様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９　（共通）

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　２ 年　６ 月 ２５ 日現在

機関番号：１２６０５
研究種目：若手研究(B)
研究期間：2016～2019
課題番号：１６Ｋ２１０２４

研究課題名（和文）連立型反応拡散セル・オートマトンの研究

研究課題名（英文）Study on Simultaneous Reaction-Diffusion Cellular Automata

研究代表者
村田　実貴生（MURATA, Mikio）

東京農工大学・工学（系）研究科（研究院）・准教授

研究者番号：６０４４７３６５

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,200,000円

研究成果の概要（和文）：「連立型反応拡散セル・オートマトン」は数理モデルの一つである。数理モデルとは現実の世界で起きる様々な問題を方程式などの数学的な形で表現したものであり、コンピューターを用いて効率よく回答を求めるためにも必要となる。セル・オートマトンは特にコンピューターを用いて計算しやすい形をした数理モデルである。
反応拡散系という反応現象と拡散現象が同時に起こるような問題を微分方程式で表現した数理モデルが知られているが、微分方程式はコンピューターで計算しにくいという難点がある。
「連立型反応拡散セル・オートマトン」が反応現象と拡散現象が同時に起こるような問題を反応拡散系と同等に表現できることを研究した。

研究成果の学術的意義や社会的意義
数理モデルとは現実の世界で起きる様々な問題を方程式などの数学的な形で表現したものであり、様々な問題を十分に表現できていることと、コンピューターを用いて計算しやすい形であることが必要である。
本研究により、生物学、化学、物理学、工学などの広い分野に見られる反応現象と拡散現象が同時に起こることにより生じる種々の時間的・空間的パターン（模様）の形成に関して、コンピューターを用いて効率よく回答を求めることができると期待される。

研究成果の概要（英文）：The "simultaneous reaction-diffusion cellular automata" is one of the mathematical models. A mathematical model is a mathematical representation of various problems that occur in the real world, such as equations, and is also needed to efficiently obtain answers using a computer. Cellular automata are mathematical models that are easy to calculate using a computer.
A mathematical model is known that uses a differential equation to represent the problem of reaction and diffusion phenomena called reaction-diffusion system, but it is difficult to calculate the differential equation by computer.
We researched that "simultaneous reaction-diffusion cellular automata" can express the problem that reaction and diffusion phenomenon occur at the same time as reaction-diffusion system.

研究分野：解析学基礎

キーワード：応用数学　解析学　セル・オートマトン　反応拡散系

様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９（共通）

１．研究開始当初の背景

(1)　反応拡散系の一つであるグレイ・スコットモデルから類似のセル・オートマトンを構築する研究を行った過程において、反応拡散現象を表すと考えられるセル・オートマトンの一群を構築するアイデアを得た。この系は連立型のセル・オートマトンのうちで最も基本的な系であると考える。この連立型のセル・オートマトンを解析し性質を解明することで、反応拡散現象を記述する数理モデルの理論を確立したい。

２．研究の目的

(1)　反応拡散現象を表すと考えられる基本となるセル・オートマトンを定式化し、そのセル・オートマトンの性質を解析することにより、反応拡散現象を記述するのに相応しい新たな離散的な数理モデルを提案する。

(2)　連続的なモデルである微分方程式と比べて、解明が進んでいないと考えられるセル・オートマトンに対して、微分方程式と同水準の解析ができるような解析の方法を考案し、それをセル・オートマトンに適用して解析を行うことにより、セル・オートマトンの理論の構築を行う。

(3)　解析結果をまとめることにより、現実問題に対して有用な解決法を与えると考えられる動的な離散的な数理モデルであるセル・オートマトンを非専門家がなるべく専門的な知識を要さずに利用できるようにする。

３．研究の方法

(1)　研究計画：反応拡散現象を表すセル・オートマトンの一群を構築する。基本的なパターンによる分類、拡散度の変化に伴うパターンの変化、パルス型進行波やフロント型進行波の構成、全域解の構成等の微分方程式で解明されている性質と類似の性質を見出すための手法を考案・実行し、セル・オートマトンの性質を明らかにする。反応拡散現象を表す微分方程式の解と比較して、共通点・相違点を明らかにする。セル・オートマトンの一群を特徴・性質により分類する。

(2)　方法：本研究を実施するための環境を設備備品費と消耗品費により整備する。本研究を実施するための有益な情報を得るために旅費を用いて研究打ち合わせや研究発表を実施する。

４．研究成果

(1)　「連立型反応拡散セル・オートマトン」を提案した。連立型反応拡散セル・オートマトンは微分方程式である反応拡散系と同様に反応を表す部分と拡散を表す部分からなる２成分以上のセル・オートマトンである。その中には、最も基本的なセル・オートマトンであるエレメンタリー・セル・オートマトンに簡約できるものがある。また３成分のものからは簡約によりすべての空間対称なエレメンタリー・セル・オートマトンを得られることが分かった。

