

令和元年6月13日現在

機関番号：82670

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K18128

研究課題名(和文)ノイズの事前情報を必要としない非線形カルマンフィルタの開発

研究課題名(英文)Development of Nonlinear Kalman Filter without a Prior Information for Noise

研究代表者

金田 泰昌 (KANEDA, Yasuaki)

地方独立行政法人東京都立産業技術研究センター・開発本部開発第三部情報技術グループ・主任研究員

研究者番号：20463010

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,400,000円

研究成果の概要(和文)：最も有名な状態推定法としてカルマンフィルタがある。カルマンフィルタは線形ガウス系に対する推定法で、これまでに様々なカルマンフィルタ型の状態推定法が提案されている。これらの方法は事前情報としてノイズの確率分布を必要とするが、これらの情報は未知であることが一般的である。そこで本研究では、ノイズの事前情報が不要な状態推定法を開発する。提案法は、システムの確率モデルが密度比で表されることに着目し、密度比推定法を用いてデータから確率モデルを直接求める。そして、求めたモデルを粒子フィルタに適用することでノイズの事前情報が不要な状態推定法を実現した。数値シミュレーションにより提案法の有効性を示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

提案法により、確率モデルを用いた状態推定法において、従来まで必要だったノイズの確率分布の設計が不要になる。これにより設計の手間を省くことができる。また、従来までは試行錯誤的にノイズの確率分布を設計することが一般的であったため、設計の妥当性が曖昧になっていた。しかしながら、提案法を用いることでデータから確率モデルが直接求まるため、従来まで存在した曖昧さがなくなることになる。曖昧さがなくなることで、設計者に依存することなく高精度な状態推定を実現することが可能となる。これは、状態推定法を使用する上で、非常に有意義なことである。

研究成果の概要(英文)：Kalman filter is one of the most famous state estimation methods. Kalman filter is a method for Gaussian linear systems and many methods based on Kalman filter have been proposed. These methods need probability distributions of noise as prior information. On the other hand, these distributions are unknown in general. In this research, we develop a new state estimation method without a prior information of probability distribution. We proposed a direct design method for probabilistic model of dynamical system by using density ratio estimation method because the probabilistic model can be represented as a density ratio. In addition, we applied the probabilistic model to particle filter to achieve the state estimation method without a prior information of probability distribution. Numerical simulations demonstrated effectiveness of the proposed method.

研究分野：制御工学

キーワード：状態推定 カルマンフィルタ 密度比推定 確率的モデル

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

状態推定は制御工学において古くから研究されている分野の一つであり、現在でも精力的に研究が進められている。近年では「ソフトセンサ」に代表されるように、物理量を直接計測するのではなく、別の観測結果からの推定値を用いて間接的に計測する方法が注目を集めているが、状態推定はこの実現に欠かすことのできない方法となっている。このように、理論面はもとより、産業応用の側面からも盛んに研究が進められている。

最も有名な状態推定法としてカルマンフィルタ(KF)がある。KFは線形システムを対象としており、またノイズの分布としてガウス分布を仮定している。この場合、状態の事後分布が解析的に求まることが知られている。また、非線形システムに対してKFを拡張した拡張カルマンフィルタ(EKF)やヤコビアンを必要としない無香料カルマンフィルタ(UKF)が提案されている。一方、ノイズの分布が非ガウス分布の場合の代表的な方法として粒子フィルタ(PF)がある。PFは任意のノイズ分布に対して適用可能である反面、モンテカルロ計算により確率密度関数を近似するため計算コストが高いという問題がある。そのため、例えば外れ値ノイズと呼ばれる非ガウスノイズに対する状態推定法といったように、特定の非ガウスノイズに対して計算コストを削減した方法もまた提案されている。

このように、様々な問題設定の下で数多くの状態推定法が提案されているが、これらは全て状態の予測分布および事後分布をChapman-Kolmogorov-Equation(CKE)やベイズの定理に基づいて逐次的に解く方法と解釈することができる。そして、状態の予測分布および事後分布を逐次的に解くために、ノイズの分布情報を既知とし、事前情報として利用している。しかしながら、現実的にはノイズの分布形状やそのパラメータが事前にわかっていることは稀であり、事前に決定することは非常に難しい作業となる。この問題に対して、たとえば、ガウス分布のパラメータを状態と同時に推定する方法等が提案されている。しかしながら、提案されている方法は特定の分布形状に対してそのパラメータを推定しており、分布形状は既知としている。また、ガウス和フィルタ(GSF)と呼ばれる任意の分布を扱うことのできる方法に対して、そのパラメータを適応的に決定する方法も提案されているが、観測ノイズは非ガウス分布を仮定しているもののシステムに加わるノイズは既知のガウス分布を仮定している。

