

令和元年6月18日現在

機関番号：17102

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K18120

研究課題名(和文) 不等式制約を満足する制御器設計手法の確立

研究課題名(英文) Development of a controller design method under inequality constraints

研究代表者

湯野 剛史 (Yuno, Tsuyoshi)

九州大学・システム情報科学研究所・助教

研究者番号：10756232

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：制御対象の動作に制限(制約条件)がある場合について、それを満足する制御器の設計手法を導出した。ある仮定の下では、この手法は従来のものより有効であることを示した。また、もし制御対象の状態に摂動があった場合でも近似的に制約を満たすような制御器設計手法を導出した。制御器設計の計算は、数式処理システムを用いて容易に実行可能である。さらに、画像処理の分野などで現れる特殊なモデル(Roesserモデル)に対して理論を展開することにも成功した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

現実の制御対象には複数の制約条件が課されているのが普通であるため、制約を満足する制御器の設計手法を確立することは非常に重要な課題であり、本研究の成果は学術的にも応用上でも意義深い。また、現実の制御対象には常に外乱が作用するため、その場合にも有効な手法が得られたことは実用上非常に重要である。さらに、その制御器が数式処理システムを用いて容易に計算可能であることも実用上非常に重要である。また、Roesserモデルは、例えば画像処理の分野で重要な役割を果たしている一方で解析が困難であるため、本研究の理論がその上で展開できたという事実は、本手法の有用性を強く示している。

研究成果の概要(英文)：A controller design method was proposed for the case in which the motion of the target system is restricted, namely, the system has constraints. Under a certain assumption, this method is more effective than the conventional one. Moreover, another controller design method was derived to satisfy the constraints approximately even when the system is perturbed. The controller design can easily be conducted by using computer algebra systems. In addition, the proposed theory was developed also for a particular model (Roesser model) used in some areas such as image processing.

研究分野：制御理論

キーワード：非線形制御 制約 拘束 代数的手法 不変集合 制御理論

### 1. 研究開始当初の背景

制御器の設計を行う際、制御対象には何らかの制約が課されているのが普通であり、その制約を満足するように制御器を設計する必要がある。一般に、制約は数理的には何らかの不等式で表されることが多く、そのような制約は不等式制約(図1)と呼ばれる。したがって、不等式制約を満足する制御器の設計手法を確立することは、学術的にも応用上でも非常に重要な課題である。実際、計測自動制御学会(SICE)が作成した「境界ベンチマークおよび境界近傍制御ベンチマーク問題」では、自動車のエンジン制御において、「ノッキングや失火と呼ばれる現象を起こさない」という意味の不等式制約を満足する制御器の設計が重要課題に設定されている。国内外の多数の研究機関や企業の研究者たちがこの課題に取り組んでいるが、これを根本的に解決する手法は未だ得られていない。一方、研究代表者は研究開始までに「代数的非線形制御理論」の研究に取り組み、代数方程式で表される制約(等式制約, 図1)を満足する制御器設計手法を導出していた。この成果は計算機代数学的手法に基づいているため、制御器の設計は数式処理ソフトウェアを用いて厳密に行うことができる。等式制約に関するこの理論的な成果は、不等式制約の場合にも拡張できる可能性があり、その拡張が期待されていた。