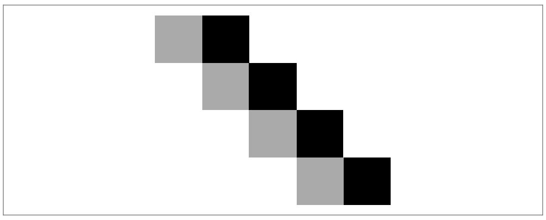

図１　連立型反応拡散セル・オートマトンのパルス型進行解

エレメンタリー・セル・オートマトンは１成分のセル・オートマトンであるが、この結果により多成分系のセル・オートマトンと見なすことができる。したがって、多成分系の反応拡散現象の数理モデルとしての活用もできるようになった。
連立型反応拡散セル・オートマトンの解を調べた。反応拡散系の基本的な解として、時間が経っても形状が変わらない解である「定常解」と形状が変わらず位置だけが変化する「進行解」が存在する。これらは両端の状態が異なる場合に「フロント型」、両端の状態が同じ場合に「パルス型」と呼ぶ。連立型反応拡散セル・オートマトンにおいて、同様の基本的な解が存在するかどうかを調べた。２成分が同じ比率で拡散する状況を表す拡散パラメータが等しい場合と、２成分が異なる比率で拡散する状況の中で特に１成分のみが拡散する場合について調査した。その結果、連立型反応拡散セル・オートマトンにもフロント型定常解、フロント型進行解、パルス型定常解、パルス型進行解が存在することを示した。なお、空間対称なエレメンタリー・セル・オートマトンにおいてはフロント型定常解、フロント型進行解、パルス型定常解は存在するが、パルス型進行解は存在しない。つまりパルス型進行解は発生の条件が厳しいと言えるが、発生条件を実現するセル・オートマトンが連立型反応拡散セル・オートマトンの中に存在することを示した。パルス型進行解が存在するセル・オートマトンはパルスの進行を物質の伝達と見なすことにより物質の伝達が介在する現象を表現する様々な数理モデルに利用できると期待される。

(2)　2 成分の反応拡散方程式である FitzHugh - Nagumo 方程式に対して「トロピカル離散化」を適用し、超離散方程式を導出した。FitzHugh - Nagumo 方程式は興奮性細胞の数理モデルに用いられる微分方程式である。拡散項がない常微分方程式モデルには振動解や活動電位を表す解、拡散項がある反応拡散方程式モデルには進行波解や任意の時間に対して定義される解である全域解などが存在する。導出した超離散方程式に FitzHugh - Nagumo 方程式と類似の振動解、図２のような活動電位を表す解、進行波解、全域解の存在を示した。超離散方程式は足し算、引き算と大小比較の演算のみからなる方程式であり、微分方程式と比べてコンピューターでの計算が容易で、数学的にも厳密解が求めやすいという性質がある。今後は、この超離散方程式を興奮性細胞の数理モデルに用いて現実の問題を解決することが期待される。

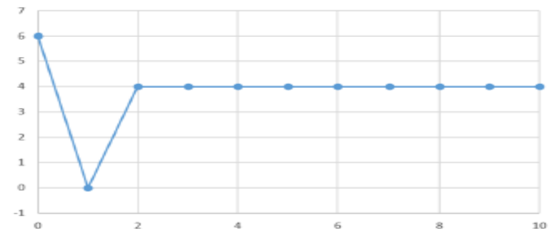

図２　超離散方程式の活動電位を表す解

(3)　「連立型反応拡散セル・オートマトン」について、既存の「反応拡散セル・オートマトン」と区別するため、「max 型拡散セル・オートマトン」と呼称することにした。max 型拡散セル・オートマトンのチューリング不安定性を示した。チューリング不安定性は拡散誘導不安定性とも呼称され、反応拡散系で見られる現象である。拡散効果がない場合に安定な定常状態が拡散効果により不安定化し、空間パターンが生じる性質のことをいう。チューリング不安定性により生じた空間パターンをチューリングパターンという。この性質により反応拡散系はパターン形成の数理モデルとして多く用いられている。max 型拡散セル・オートマトンでも反応拡散系と同様の空間パターンが生じることは既に観察されていたが、max 型拡散セル・オートマトンにおけるチューリング不安定性の数学的な定義を与えることにより、空間パターンが拡散誘導不安定性により生じているのか否かの判別ができるようになった。反応拡散系では拡散係数が異なるときにのみチューリング不安定性が現れるが、max 型拡散セル・オートマトンでは拡散パラメータが異なるときのみでなく同じときにもチューリング不安定性が現れることがあるという相違点があることが分かった。また、max 型拡散セル・オートマトンのパルス定常解について、拡散誘導不安定性により生じているのか否かの判別を行い、パルス定常解の中に拡散誘導不安定性に起因しているものが存在することを示した。max 型拡散セル・オートマトンは空間２次元のセル・オートマトンも提案しているが、空間２次元のうちムーア近傍、フォン・ノイマン近傍、三角格子、六角格子のそれぞれについても、平行解を用いてチューリング不安定性の定義ができることを示し、空間１次元の場合と同様にチューリング不安定性を示した。図３は六角格子の max 型拡散セル・オートマトンで見られるチューリングパターンの例である。このセル・オートマトンは反応拡散系の一つであるグレイ・スコットモデルの正値差分化・超離散化により得られるセル・オートマトンと等価なセル・オートマトンである。グレイ・スコットモデルにチューリングパターンが存在しているため、このセル・オートマトンにも同様のチューリングパターンが存在することを予想していたが、このパターンがチューリング不安定性を起因としたものであることを数学的に証明することができた。セル・オートマトンをパターン形成の数理モデルとして用いることは既に行われているが、空間２次元の max 型拡散セル・オートマトンもチューリングパターンが発生するような数理モデルとして活用することが期待される。