### 2. 研究の目的

本研究では、ノイズ分布の形状やそのパラメータも含め、全てのノイズの分布情報が未知の場合でも状態推定が可能な方法を確立することを目的とする。より具体的には以下の通りである。次式で与えられる離散時間非線形動的システムを考える。

$$x_{k+1} = f(x_k) + w_k, \quad y_k = g(x_k) + v_k.$$

ここで、 $f$ および $g$ はそれぞれ状態方程式および観測方程式を表す。また、 $x_k \in \mathbb{R}^n$ は時刻 $k$ における状態を、 $y_k \in \mathbb{R}^m$ は観測値を、 $w_k \in \mathbb{R}^n$ はシステムノイズを、 $v_k \in \mathbb{R}^m$ は観測ノイズをそれぞれ表す。このとき、ノイズ $w_k$ および $v_k$ の情報が未知の場合でも状態 $x_k$ が推定できる状態推定法を確立することを目的とする。この目的を達成するために、以下の2つの目的に分割し、研究を行う。

(1) 確率分布の構造を仮定することなく、ノイズも含めた動的システムの確率分布をデータからノンパラメトリックに求める方法を明らかにする。

(2) ノンパラメトリック法により得られた確率分布(ノンパラメトリック確率分布)を用いた状態推定法を明らかにする。

### 3. 研究の方法

上記目的に対して、数学的にアルゴリズムを導出し、導出したアルゴリズムの有効性を数値シミュレーションで評価する。具体的には、以下の(1)および(2)の通りである。

(1) ノンパラメトリック確率分布を求める方法の着眼点を に、その評価方法を にそれぞれ示す。

状態方程式および観測方程式で記述されている動的システムを確率分布で記述すると、次式の条件付き確率分布として記述できる。

$$x_{k+1} \sim p(x_{k+1}|x_k), \quad y_k \sim p(y_k|x_k).$$

ここで、条件付き確率分布 $p(t|s)$ はその定義より同時分布とその周辺分布との比で与えられる。すなわち、 $p(t|s) = p(s, t)/p(s)$ であり、密度比で与えられる。機械学習の分野ではデータから密度比を推定する方法が提案されている。本研究ではこの密度比推定を動的システムの推定に応用することで、動的システムの確率分布をデータから直接設計する。

数値シミュレーションを用いて提案法がシステムの確率分布を推定できていることを確認する。数値シミュレーションでは一例として以下のシステムを考える。

$$x_{k+1} = \frac{1}{2}x_k + \frac{25x_k}{1+x_k^2} + w_k, \quad y_k = 5 \sin x_k + v_k.$$

ここで、 $w_k$ は平均0、分散 $0.2^2$ のガウス分布に従うとする。一方、 $v_k$ について二通りのケースを考える。一つ目のケースは平均0、分散 $0.2^2$ のガウス分布に従うとする。二つ目のケースは、位置母数0、尺度母数0.05のコシー分布に従うとする。これにより、ノイズの確率分布がガウス分布の場合だけでなく、非ガウス分布で表される場合でも提案法が有効であることを確認する。また、確率分布の構造を仮定した方法として、ガウス過程回帰 (GP) を用いて動的システムの確率分布を推定した場合と比較し、提案法の有効性を確認する。

(2) ノンパラメトリック確率分布を用いた状態推定法を導出するための着眼点を に、その評価方法を にそれぞれ示す。

ノンパラメトリック確率分布からサンプリングすることで、確率分布を粒子で近似することができる。そこで、この粒子を PF に適用することで、ノンパラメトリック確率分布を用いた状態推定法を実現する。

数値シミュレーションによりシステムの確率分布が既知の場合の PF と提案法とを比較することで、提案法の有効性を確認する。数値シミュレーション条件は 3 . (1) と同様とする。

#### 4 . 研究成果

本研究の主な成果は以下の(1)および(2)の通りである .