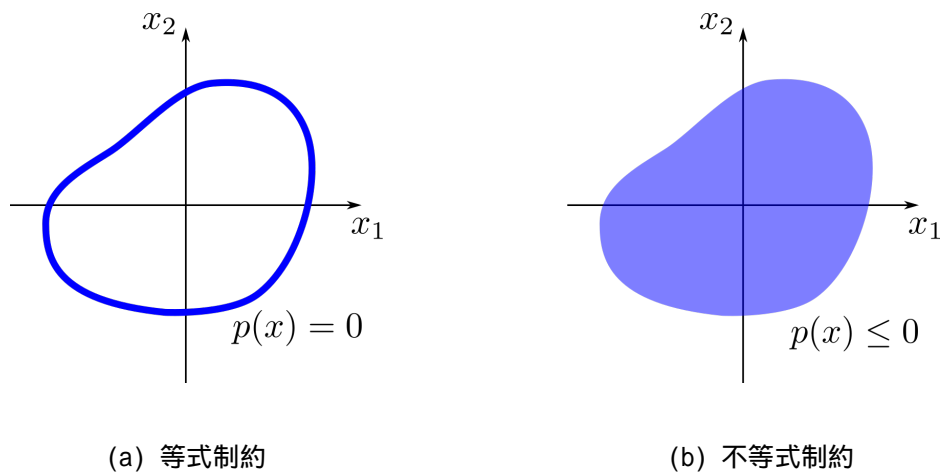


図1. 制約の例

### 2. 研究の目的

本研究では、研究代表者が研究開始までに得ていた成果をさらに発展させ、不等式制約を満足する制御器の設計手法を確立することを目的とした。その目的を達成するために、以下のような個別の目標を設定した。

#### (1) 個別目標1 制御器設計理論の導出と拡張

まず、不等式制約を満足する制御器が存在するための十分条件およびその制御器自体の設計手法を導出する。その条件が必要十分条件であるかどうかを明らかにし、そうでなければ、十分条件の保守性を可能な限り低減させ、究極的には、必要十分条件を導く。それに応じて、制御器設計手順も改めて導出する。

#### (2) 個別目標2 実用上扱いやすい制御器設計手法への拡張

個別目標1で得られた制御器設計理論が、センサの測定誤差や制御対象のモデル化誤差などに対しても堅牢で、実用上扱いやすい制御器設計手法となるように、理論の拡張を行う。例えば、それらの誤差が生じたことにより状態変数が制約から外れてしまったり、制約を厳密に満たす制御器が存在しなくなったりした場合でも、近似的に制約を満足できるようにする。

#### (3) 個別目標3 ソフトウェアツールとして実用化

最終的に得られた制御器設計手法を、制御工学研究者や制御技術者が容易に利用できるように、ソフトウェアツールとして実用化する。とくに、広く使われている数式処理システムや数値計算ソフトウェアで実行可能なものを目指す。

### 3. 研究の方法

#### (1) 個別目標1 制御器設計理論の導出と拡張

研究代表者が既に導出していた等式制約を満足する制御器設計手法に対して、特殊な補助変数を導入することで、不等式制約を満足する制御器が存在するための十分条件およびその制御器自体の設計手法を導出する。ここでは、最適制御などで使われるものとは異なる特殊な補助変数を用いる。これは研究開始当初に部分的に達成済みであったが、より理論的に精錬された

形で改めて導出する。このとき、その特殊な補助変数が常に存在するということを証明できれば、不等式制約を満足する制御器が存在するための必要十分条件が導出できることになる。特殊な補助変数の存在を保証できない場合には、いくつかの仮定を置いたうえで、十分条件の保守性を低減し、可能な限り必要十分条件に近づける。また、不等式制約を扱う他の手法との比較も行うことで、本条件の保守性を評価する。これとは別のアプローチとして、不等式制約を実代数幾何学の言葉で改めて定式化した上で、新たに条件を導出することも考えられる。制御器の具体的な設計には、例えば「二乗和多項式の理論」や「限量記号消去」を利用する。また、実代数幾何学的アプローチで必要十分条件が得られなかった場合でも、少なくとも従来とは別の十分条件が得られると考えられ、十分有用である。

#### (2) 個別目標 2 実用上扱いやすい制御器設計手法への拡張

例えば、次のようなアプローチで、実用上扱いやすい制御器設計手法への拡張を行う。研究代表者が過去に導出した、近似的な制御器設計に関する研究成果を、本研究課題に導入する。また、制御対象の不確定パラメータを含む形で制御器設計問題を再定式化し、そのパラメータを計算機代数学の意味での変数として扱ったうえで、理論を適用する。あるいは、Lyapunov の安定性理論を導入することで、制御対象の不等式制約からのずれを修正する。これらによって、誤差に対して堅牢で実用上扱いやすい制御器設計手法が得られると見込まれる。

#### (3) 個別目標 3 ソフトウェアツールとして実用化

完成した制御器設計手法を、市販の数値計算ソフトウェアや数式処理ソフトウェアで実行できるようにすることで、技術者が容易に本手法を扱えるようにする。そのために、制御器設計理論の導出を、原則として Groebner 基底等の代数的操作に基づいて行う。とくに、市販のソフトウェアに標準で組み込まれている関数を利用できるような形で、理論展開を行う。