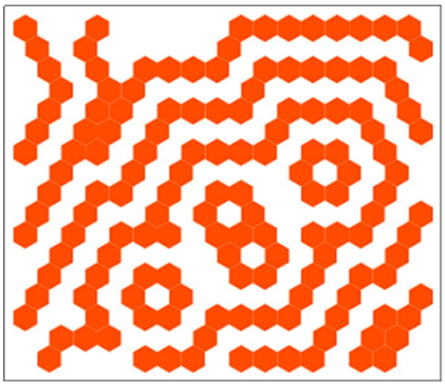

図３　max 型拡散セル・オートマトンの

チューリングパターン

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕　計6件（うち査読付論文　3件／うち国際共著　0件／うちオープンアクセス　3件）

１．著者名 村田実貴生	４．巻 2019AO-S2
２．論文標題 max型拡散セル・オートマトンのチューリング不安定性解析	５．発行年 2020年
３．雑誌名 応用力学研究所研究集会報告	６．最初と最後の頁 7-11
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

１．著者名 村田実貴生	４．巻 57(8)
２．論文標題 方程式の差分化・超離散化	５．発行年 2019年
３．雑誌名 数理科学	６．最初と最後の頁 61-68
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

１．著者名 佐々木幹子、西岡斉治、本郷史也、村田実貴生	４．巻 29AO-S7
２．論文標題 FitzHugh-Nagumo 方程式の超離散化	５．発行年 2018年
３．雑誌名 応用力学研究所研究集会報告	６．最初と最後の頁 81-87
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

１．著者名 Mikio Murata	４．巻 28
２．論文標題 Reaction-Diffusion Equations and Cellular Automata	５．発行年 2018年
３．雑誌名 Mathematics for Industry (Agriculture as a Metaphor for Creativity in All Human Endeavors)	６．最初と最後の頁 21-35
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/978-981-10-7811-8_4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1．著者名 村田　実貴生	4．巻 28AO-S6
2．論文標題 連立型反応拡散セル・オートマトンの進行波	5．発行年 2017年
3．雑誌名 九州大学応用力学研究所研究集会報告	6．最初と最後の頁 7-12
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

1．著者名 Mikio Murata	4．巻 70
2．論文標題 Reaction-Diffusion Equations and Cellular Automata	5．発行年 2016年
3．雑誌名 MI Lecture Note	6．最初と最後の頁 17-19
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

〔学会発表〕　計7件（うち招待講演　4件／うち国際学会　1件）

1．発表者名 村田実貴生
2．発表標題 max型拡散セル・オートマトンのチューリング不安定性解析
3．学会等名 山形古典解析セミナー（招待講演）
4．発表年 2019年

1．発表者名 村田実貴生
2．発表標題 max型拡散セル・オートマトンのチューリング不安定性解析
3．学会等名 研究集会「非線形波動研究の多様性」
4．発表年 2019年

１．発表者名
村田実貴生

２．発表標題
反応拡散系のセル・オートマトン化

３．学会等名
反応拡散系のパターン形成とその応用（招待講演）

４．発表年
2019年

１．発表者名
佐々木幹子、本郷史也、西岡斉治、村田実貴生

２．発表標題
FitzHugh-Nagumo方程式の超離散化

３．学会等名
研究集会「非線形波動研究の新潮流 －理論とその応用－」

４．発表年
2017年

１．発表者名
村田 実貴生

２．発表標題
反応拡散方程式とセル・オートマトン

３．学会等名
山形古典解析セミナー（招待講演）

４．発表年
2016年

１．発表者名
村田 実貴生

２．発表標題
連立型反応拡散セル・オートマトンの進行波

３．学会等名
研究集会「非線形波動研究の深化と展開」

４．発表年
2016年

１．発表者名 Mikio Murata
２．発表標題 Reaction-Diffusion Equations and Cellular Automata
３．学会等名 Forum "Math-for-Industry" 2016（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2016年

〔図書〕　計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

微分方程式のセルオートマトン類似の構成 ｜ 東京農工大学研究ポータル https://rd.tuat.ac.jp/activities/factors/search/20150709_4.html The construction of cellular automaton analogues for differential equations ｜ Tokyo University of Agriculture and Technology - Research Portal Website https://rd.tuat.ac.jp/en/activities/factors/search/20150709_4.html

６．研究組織

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究協力者	松家　敬介 (MATSUYA Keisuke)		
研究協力者	西岡　斉治 (NISHIOKA Seiji)		
研究協力者	佐々木　幹子 (SASAKI Mikiko)		

６．研究組織（つづき）

	氏名 （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究協力者	本郷　史也 (HONGO Fumiya)		