(1) ノンパラメトリック確率分布を求める方法に関する成果を に、その評価結果を にそれぞれ示す。

$\mathcal{N}(z; z_i, \Sigma_i)$ を平均 $z_i$ 、共分散 $\Sigma_i$ のガウス分布とする。同時分布 $p(s, t)$ が次の混合ガウス分布で与えられているとする。

$$p(s, t) = \sum_{i=1}^N \theta_i \mathcal{N}(z; z_i, \Sigma_i).$$

ここで、 $z = [s^T \quad t^T]^T$ である。たとえば、ガウスカーネルを用いたカーネル密度推定を用いると、 $z_i$ は取得した $N$ 個のデータそのものであり、 $\theta_i = 1/N$ である。今、共分散を次式で再定義する。

$$\Sigma_i = \begin{bmatrix} \Sigma_{ss}^i & \Sigma_{st}^i \\ \Sigma_{ts}^i & \Sigma_{tt}^i \end{bmatrix}.$$

このとき同時分布 $p(s, t)$ は次式として書き直すことができる。

$$p(s, t) = \sum_{i=1}^N \theta_i \mathcal{N}(t; \alpha_i(s), \Pi_i) \mathcal{N}(s; s_i, \Sigma_{ss}^i).$$

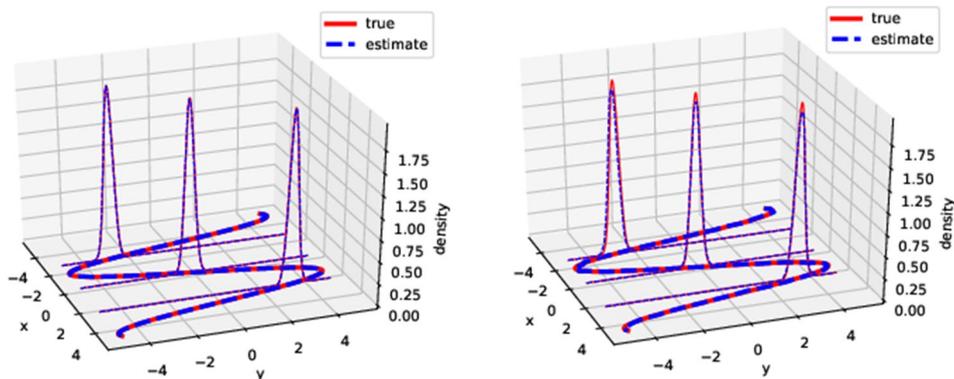
よって、周辺分布 $p(s)$ がガウス積分を使うことで解析的に計算できる。ゆえに、システム $p(t|s)$ は次式で求まる。

$$p(t|s) = \sum_{i=1}^N \beta_i(s) \mathcal{N}(t; \alpha_i(s), \Pi_i).$$

ただし、

$$\alpha_i(s) = t_i + \Sigma_{ts}^i (\Sigma_{ss}^i)^{-1} (s - s_i), \quad \Pi_i = \Sigma_{tt}^i - \Sigma_{ts}^i (\Sigma_{ss}^i)^{-1} \Sigma_{st}^i, \quad \beta_i(s) = \frac{\theta_i \mathcal{N}(s; s_i, \Sigma_{ss}^i)}{\sum_{j=1}^N \theta_j \mathcal{N}(s; s_j, \Sigma_{ss}^j)}.$$

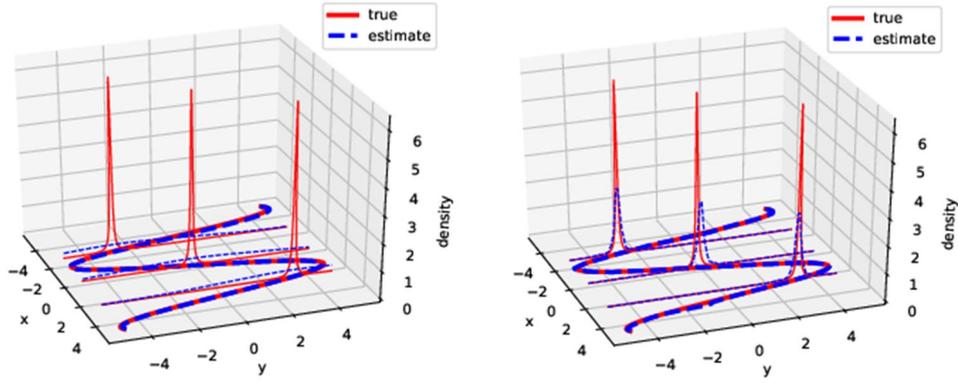
図 1 に、観測ノイズがガウス分布に従う場合の、 $p(y_k|x_k)$ の推定結果を示す。水平面に描かれた曲線は確率分布の平均を示しており、縦軸方向の曲線は各平均値が与えられたときの確率分布を示している。この結果より、両者ともに確率分布が推定できていることがわかる。図 2 に、観測ノイズがコーシー分布に従う場合の、 $p(y_k|x_k)$ の推定結果を示す。この結果より、両者ともに平均値は推定できている。一方、提案法は分布をある程度近似できているが、GP は裾の重い分布を分散の大きいガウス分布で近似していることがわかる。



