi Morikuni, Takashi Tsuchiya, and Ken Hayami
2. 発表標題 Implementation of Interior-point Methods for LP Based on Krylov Subspace Iterative Solvers with Inner-Iteration Preconditioning
3. 学会等名 5th IMA Conference on Numerical Linear Algebra and Optimization (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 保國 恵一
2. 発表標題 長方形行列束の固有値問題に対する周回積分型解法
3. 学会等名 日本応用数理学会2016年度年会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 保國 恵一
2. 発表標題 特異線形方程式に対する内部反復前処理
3. 学会等名 RIMS研究集会 現象解明に向けた数値解析学の新展開II (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 保國 恵一
2. 発表標題 GMRES method for singular linear systems
3. 学会等名 Workshop on Numerical Methods for Matrix Computations (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Keiichi Morikuni
2. 発表標題 Inner-Iteration Preconditioning for the Minimum-Norm Solutions to Least Squares Problems
3. 学会等名 SIAM Conference on Computational Science and Engineering (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 松田 萌望, 保國 恵一, 櫻井 鉄也
2. 発表標題 スペクトラルクラスタリングにおける特徴量スケーリング
3. 学会等名 日本応用数理学会 第13回研究部会連合発表会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 相原 研輔, 今倉 暁, 保國 恵一
2. 発表標題 漸化式に着目したblock Krylov部分空間法のresidual gap評価と残差スムージング
3. 学会等名 日本応用数理学会「行列・固有値問題の解法とその応用」研究部会 第30回研究会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 今倉 暁, 相原 研輔, 保國 恵一
2. 発表標題 複数右辺ベクトルを持つ線形方程式に対するblock generalized CGS法
3. 学会等名 日本応用数理学会 第17回研究部会連合発表会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Akira Imakura, Keiichi Morikuni, Akitoshi Takayasu
2. 発表標題 Verifying eigenvalues of generalized Hermitian eigenproblems using contour integrals
3. 学会等名 Second Workshop on Numerical Algebra, Algorithms and Analysis
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yiran Cui, Keiichi Morikuni, Takashi Tsuchiya, Ken Hayami
2. 発表標題 Implementation of interior-point methods for LP based on Krylov subspace iterative solvers with inner-iteration preconditioning
3. 学会等名 Second Workshop on Numerical Algebra, Algorithms and Analysis (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kensuke Aihara, Akira Imakura, Keiichi Morikuni
2. 発表標題 On the Residual Gap of Block Lanczos-Type Methods and Its Remedy by Cross-Interactive Residual Smoothing
3. 学会等名 SIAM Conference on Applied Linear Algebra (LA21) (国際学会)
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 日本応用数学会 (監)、櫻井 鉄也、松尾 宇泰、片桐 孝洋 (編)、保國 恵一 ほか (分担執筆)	4. 発行年 2018年
2. 出版社 共立出版	5. 総ページ数 336
3. 書名 数値線形代数の数理とHPC	

〔産業財産権〕

〔その他〕

researchmap
https://researchmap.jp/keiichimorikuni
TRIOS
https://trios.tsukuba.ac.jp/researcher/3789

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------