### 4. 研究成果

#### (1) 個別目標 1 制御器設計理論の導出と拡張

まず、制御対象に等式制約が課されている場合に、制御器設計が可能であるかどうかについて、従来研究で得られていた十分条件を拡張した。従来研究では、時不変の多項式システムに対して多項式型の静的フィードバック制御を行う場合に限定して十分条件が導出されていたが、この拡張によって、滑らかな関数で構成される時変システムに対して滑らかなオープンループ制御入力を印加した場合についても十分条件が得られた。つぎに、この結果を利用して、制御対象に不等式制約が課されている場合について、動的補償器の設計が可能であるための十分条件と、動的補償器を設計するための手法を導出した。とくに、複数の不等式制約と等式制約が同時に課されている場合についても、本手法を適用することができるようになった。現実の制御対象には複数の制約条件が課されているのが普通であるため、この性質は実用上も有益である。さらに、動的補償器の特殊な場合として、フィードバック制御器に限定した設計法も考案した。これらと並行して、当該の十分条件の保守性について解析を行った結果、その十分条件が成立するか否かは、条件の中で用いられる補助変数の形に依存するというを示した。一方で、いくつかの仮定の下では、特定の形状の補助変数を用いれば、当該の十分条件は広く知られている既存の条件より保守性の低い（より必要条件に近い）十分条件となっていることを示した。さらに、本手法の解析を詳細に行った結果、本手法は実代数幾何学的なアプローチと違い、制御器の構造（特に、多項式の次数）を限定しないという利点があることが判明した。これらの事実は本手法の有用性を強く示している。

#### (2) 個別目標 2 実用上扱いやすい制御器設計手法への拡張

不等式制約を満足しつつ、もし状態変数に摂動があった場合でも制約から大きく逸脱しないような制御器を設計する手法を導出した。具体的には、制御対象に動的補償器が作用する場合の不変集合の安定性について改めて定義したうえで、Lyapunov の安定論とエネルギー関数法を利用して、所与の集合を不変かつ安定にする制御器設計法を導出した。これにより、制御対象に外乱が作用する場合にも有効な手法が得られた。現実の制御対象には常に外乱が作用するため、本成果は実用上非常に重要である。

#### (3) 個別目標 3 ソフトウェアツールとして実用化

上記で導出した結果の導出過程は全て、多項式の Groebner 基底の計算や多項式の簡約化などに基づくようにしたため、数式処理システムを用いて実行可能である。とくに、その計算は、計算機代数学の分野で広く使われている数式処理システムに標準で組み込まれている関数を直接利用して容易に実行可能である。

#### (4) 予期していなかった新たな知見

本研究で導出した理論を、偏微分方程式系である Roesser モデルに対して展開することにも成功した。このモデルは、いわゆる  $nD$  システムの記述の一つであり、例えば、画像処理の分野で重要な役割を果たしている。これにより、本手法の有用性を向上させた。

## 5 . 主な発表論文等

[学会発表](計 5 件)

湯野剛史, 大塚敏之, 単一の代数不等式で定義される集合の不変化と安定化, 計測自動制御学会 第 6 回 制御部門マルチシンポジウム, 2019 年.

T. Yuno and E. Zerz, Controlled Invariance for 1D and 2D Time-Varying Nonlinear Control Systems, The 23rd International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems, 2018.

湯野剛史, 大塚敏之, 単一の多項式関数の不等式で定義される部分集合を不変にする動的補償器の設計, 第 60 回自動制御連合講演会, 2017 年.

湯野剛史, 計算機代数学に基づく境界近傍制御への一つのアプローチ, 計測自動制御学会 第 4 回 制御部門マルチシンポジウム, 2017 年.

T. Yuno and T. Ohtsuka, Rendering a Prescribed Subset Invariant for Polynomial Systems by Dynamic State-Feedback Compensator, The 10th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems, 2016.

[その他](計 2 件)

湯野剛史, 単一の代数不等式で定義される部分集合を不変にする動的補償器の設計, 制御理論合宿 2018, 2018 年.

湯野剛史, 計算機代数学を利用した不等式拘束条件下における制御器設計, 非線形現象の特徴化に基づく制御理論調査研究会 第 1 回研究会, 2016 年.

## 6 . 研究組織

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。