(a) ガウス過程回帰による結果

(b) 提案法による結果

図 1 : 観測ノイズがガウス分布に従う場合の、 $p(y_k|x_k)$ の推定結果



(a) ガウス過程回帰による結果 (b) 提案法による結果  
 図 2 : 観測ノイズがコーシー分布に従う場合の、 $p(y_k|x_k)$  の推定結果

(2) ノンパラメトリック確率分布を用いた状態推定法の導出に関する成果を に、その評価結果を にそれぞれ示す。

データセット  $\{(x_0^{(i)}, x_1^{(i)}) \mid x_1^{(i)} = f(x_0^{(i)}) + w_0\}$ 、および  $\{(x_0^{(i)}, y_0^{(i)}) \mid y_0^{(i)} = g(x_0^{(i)}) + v_0\}$ 、 $i = 1, \dots, N$  が与えられたとき、4. (1) の方法より  $p(x_{k+1}|x_k)$  および  $p(y_k|x_k)$  が求まる。そこで、この確率分布を PF に適用することで、ノイズの事前情報を必要としない状態推定法を実現する。まず、PF の観測更新を考える。 $Y_k = \{y_1, \dots, y_k\}$  とする。ベイズの定理より、観測更新で計算されるフィルタ分布は次式で与えられる。

$$p(x_k | Y_k) = \frac{p(y_k|x_k)p(x_k|Y_{k-1})}{\int p(y_k|x_k)p(x_k|Y_{k-1})}$$

事前分布をディラックのデルタ関数を用いて近似すると、事前分布を構成する各粒子  $x_{k|k-1}^{(l)}$ 、 $l = 1, \dots, M$ 、に対して次式が成り立つ。

$$p(x_k = x_{k|k-1}^{(l)} | Y_k) = \frac{p(y_k|x_k = x_{k|k-1}^{(l)})}{\sum_{i=1}^M p(y_k|x_k = x_{k|k-1}^{(i)})} =: \omega_l$$

これは、フィルタ分布は  $x_{k|k-1}^{(l)}$  とその重み  $\omega_l$  で近似されていることを意味する。またこのとき、状態推定値は次式で計算できる。

$$\hat{x}_{k|k} = \int x_k p(x_k | Y_k) dx_k \approx \sum_{l=1}^M \omega_l x_{k|k-1}^{(l)}$$

次に、PF の時間更新を考える。時間更新で計算される予測分布は、フィルタ分布の結果を利用することで次式として計算できる。

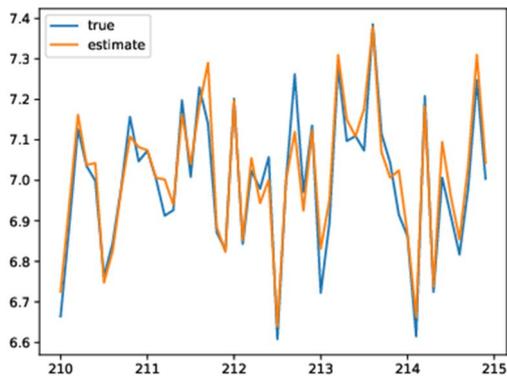
$$p(x_{k+1} | Y_k) = \int p(x_{k+1}|x_k)p(x_k|Y_k)dx_k \approx \sum_{l=1}^M \omega_l p(x_{k+1}|x_k = x_{k|k-1}^{(l)})$$

これは、係数  $\omega_l$  の混合分布で与えられることを意味する。この混合分布からサンプリングすることで粒子  $x_{k+1|k}^{(l)}$  を得ることができる。

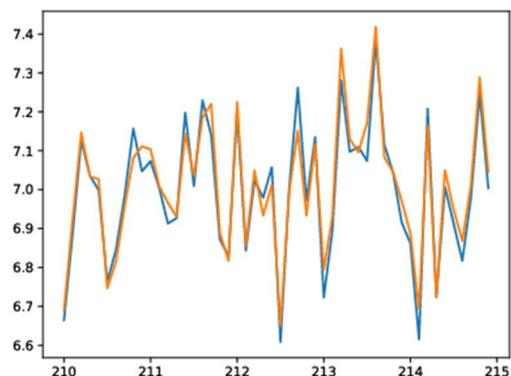
図 3 に、観測ノイズがガウス分布に従う場合の状態推定結果を示す。また図 4 に、観測ノイズがコーシー分布に従う場合の状態推定結果を示す。さらに、二乗平均平方根誤差 (RMSE) を表 1 に示す。これらの結果より、提案法を用いることで、観測ノイズがガウス分布に従う場合のみならず、非ガウス分布に従う場合も精度よく推定できていることがわかる。一方、コーシーノイズに対して GP を用いた場合、4. (1) で述べた通り、分散の非常に大きなガウス分布として近似されているため、必要な情報もノイズとして削除されていることがわかる。

表 1 : PF による状態推定の二乗平均平方根誤差

観測ノイズの分布	モデルが既知の場合	GP を用いた場合	提案法を用いた場合
ガウス分布	0.059	0.060	0.074
コーシー分布	0.081	0.160	0.105

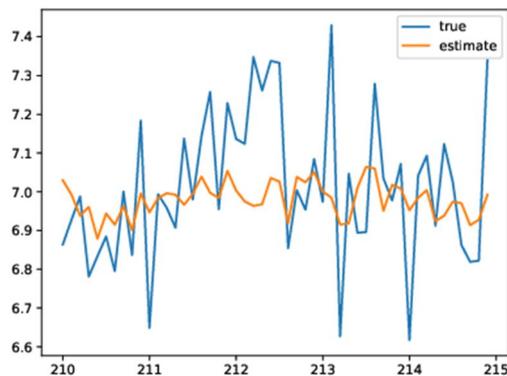


(a) ガウス過程回帰による結果

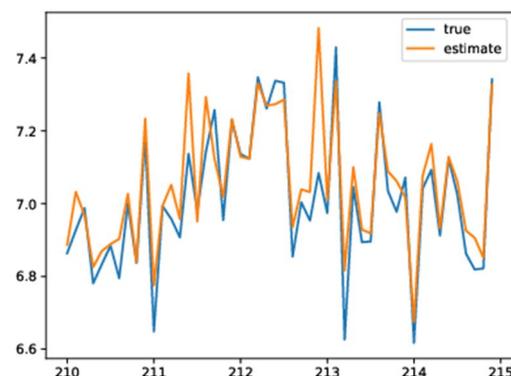


(b) 提案法による結果

図 3：観測ノイズがガウス分布に従う場合の状態推定結果



(a) ガウス過程回帰による結果



(b) 提案法による結果

図 4：観測ノイズがコーシー分布に従う場合の状態推定結果

## 5. 主な発表論文等

### 〔雑誌論文〕(計 2 件)

金田 泰昌、入月 康晴、データを用いたフィルタ分布の直接推定と状態推定への応用、計測自動制御学会論文集、査読有、Vol. 53、No. 4、2017、pp. 295-297

DOI: 10.9746/sicetr.53.295

金田 泰昌、入月 康晴、確率分布の事前情報を必要としない粒子フィルタ、システム制御情報学会論文誌、査読有、Vol. 32、No. 4、2019、pp. 159-167

<https://www.jstage.jst.go.jp/browse/iscie/-char/ja>

### 〔学会発表〕(計 4 件)

金田 泰昌、入月 康晴、データに基づく観測モデルの直接設計とカルマンフィルタへの応用、第 60 回自動制御連合後援会、2017

金田 泰昌、入月 康晴、確率分布の事前情報を必要としない粒子フィルタの開発、第 62 回システム制御情報学会研究発表講演会、2018

金田 泰昌、入月 康晴、データ駆動型カルマンフィルタと非線形時系列解析への応用、第 61 回自動制御連合講演会、2018

金田 泰昌、入月 康晴、データに基づくシステムの直接設計と粒子フィルタへの応用、第 63 回システム制御情報学会研究発表講演会、2019

## 6. 研究組織

### (1) 研究協力者

研究協力者氏名：入月 康晴

ローマ字氏名：(IRIZUKI, Yasuharu)

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。